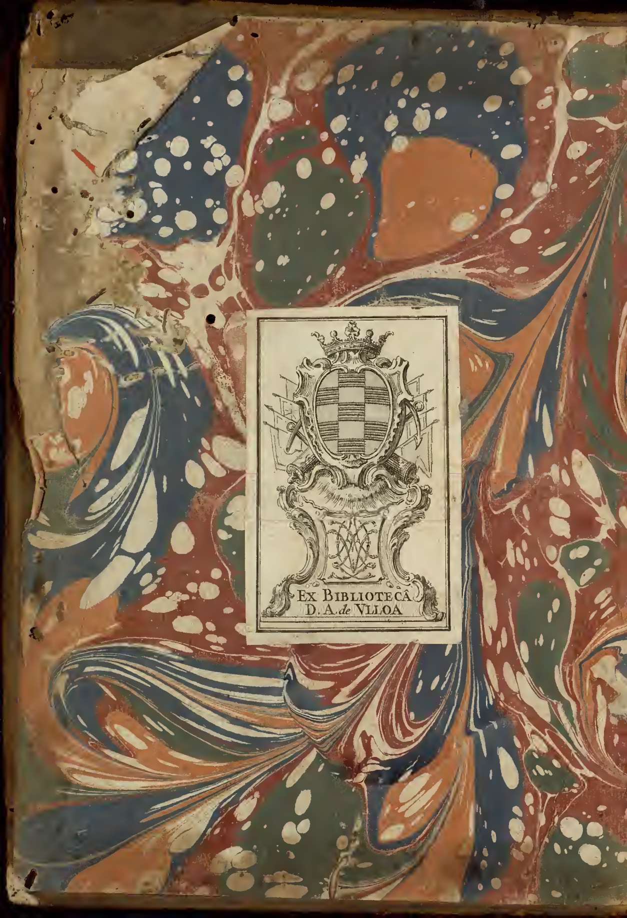



EX BIBLIOTECÂ
D. A. de VLLOA





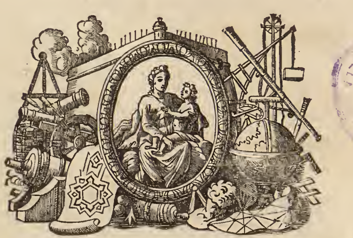


RECUEIL
DES PIECES
QUI ONT REMPORTE' LE PRIX
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES
Depuis leur fondation jusqu'à present.

Avec quelques Pieces qui ont été composées à l'occasion de ces Prix.

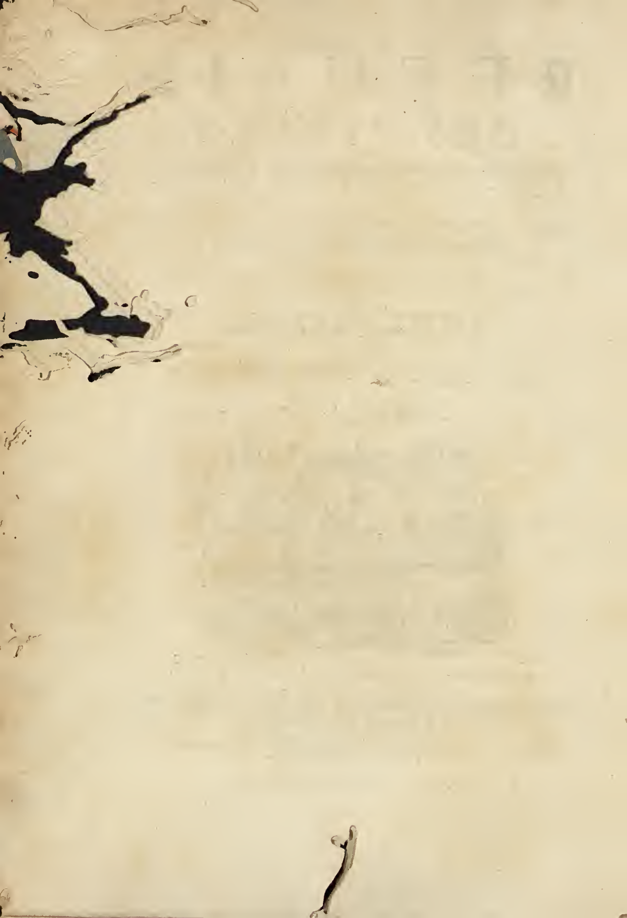
TOME PREMIER.

Qui contient les Pieces depuis 1720 *jusqu'en* 1727.



A PARIS, QUAY DES AUGUSTINS.
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë Gille-cœur, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXII.
Avec Approbation & Privilege du Roy.



CATALOGUE

Des Ouvrages contenus dans ce Premier Volume.



Avis au Relieur.

Les vingt-huit planches de ce Recueil se plient chacune en trois, de maniere qu'elles puissent se tirer hors du livre ; elles se placent à la fin de chaque piéce, selon l'ordre suivant.

Tome Premier.

La planche premiere se place à la fin de la deuxiéme piece de 1720 après la page 100.

La planche 2 se place à la fin de la piece de 1724 après la page 24.

La Planche 3 à la fin de la piece de 1725 après la page 21.

La planche 4 à la fin de la piece de 1726 après la page 57.

Les planches 5, 6, 7, 8, & 9 à la fin du Discours sur le mouvement, par M. Bernoully, après la page 108

Les planches 10, 11, 12, 13, & 14, à la fin de la piece qui a remporté le Prix en 1727 par M. Bouguer, après la p. 164.



PIECES

QUI ONT REMPORTÉ

LES DEUX PRIX

DE

L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Proposés pour l'année mil sept cens vingt, selon la fondation faite par feu M. Roüillé de Meslay, ancien Conseiller au Parlement de Paris.



A PARIS, rue saint Jacques,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Maturins, à l'Image Nôtre-Dame.

M. DCC. XXI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

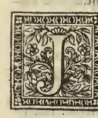
L'Academie avertit le Public pour toujours, en lui donnant les Pieces qui ont remporté les deux Prix, qu'elle n'en ...end adopter ni les idées, ni les opinions, ni les inven-...ons. Elle n'a fait que les préferer aux autres Ouvrages qu'elle avoit entre les mains.

L'Ouvrage qui a remporté le premier Prix, eſt de M. DE CROUSAZ, Profeſſeur en Philoſophie & en Mathematique dans l'Academie de Lauſane.

Et celui qui a remporté le ſecond, eſt de M. MASSY.



DISCOURS
SUR LE PRINCIPE, LA NATURE, ET LA COMMUNICATION DU MOUVEMENT.



E me represente un Physicien comme un homme qui veut faire essai de ses forces, & voir s'il pourroit venir à bout de comprendre comment sont faits les corps qui l'environnent, & de se former des idées justes de la maniere dont ils agissent sur lui, & de celles dont ils agissent les uns sur les autres.

On peut bien donner des noms à des causes que l'on cherche encore, & à des proprietés que l'on ne connoît pas distinctement, & dont on ignore les raisons, tout comme l'on designe en Algebre les quantités qui sont encore inconnues : mais il faut bien prendre garde qu'à force de manier ces signes, & de se rendre ces noms familiers, on ne vienne à se flater de connoître

ſuffiſamment les choſes mêmes qu'on s'eſt accoutumé à indiquer par ces expreſſions ; car il peut aiſement arriver qu'on les croye enfin telles qu'on a trouvé à propos de les ſupoſer, & qu'on ſe permette de n'être point difficile ſur des principes dont la ſimplicité & la ſecheresſe eſt ordinairement peu attraïante, pour ſe livrer au plaiſir d'en tirer des conſequences qui ſurprennent, & par là charment d'autant plus qu'on s'atendoit moins à les voir naître ; de ſorte que ſouvent l'obſcurité même des principes ſert à relever le prix des conſequences. On la reſpecte comme une obſcurité ſacrée ; & c'eſt beaucoup ſi l'on ne regarde pas comme de petits genies, que la moindre difficulté arrête ceux qui, ſous prétexte qu'ils ne peuvent pas s'en former d'idées, refuſent de recevoir des principes d'où l'on tire de ſi riches concluſions. Mais je veux que ces principes fuſſent capables de produire tous les effets merveilleux qu'on leur attribue, s'il étoit vrai qu'ils exiſtaſſent eux mêmes ; peut-être qu'ils n'exiſtent point, & que ces effets ſont dûs à de tout autres cauſes. J'aime donc mieux chercher juſqu'à ce que je comprenne, que de m'arrêter à ce que je n'entens pas.

On ſçait qu'Ariſtote s'étoit ſouvent borné à inventer de nouveaux mots, pour exprimer ce qu'il n'entendoit pas ; & il ſemble qu'il s'étoit moins propoſé d'enrichir ſon entendement de nouvelles lumieres, que la langue Greque de nouveaux termes. Il vouloit pouvoir parler & paroître parler ſavamment, de ce ſur quoi le commun des hommes étoit obligé de ſe taire, faute d'expreſſions auſſi-bien que d'idées.

L'autorité de ce Philoſophe avoit établi dans les Ecoles le goût de l'obſcurité. Il y regnoit depuis long-tems. A la fin il arriva au Peripateтiſme, ce qui arrive à la tyrannie : quand elle eſt parvenue à un certain point, on ne peut plus la ſuporter. Deſcartes leva l'étendart de la liberté ; on lut ſes Ouvrages ; & on connut en les liſant

un plaisir nouveau, celui de voir. Dès-là on conçut du mépris pour les mots ausquels on ne savoit pas substituer des idées. Mais en matiere de Science, comme en matiere de Gouvernement, bien des gens se lassent de la liberté; on aime à se faire des Maîtres; on se regarde comme ayant quelque part à la gloire d'un grand Nom, dès qu'on s'y interesse avec beaucoup de zele. L'obscurité des principes cesse de faire de la peine dès qu'on est résolu de voir par les yeux des autres, & de respecter leur autorité; on les leur passe avec la même facilité que leurs experiences, qui sont aussi une espece de principes, & que l'on ne se donne pas la peine de revoir après eux. On se hâte d'arriver aux consequences qu'ils en tirent, & c'est pour elles qu'on reserve son attention, parce qu'étant fort composées, on se fait d'autant plus de merite de les entendre, qu'il est plus difficile d'en venir à bout.

Les Auteurs de Systêmes, las eux-mêmes de chercher, se laissent enfin aller à la tentation de suposer: ils font essai d'un principe, ils en tirent une consequence; de celle-ci une seconde, de la seconde une troisiéme. Cette fecondité les charme; ils ne peuvent se résoudre à soupçonner d'erreur un principe qui leur fait tant de plaisir, & qui les enrichit de tant de connoissances; ils ne sont en peine que d'en profiter, de bien lier leurs consequences, & de mettre celui qui en a reconnu une, dans la necessité de reconnoître les autres.

Cependant ce ne sont que des verités hypotetiques; elles ont beau être liées necessairement l'une à l'autre; si leur premier principe est incertain, il est vrai de dire qu'elles sont incertaines; & si ce principe est faux, toutes les propositions qui en sont des suites, sont elles-mêmes autant d'erreurs.

On voit une infinité de gens qui prononcent décisivement sur ce qu'ils n'entendent pas. Dans l'enfance on se rend aisement à leur autorité, & on les croit sur

leur parole. On accoutume encore les enfans dans les Ecoles, quoique dans les unes moins que dans les autres, à se charger la memoire de ce qu'ils n'entendent point. A force de se le rendre familier, ils viennent à croire, sans lumiere & sans preuve, ce qu'on leur donne pour des verités. Il n'y a peut-être point d'homme assez heureux pour ne s'être pas familiarisé avec l'obscurité, & pour n'avoir conservé aucun des préjugés de l'enfance ou de l'école. Je serai en garde contre une faute, par l'observation de laquelle je viens de debuter, & je ferai mon possible pour ne rien dire que je n'entende.

Quel est le principe du Mouvement.

Le Mouvement à une cause.

JE vois des corps en repos après les avoir aperçûs en mouvement, & j'en vois qui se meuvent après avoir été en repos. Dès-là je conclus que le corps est indifferent de sa nature, à l'un ou à l'autre de ces états, ou du moins qu'il est susceptible de l'un ou de l'autre. Or tout ce qui peut être & n'être pas, doit avoir été déterminé par quelque cause à être plutôt qu'à n'être pas; & ce qui peut exister de deux manieres, doit avoir été déterminé par quelque cause à exister d'une façon plutôt que de l'autre.

Aujourd'hui nous voyons qu'un corps qui est en repos, se met en mouvement en suite de l'impulsion qu'il reçoit d'un autre; mais comme celui-ci avoit peut-être déja été en repos avant que d'être en mouvement, & que certainement il est susceptible de l'état où nous ne le voyons pas autant que de celui où nous le voyons, il est naturel, & il est conforme à la raison, de demander d'où vient qu'il est lui-même en mouvement, & qu'il en pousse un autre.

On n'échaperoit pas en fuyant, pour ainsi dire, dans l'obscurité de l'infini, & en disant que peut-être y a-t-il

eu de toute éternité quelques corps en mouvement.

En vain, dis-je, on chercheroit à éluder la queſtion par cette défaite ; on y ſeroit aiſément ramené ; car puiſqu'il n'y a aucun corps dont la nature ſoit incompatible avec l'état de repos, & que nous ſommes forcés de reconnoître que le corps le plus agité pouroit conſerver ſon exiſtence, & ſa nature de corps toute entiere, en perdant ſon mouvement, nous ſommes forcés d'avoüer qu'il n'y a aucun corps qui n'ait pû être éternellement en repos, au cas qu'il nous plaiſe de ſupoſer la matiere éternelle, & il faudra toujours convenir que quelque cauſe éternelle a dû déterminer à être en mouvement ce qui pouvoit être éternellement en repos ; car comme aujourd'hui un corps en repos ne tire pas ſon mouvement de lui-même, mais le reçoit de l'efficace d'une cauſe qui lui eſt exterieure ; auſſi un corps éternel, ſupoſé qu'il y en puiſſe avoir, & qu'il y en ait eu, n'auroit pas tiré ſon mouvement éternel de ſa nature, ſuſceptible d'un éternel repos, comme d'un éternel mouvement ; mais il l'auroit reçu de l'impreſſion éternelle d'une cauſe differente de lui.

Si l'on eſſayoit d'éluder le raiſonnement que je viens de faire, en diſant que comme la matiere a exiſté éternellement, & par conſequent n'a point de cauſe ; il en eſt de même du mouvement qu'on ſe donnera la liberté de ſuppoſer éternel, comme la matiere. Je répondrois que rien ne peut être éternel, & ſans cauſe, que ce qui exiſte neceſſairement ; car ce qui eſt éternel, mais qui auroit pû ne l'être pas, devroit tenir ſon exiſtence d'un cauſe éternelle qui l'eût produit de toute éternité. Or ſi l'exiſtence du mouvement étoit neceſſaire, ſi des corps éternels ont été éternellement en mouvement, parce que c'étoit une neceſſité qu'ils le fuſſent, ils le ſeroient encore ; & un corps à qui le mouvement a été une fois ſi eſſentiel, qu'il lui a appartenu neceſſairement, & éternellement, ne l'auroit jamais perdu. Cependant

les corps qui se meuvent, perdent de leur mouvement à mesure qu'ils en donnent aux autres.

Si quelques-uns des corps qui composent l'Univers ont eu un mouvement éternel, l'ont-ils eu necessairement ou par hazard ? Etoient-ils tels qu'ils ne pussent être sans mouvement, ou pouvoient-ils aussi être en repos ? Dira-t-on que le hazard en a décidé, & que par là seulement un corps qui auroit pû être éternellement en repos, a été dans un mouvement éternel ?

Si on aime mieux regarder les mouvemens éternels, comme des mouvemens d'une existence necessaire, d'où vient qu'un corps, après s'être mû éternellement, est venu à perdre une partie de son mouvement, ou à le perdre tout entier ?

Il y a plus, les corps dont les mouvemens sont supposés éternels, se sont-ils mûs éternellement sans en point recontrer, & sans en point pousser ? N'est-ce qu'après une éternité que leur mouvement a éprouvé des chocs & des diminutions ? Ou ont-ils eu éternellement quelques corps dans leur voisinage ? Si cela est, un corps éternel en aura éternellement poussé d'autres, & de toute éternité il aura eu du mouvement, & en aura perdu ; & cependant celui qu'il aura perdu, il l'avoit avant que de le perdre. Ainsi plus l'on s'obstine dans l'hypothese d'un mouvement éternel, plus l'on s'enfonce dans des contradictions.

Il ne faut pas se laisser éblouïr par ce qu'offriroit de commode la supposition de quelques corps à qui le *mouvement* seroit *essentiel*, comme le repos aux autres. Ceux-là, diroit-on, ne le perdroient jamais, mais le conserveroient toujours tout entier, quoiqu'ils parussent en perdre une partie lorsque les effets de leur activité seroient ralentis par les masses qu'ils seroient obligés de porter avec eux ; comme l'activité d'un cheval paroît ralentie par le poids dont il est chargé, quoique sans devenir plus grande, & sans recevoir aucun accroissement

ment, elle le fera avancer d'avantage dès qu'on aura diminué la charge qui la retardoit.

Pour répondre, je n'ai pas besoin de faire remarquer la difference qu'il y a entre un corps organique composé d'une infinité de ressorts, & de machines de toutes especes, dont le jeu est entretenu par le sang qui y circule, par la fermentation de mille sucs, par l'air que respirent les animaux, &c. & un corps simple à qui aucune cause interieure non plus qu'exterieure ne rend le mouvement qu'il perd à la rencontre de ceux qu'il fait mouvoir. Je ne combatrai pas non plus cette suposition par son obscurité, & par la difficulté qu'on éprouve ou plutôt par l'impuissance où l'on est de se former une idée d'un corps doüé d'un mouvement essentiel & imperdable. Il me suffit de faire voir que cette hypothese ne répond pas aux phenomenes du mouvement.

Quand un corps en choque un autre, il faudroit, selon ce systême, qu'une partie des corpuscules qui sont essentiellement mobiles, passassent du premier dans le second, & que chaque corps s'avançât à proportion de la quantité des corpuscules qui le porteroient en avant. Mais d'où vient qu'un corps n'en chasse un autre que dés qu'il vient à le toucher ? Doù vient que ces corpuscules si mobiles ne s'échapent pas du premier pour passer dans le second, à quelque proximité qu'il en soit à moins qu'il ne le touche ? L'air leur laisse un chemin trés libre ; cependant ils n'y passent point.

Dira-t'on que ces corpuscules, sources & sujets propres de tous les mouvemens, ne se détachent d'une masse, où ils sont une fois nichés, qu'à proportion des obstacles qu'une autre fait à la continuation de leur route ? Mais d'où vient qu'il en passe tout autant d'une boule dans une autre, quoiqu'elles ne se touchent qu'en un point, qu'il en passeroit d'un cube dans l'autre, s'ils étoient de même poids que les boules, quoique la surface de l'un s'aplique sur toute la surface de l'autre ?

Il faut qu'ils se dégagent bien aisément, & il faut leur atribuer une singuliere dexterité, & une espece d'intelligence & de conduite pour quiter ainsi toutes les parties de la boule où ils sont répandus, & en sortir tout à la fois par le seul point du contact, ou pour s'échaper par des lignes paralleles au diametre qui passe par ce point, traverser l'air, où ils n'avoient garde de s'échaper sans cela, & se rendre dans la même boule où se sont rendus ceux qui ont defilé parle point du contact, s'y arrêter enfin & s'y nicher jusques à ce qu'une occasion semblable les avertisse de se séparer.

Le feu de la poudre contient une prodigieuse quantité de ces corpuscules mobiles : ils se repandent dans l'air en un moment avec une extrême promtitude. Doù vient qu'ils n'y passent pas à beaucoup près si vîte dès qu'ils sont entrés une fois dans la bale ? Il y en entre plus quand la charge du fusil est grosse que quand elle est petite : Ils n'y entrent pourtant pas tous dans ce dernier cas ; d'où vient qu'il n'y en entre pas autant qu'elle en peut contenir ? Doù vient qu'il en entre moins dans une bale de bois ou dans une bale de metal creuse que dans une bale solide ? Est-ce qu'il n'y a pas assés de pores pour les contenir ; ou si quand les pores sont trop ouverts ils s'échapent des petits pores qui sont dans les particules solides, pour passer dans les grands pores, que ces parties laissent entr'elles, & de là se dissiper ? Si cela est, doù vient qu'ils ne se dissipent pas incontinent des pores d'une boule solide dans l'air qui l'environne ?

On ne peut pas faire retomber les Questions que nous venons de faire sur la cause premiere elle-même de tout mouvement. On ne peut pas dire que pouvant être & n'être pas, il faut qu'il y ait eu une cause qui l'ait déterminé à être plutôt qu'à n'être pas. Ce langage ne signifie rien : On ne sçauroit chercher une telle cause sans extravagance, ni la suposer sans contradiction. On

ne ſçauroit ſupoſer un être abſolument parfait comme capable d'exiſter, mais n'exiſtant pas encore, ſans ſe contredire ; car ce qui eſt neceſſairement & ce qui eſt ſi réel qu'il implique contradiction qu'il ne ſoit pas, eſt ſans contredit plus parfait que ce qui eſt, mais qui auroit pû n'être pas.

Il y a plus : Si l'être abſolument parfait n'exiſtoit pas actuellement, il ſeroit impoſſible qu'il exiſtât jamais ; car ce qui le détermineroit à exiſter ſeroit plus parfait que lui, & outre la puiſſance il auroit l'éternité, & par conſequent une réalité infinie de plus que lui.

Quand nous parlons de l'être abſolument infini, ou abſolument parfait, ſi nous voulons penſer conformément à nos expreſſions, nous nous rendrons atentifs à l'idée de l'être, & nous nous abſtiendrons de le borner à la poſſibilité & d'en exclure l'exiſtence actuelle, l'exiſtence éternelle, l'exiſtence neceſſaire.

Quand on va à la recherche des premiers principes, c'eſt une neceſſité de ſe rendre attentif à des idées un peu Metaphyſiques : Ces idées ſont ordinairement ſuſpectes, & j'avouë que ce n'eſt pas ſans fondement. On abuſe aiſément de la Metaphyſique, parce que comme ſes idées ne frapent pas l'imagination, on s'accoûtume à ne s'y rendre pas attentif, & par là on s'accoûtume à ne mettre pas ſur cette matiere une aſſés grande difference entre les mots qui ſignifient & ceux qui ne ſignifient pas ; on n'eſt pas aſſés circonſpect & aſſés exact à diſcerner ceux dont on a fait une juſte aplication d'avec ceux qu'on aplique à des ſujets auſquels ils ne conviennent pas.

Mais pourvû qu'on uſe d'atention & de diſcernement, on peut faire des demonſtrations Metaphyſiques auſſi ſures que les demonſtrations Mathematiques. La verité de celles-ci ne depend pas de ce qui s'offre aux yeux ; car ſi cela étoit, elles n'établiroient que des verités particulieres, au lieu qu'elles roulent ſur des verités très

universelles, dont ce qu'on a sous les yeux n'est qu'un exemple particulier. Il faut pour entrer dans la force d'une demonstration s'assurer que tout ce qui est vrai de ce qu'on a sous les yeux, est vrai de l'idée generale dont cet objet determiné n'est qu'une aplication.

Et pour ce qui est des impressions qui se font sur nos sens, & qu'on regarde comme l'unique fondement des idées Physiques, elles n'établissent point nôtre certitude seules & par elles-mêmes : Ce n'est pas precisément parce qu'il s'excite en nous des sensations de couleurs, de sons, &c. que je puis conclure qu'au dehors de nous existent des corps qui les causent ; chacun sçait qu'il faut raisonner & profiter des idées de l'entendement pour démontrer cette consequence, & pour faire passer en certitude les raports de nos sens.

La connoissance de la nature du corps, conduit à celle de la nature du mouvemét, & à la découverte de son origine.

Plus on connoîtra distinctement la nature du corps, plus on s'assurera qu'il faut chercher hors du corps la cause premiere de son mouvement. Deplus, le mouvement étant une maniere d'être du corps, mieux nous connoîtrons ce que le corps est, moins nous courons risque de nous tromper en lui assignant des attributs qui ne lui conviendroient pas ; de sorte que pour établir la nature & l'origine du mouvement, je débute par déterminer la nature du corps, qui en est le sujet.

Il faut convenir que l'étenduë est une substance, puisque la définition de la substance lui convient tout-à-fait ; il n'y a point de caractere plus sûr, ni de voye plus naturelle pour en décider : On conçoit que l'étenduë a une existence qui lui est propre, une existence à part, qui n'est l'existence d'aucune autre chose ; c'est ce qu'on ne concevroit point, si elle étoit le mode, l'attribut, la maniere d'être d'une autre substance.

L'étenduë étant une substance, l'étenduë & la substance étenduë sont des termes synonymes ; il ne faut point chercher dans l'étenduë une substance differente d'elle, non plus qu'on ne cherche point dans le

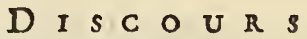
triangle une figure differente de lui, quand on le définit par une figure triangulaire ; car quelle eſt cette figure, ſi ce n'eſt le triangle même ? Ainſi quand on définit le corps une ſubſtance étenduë, quelle eſt cette ſubſtance ? c'eſt l'étenduë même.

S'il y avoit dans les ſimples corps, dans une pierre, par exemple, une ſubſtance differente de l'étenduë, on ſe ſeroit trompé en regardant cette pierre, comme n'ayant d'autre ſubſtance que ſon étenduë, de la même maniere qu'on ſe tromperoit en regardant un animal de quelque eſpece juſqu'ici inconnuë, & que l'on prendroit pour un animal brute, quoiqu'il eût une ame ſemblable à celle de l'homme. En ce cas il y auroit dans cette pierre une ſubſtance differente de l'étenduë, & dans cette enceinte, où nous ne ſupoſions qu'une ſeule ſubſtance, il y en auroit deux ; mais l'étenduë en ſeroit toûjours une.

De plus, cette ſubſtance prétenduë du corps eſt-elle étenduë, ou ne l'eſt elle pas ? ſi elle eſt étenduë, ſon étenduë differente de celle que nous voyons & que nous connoiſſons, cette étenduë inconnuë eſt-elle une ſubſtance, ou encore attribut d'une autre ſubſtance ? s'ils diſent qu'elle eſt ſubſtance ; l'étenduë peut donc être ſubſtance, & tout ce qu'ils objectent contre celle que nous connoiſſons retombe ſur celle que nous ne connoiſſons pas qui étant étenduë ſera diviſible, & étant étenduë finie, ſera figurée comme celle que nous connoiſſons.

Diront ils qu'elle n'eſt pas ſubſtance, mais attribut d'une ſubſtance ? Voila donc deux attributs étendus, le connu & l'inconnu, & par là encore on n'avance rien, car je réïtere la même queſtion ſur la ſubſtance dont l'étenduë inconnuë ſeroit un attribut plus immediat que la connuë.

S'ils répondent qu'ils n'en ſçavent rien, & qu'ils n'en peuvent rien ſçavoir, puiſqu'ils n'en ont aucune idée ;


je crois qu'ilsparlent comme ils penſent, mais par là ils ne levent point la difficulté.

Ils peuvent ignorer ſi elle eſt étenduë ou non étenduë, mais ils ne peuvent pas ignorer qu'elle eſt neceſſairement l'un ou l'autre ; vous voyés un homme de loin & dans l'obſcurité : je vous demande s'il eſt de vôtre connoiſſance ? vous répondez que vous n'en ſçavez rien, & vous avez raiſon de répondre ainſi, car vous ne l'apercevés pas aſſez diſtinctement pour en décider. Mais ſi je vous demande, n'eſt-il pas vrai ou que vous l'avez vû ci devant, ou que vous ne l'avez jamais vû, ou que vous en ſçavez le nom, ou que vous ne le ſçavez pas ? vous ne ſçauriez diſconvenir qu'un des deux ne ſoit vrai. De même s'il y avoit dans le corps une ſubſtance differente de l'étenduë que nous voyons ſûre, de ces deux propoſitions ſeroit vraie, *cette ſubſtance eſt étenduë*, *cette ſubſtance n'eſt pas étenduë* ; car tout ce qui eſt du rang des choſes étenduës, ne l'eſt pas des non étenduës, & reciproquement.

Or j'ai déja prouvé qu'on ne peut pas dire dans le ſiſtéme que je combats, qu'elle ſoit étenduë ; ſi donc je prouve encore qu'il n'eſt pas permis de la ſupoſer non étenduë, il faudra tomber d'accord qu'il n'eſt du tout pas permis de la ſupoſer, & que c'eſt une chimere ; cette derniere partie eſt facile à prouver. Ce qui n'eſt point étendu ne peut pas être le ſujet dans lequel l'étenduë ſubſiſte ; la ſubſtance dont l'étenduë eſt un des attributs, exiſte d'une maniere étenduë, puiſque l'étenduë eſt une de ſes manieres d'être un de ſes états : Or être dans un état étendu, exiſter d'une maniere étenduë, c'eſt être étendu, ou c'eſt être de l'étendue.

La figure eſt un attribut de l'étendue, c'eſt l'étendue même en tant que terminée ; le mouvement eſt un attribut de l'étendue, & c'eſt l'étendue même en tant que changeant de place. Quelle plus grande difference qu'entre ce qui eſt étendu & ce qui ne l'eſt pas ? ſi

la ſubſtance du corps n'eſt pas étendue, l'étendue ſon premier attribut ſera infiniment different de ſa ſubſtance. L'étenduë d'un corps pourroit donc tout au plus être regardée comme quelque choſe d'apartenant à une ſubſtance, comme quelque choſe ſur quoi une ſubſtance non étendue auroit quelque pouvoir; mais en la concevant ainſi, on la concevroit comme une ſubſtance dépendante d'une autre differente d'elle.

Mais l'étendue, diſent-ils, eſt diviſible à l'infini, comment ſeroit-elle une ſubſtance? Quoi donc, quand on diviſeroit cet attribut, on ne diviſeroit point ſa ſubſtance? quand on a partagé un pied cube d'or en cent mille pieces, la ſubſtance de cette maſſe ainſi diviſée demeure-t'elle indiviſible? paſſe-t'elle toute entiere dans chacun de ces morceaux, ou ſi elle reſte toute entiere avec un ſeul d'eux?

Le terme d'*un* eſt un terme relatif, & non pas abſolu; un pied cube d'étendue, eſt l'étendue d'un pied, c'eſt une ſubſtance d'un pied, & non pas de deux. Le pied d'étendue à ſon exiſtence à part de tous les autres pieds imaginables. Mais il contient 1728. pouces cubes? cela eſt vrai, & chaque poulce cube eſt une ſubſtance? cela eſt encore vrai, c'eſt une étendue d'un pouce & non de deux, qui a ſon exiſtence à part de tout autre pouce cubique imaginable.

Enfin, dira-t'on, il eſt bien force de ſuppoſer une ſubſtance corporelle differente de l'étendue, puiſqu'avec l'étendue ſeule on ne ſçauroit expliquer ni la dureté ni la peſanteur; & d'où ſçavent ils que cela ne ſe peut? Sçavent ils tout? ont-ils vû toutes les combinaiſons poſſibles des modifications de l'étendue? Peut être qu'en ajoûtant quelque choſe à ce qu'on a déja dit de plus raiſonnable ſur les cauſes de ces deux proprietés des corps terreſtres, il ne reſtera plus de difficulté. Ce ſont là des qualitez que Monſieur *Boile* apelloit fort à propos *Coſmiques*. L'agencement de la vaſte machine de

l'Univers en eſt la cauſe, & elles ne ſont pas des qualités qui dérivent immediatement de ce qui eſt eſſentiel à un bloc d'étendue en elle-même. On peut donc, pendant qu'on n'en connoîtra pas exactement la cauſe, conjecturer très-raiſonnablement, qu'il y a dans la diſpoſition de l'Univers quelque arrangement qui ne nous eſt pas encore aſſez connu, pour en comprendre toutes les conſequences, & pour en voir tous les effets.

Supoſons que l'hypoteſe de Deſcartes ſur la peſanteur, ſoit la veritable; avant lui on n'en avoit aucune idée; à cauſe de cela, étoit-on en droit de l'imputer à une *forme ſubſtantielle?* Supoſons encore que celle de Monſieur Newton ſur les couleurs, nous en découvre preciſément les cauſes; on n'y penſoit pas avant lui; & ſi quelqu'un, après avoir refuté toutes les autres conjectures où il entroit du Mechaniſme, avoit conclu, en diſant qu'il s'en falloit tenir à la penſée des Ariſtoteliciens, & dire que les couleurs ſont dans les corps des qualitez, toutes ſemblables aux ſentimens qu'elles excitent, n'auroit-on pas eu raiſon de leur dire, *vôtre concluſion eſt precipitée; viendra le tems qu'un genie plus penetrant, plus patient ou plus heureux, tirera de ſes vrais principes, une explication des couleurs, auſſi differente de celle d'Ariſtote, que de tous ceux que les Ariſtoteliciens refutent.*

Combien les Nombres n'ont-ils pas de proprietés? combien de Theorêmes ne fourniſſent pas leurs combinaiſons? combien de Problêmes ne peut-on pas propoſer ſur les Nombres, de même que ſur les Triangles, les Cercles, & les autres Figures? En rejettera-t-on la définition, dés qu'on ſera arrêté par la difficulté de donner quelque ſolution compliquée?

Dès qu'on ſera convenu que corps & étendue c'eſt la même choſe, on ſera obligé de reconnoître, & on verra trés-clairement, qu'aucun corps, c'eſt-à-dire, qu'aucune portion d'étendue ne peut tirer ſon mouvement d'elle-

d'elle-même, qu'elle ne ſçauroit paſſer d'elle-même de l'état de repos à celui de mouvement; qu'elle eſt indifferente à l'un & à l'autre de ces deux états; qu'elle eſt également ſuſceptible de l'un & de l'autre; que par conſequent il faut que quelque cauſe exterieure la détermine à l'un plûtôt qu'à l'autre.

Mais cette cauſe, differente de la ſubſtance corporelle, comment y a-t'elle fait naître le mouvement? Je répondrai encore à cette demande, non ſeulement parce que cela me paroît neceſſaire, pour achever d'éclaircir la queſtion ſur le principe du mouvement, mais de plus, parce que cela nous amenera à en découvrir la nature.

La premiere cauſe du mouvement eſt une *intelligence.*

Comme nous n'avons d'idée que de deux ſubſtances, de l'étendue & de celle qui penſe, & qu'en qualité de Phyſiciens, nous voulons faire eſſai de nos idées, voir juſqu'où elles ſont capables de nous conduire, après avoir connu que la ſubſtance étendue ne peut pas être elle-même l'origine de ſon mouvement, il faut eſſayer de la chercher dans une ſubſtance intelligente; or à quelque intelligence qu'on s'aviſât d'attribuer les premiers mouvemens de l'Univers, comme il faudroit toûjours reconnoître que cette intelligence tiendroit ſon pouvoir de l'intelligence ſuprême & éternelle, c'eſt dans la puiſſance & dans la volonté de celle-cy, qu'il faut chercher la premiere origine du mouvement.

La puiſſance d'un être, tel qu'il ſoit, c'eſt cet être même exiſtant d'une certaine façon, ou conſideré à de certains égards, c'eſt cet être même agiſſant, & faiſant naître quelque choſe qui auparavant n'étoit pas ſubſtance ou état de ſubſtance. La puiſſance de l'être ſans bornes, de l'être infiniment réel, c'eſt donc cet être même, & par conſequent elle eſt auſſi ſans bornes, elle eſt infiniment réelle, infiniment active. L'intelligence éternelle peut produire tout ce qu'elle veut, & le produire avec une infinie facilité, c'eſt-à-dire avec une facilité proportionnée à ſa puiſſance, proportionnée

à ce qu'elle eſt. Il ſuit de là qu'elle opere par ſa volonté, que ſon ordre eſt immediatement ſuivi d'un effet tel qu'elle l'a voulu, tel qu'elle l'a ordonné; car s'il falloit que cet acte de ſa volonté fût encore ſoûtenu de la moindre application, fût accompagné du moindre effort, la facilité ne ſeroit pas infinie; & une volonté efficace par elle-même, agiroit encore plus facilement, & ſeroit encore plus puiſſante.

Nous faiſons naître divers mouvemens dans nôtre corps par la ſeule efficace de nôtre volonté, ou du moins ſi la volonté ne produit pas immediatement les mouvemens de nos muſcles, elle détermine les eſprits à y couler, & en général les cauſes qui les agitent à s'y porter: nôtre volonté eſt donc cauſe de ces manieres d'être, que nous appellons des déterminations de mouvement, ſes ordres ſont incontinent exécutés; les cauſes immediates des mouvemens de nos bras & de nos jambes lui obéïſſent incontinent, quoique cette volonté ne connoiſſe pas ces cauſes, & que ces cauſes ne la connoiſſent pas, & ne ſoient pas même capables de connoiſſance.

Quand on ſuppoſeroit qu'il n'y a dans l'homme qu'une ſeule ſubſtance, la volonté & le mouvement ſeroient toûjours deux attributs très-differens: la volonté eſt une maniere d'être, qui ſe ſent, & qui ſe connoît par là même qu'elle exiſte; au lieu que le mouvement ne ſe ſent ni ne ſe connoît; l'une ſeroit pourtant la cauſe de l'autre.

Enfin ſi l'on penſe que nôtre volonté n'eſt qu'une cauſe occaſionelle des mouvemens de nos eſprits, ou de leurs déterminations, il faudra toûjours reconnoître qu'elle en eſt la cauſe aparente: or ce dont elle eſt une apparence, une ombre, une repreſentation, il faut que la realité s'en trouve quelque part: ce ſera dans la volonté de l'être ſuprême.

Cet être renferme toutes les perfections abſoluës, c'eſt-à-dire, qui ne ſont accompagnées d'aucune im-

perfection; infini il se suffit à lui-même; heureux par lui-même, & infiniment satisfait de se connoître, & de joüir de lui même, il pouvoit ne rien produire de different de soi-même, car il n'avoit besoin de rien; & comme le mouvement pouvoit être & n'être pas, il pouvoit le produire ou ne le produire pas; la volonté suprême est libre, il est essentiel à la parfaite liberté de se déterminer elle-même, & sa volonté s'est elle-même librement déterminée à vouloir que l'étenduë fût, & à vouloir qu'il y eût du mouvement dans l'étenduë. Voïons le naître de cette volonté.

Considerer les choses dans leur naissance, c'est un des moyens des plus propres pour les connoître; car chaque chose est precisément ce que sa cause lui a donné d'être en la faisant, & si elle est l'effet d'une volonté, elle se trouve precisément telle que cette volonté a voulu qu'elle fût, lorsqu'elle en a ordonné la naissance.

De la nature du Mouvement.

POur voir naître le premier mouvement, il faut d'abord supposer qu'il n'y en a point, c'est-à-dire, se representer toutes les parties de l'Univers dans un parfait repos. Naissance du mouvement.

Cette suppositon est très-raisonnable; on commence par le plus simple, & le repos l'est infiniment, en comparaison du mouvement. Un corps en repos est toûjours dans le même état, & conserve constamment & uniformément les mêmes relations; mais quoiqu'un corps en mouvement soit toûjours en mouvement pendant qu'il se meut, & que son mouvement puisse de plus être uniforme, c'est-à-dire, aller toûjours d'un train égal, il y a néanmoins dans le mouvement un changement continuel, & ce changement lui est essentiel; il s'éloi-

gne toûjours plus d'un terme, & s'aproche toûjours plus d'un autre, les relations de distance ne demeurent jamais les mêmes; il s'aplique toûjours à des parties differentes, il les parcourt l'une après l'autre; il est dans une succession continuelle; dans le repos on ne trouve qu'une parfaite identité.

Je choisis dans cette vaste étenduë, où il n'est encore arrivé aucun changement, & je désigne par la pensée, une Sphere de six pieds, par exemple, de rayon; sa surface convexe parfaitement polie, est immediatement touchée en tous les points, par une concavité qui l'embrasse, & qui est aussi parfaitement polie; c'est-à-dire, je ne conçois aucune des parties de l'une engagée dans les interstices de l'autre.

Cette Sphere, & ce qui l'environne, sont dans un parfait repos, ce sont toûjours les mêmes parties de l'une & de l'autre surface, qui se touchent constamment. Prenés dans cette Sphere quelque partie qu'il vous plaira, comparés-la avec quelle que vous voudrez choisir dans les corps qui l'environnent; sa situation demeurera la même, sa relation de distance ne changera point.

Concevés après cela que l'intelligence suprême veut que cette Sphere applique successivement la surface *convexe* qui la renferme à la surface *concave* qui l'embrasse immediatement; cette volonté sera incontinent suivie de son effet, & cette Sphere se mettra en mouvement. Concevés l'intelligence suprême, qui ordonne à cette Sphere de se mettre en mouvement; cet ordre sera aussi exécuté, & elle, c'est-à-dire, toutes ses parties, appliqueront successivement la surface *convexe* qui les renferme toutes à la *concavité* qui la touche.

Premier caractere.

Je vois déja par là que le mouvement est l'état d'un corps qui applique successivement sa surface à l'étendue qui l'avoisine immediatement; c'est la *premiere* proprieté essentielle au mouvement, que sa naissance me fait apercevoir.

Je m'aperçois en même tems d'une *seconde*, qui n'est pas moins essentielle, c'est qu'il n'y a aucune partie dans cette Sphere, qui ne change sans cesse de situation, par raport aux parties de la concavité, à laquelle je la compare; ce n'est pas la surface convexe de la Sphere, qui s'applique seule successivement: toutes les parties qu'elle renferme, & dont elle est la surface commune, contribuent à l'appliquer, & en faisant cela, elles changent toutes de situation. Second.



Désignés encore par la pensée, vers l'extremité de cette Sphere, un anneau d'un pied d'épaisseur, & figurés-vous qu'il se meut, tout le reste demeurant immobile, toutes les parties renfermées entre les surfaces, l'une convexe & exterieure, l'autre interieure & concave de cet anneau, changeront de situation, par raport aux corps qui les environnent, & toutes ensemble appliqueront successivement les deux surfaces dans lesquelles elles sont renfermées, & qui sont les extremités de tout qu'elles composent.

Mais le centre de cette Sphere se meut-il aussi? Sans doute, car tout ce qui est renfermé dans son enceinte, se meut. On supose ordinairement un rayon de cercle tournant au tour d'un centre, qu'on regarde comme immobile; mais c'est une suposition abstraite: on fait abstraction du mouvement de ce centre, on en parle comme d'une Sphere infiniment petite & immobile, au tour de laquelle l'extremité du rayon tourneroit, & l'erreur de cette suposition n'est d'aucune consequence, parce qu'elle est infiniment petite, Mais réellement & exactement parlant, le centre c'est l'extremité du rayon, ce rayon se meut & son extremité, qui est quelque chose de lui-même, se meut aussi: une Sphere est composée de deux Hemispheres, les surfaces planes de ces deux Hemispheres se touchent immediatement; dans l'une & dans l'autre il y a un rayon, & ces deux rayons posés bout à bout, forment le Diame-



tre ; entre l'extremité de l'un & celle de l'autre, je parle des deux extremités qui se touchent, il n'y a absolument aucun intervalle, & on peut prendre pour centre celle de ces deux extremités qu'on voudra. Il arrive à chacune de ces extremités des deux rayons, ce qui arrive à toute la surface plane de chacun de ces deux Hemispheres : elles changent sans cesse de situation, elles sont toûjours tournées vers de differens endroits, ce qui étoit superieur dévient inferieur après un demi tour ; ce qui étoit tourné à la droite, est tourné à la gauche après autant de mouvement.

En ... mouvemét parcourt un es-

L'assemblage de tout ce qui compose la Sphere, en appliquant successivement sa surface, & en changeant de situation, parcourt une espace ; c'est une *troisiéme* proprieté essentielle au mouvement ; mais il faut que je m'explique.

Pour ne m'embarasser d'aucune hypothese, j'ai déja preferé de voir naître un mouvement circulaire à un mouvement en droite ligne, parce qu'à moins de suposer un vuide parfait, un mouvement en droite ligne ne peut se concevoir seul. Tout mobile qui s'éloigne d'un terme & s'aproche d'un autre, en parcourant une ligne droite, chasse de son chemin ce qu'il rencontre, & à moins d'un grand vuide, l'oblige de circuler ; par là le mouvement en droite ligne, emporte le circulaire, au lieu que le circulaire peut se concevoir tout seul ; c'est par cette raison que je l'ai choisi, afin qu'à la vûë du mouvement naissant, nôtre attention ne fût pas obligée de se partager sur beaucoup d'objets. J'éviterai encore la question du vuide, dans cette troisiéme remarque que je fais sur ce qui est essentiel au mouvement. Je prévois que cette controverse pourra trouver une place plus commode dans la suite des questions qui se presenteront après cette année.

La concavité en repos qui embrasse nôtre Sphere en mouvement, est très-réelle, c'est l'extremité d'une éten-

duë corporelle ; elle est necessairement d'une certaine capacité, & dans nôtre suposition, ce qu'elle renferme est aussi une étenduë corporelle : un corps qui se meut parcourt donc une concavité corporelle ; cette concavité est d'une capacité déterminée, dans l'hypothese du plein, toûjours remplie d'une étenduë corporelle, quoique non pas toûjours de la même, parce que quand il y a du mouvement, l'une succede à l'autre.

Dés que la suposition du vuide sera une fois accordée, l'idée de l'espace parcouru sera plus simple ; mais cette suposition a aussi ses difficultés. Je ne prens pas parti quand il n'est pas necessaire.

Quand une Sphere se meut au tour de son centre, une certaine & même portion de concavité, aprés avoir été parcourue successivement par une certaine partie de la convexité du mobile, est ensuite parcouruë par une autre, de la même façon ; à la seconde succede une troisiéme toûjours parcourant la même partie, & ainsi sans interruption ; au lieu que dans une concavité étenduë en ligne droite, une certaine portion, aprés avoir été parcouruë, ne l'est plus, toutes les parties du mobile l'abandonnent entierement.

Cette idée du mouvement conçû, comme l'état d'un corps qui parcourt une espace, ou qui parcourt une concavité d'une capacité déterminée, éclaircit tout-à-fait ce qu'on apelle la *quantité* du mouvement.

Idée de la quantité du mouvement

Tous les Physiciens que j'ai lû, aprés avoir suposé que le mouvement est une quantité, la définissent en disant que c'est *le produit de la pesanteur du mobile par la vitesse.* Déja la suposition n'est pas sans obscurité, à cause de l'idée qu'on a accoûtumé d'attacher au mot de quantité, qui presente quelque chose de fixe, d'étendu, de grossier ; l'embarras croît quand on y fait entrer une regle de multiplication, qui a pour une de ses racines, la masse ou le poids, & pour l'autre la vitesse, deux genres d'être fort differens.

On peut rendre très-claire cette idée, par le raiſonnement ſuivant. Qui dit mouvement, dit ſucceſſion, c'eſt une de ſes proprietés eſſentielles. Qui dit ſucceſſion, dit une maniere d'être, qui n'eſt point renfermée dans de certaines bornes, c'eſt-à-dire une maniere d'être qui n'eſt point fixe, qui n'eſt point déterminée, & n'a point une certaine préciſion dont elle ne puiſſe s'écarter. Dés qu'une application eſt ſucceſſive, elle peut l'être moins & elle peut l'être plus. Un corps peut changer plus ou moins de ſituation, cela ſignifie qu'il peut ſe mouvoir plus ou moins, qu'il peut parcourir plus ou moins d'eſpace; toutes ces expreſſions ſont ſynonimes, la ſignification de l'une emporte la ſignification de l'autre; ce que l'on déſigne par l'une, eſt inſeparable de ce que les autres ſont entendre, c'eſt donc une neceſſité qu'il y ait dans le mouvement du plus & du moins, & par conſéquent le nom de *quantité* lui convient.

Quand plus d'eſpace eſt parcouru, il y a plus de mouvement, quand moins d'eſpace eſt parcouru, ou quand la concavité parcouruë eſt d'une moindre capacité, il y en a moins.

Pour avoir la grandeur d'une eſpace, ou, ce qui revient au même, la capacité d'une ſurface concave, on ſçait qu'il en faut multiplier la longueur par la baze; or les mêmes nombres dont on ſe ſert pour exprimer le raport de deux longueurs de chemin, ce ſont les mêmes nombres qu'on employe pour exprimer le raport des deux viteſſes; car une viteſſe eſt à l'autre comme la longueur du chemin qu'un des mobiles parcourt à la longueur de celui que parcourt un autre mobile, dans le même tems.

Le poids d'un mobile répond à la baze de l'eſpace parcouru, ce que je prouve ainſi. Qu'on ſe repreſente un cube parfaitement ſolide, ſi on le ſupoſe diviſé en une infinité de tranches très-minces, qui parcourent l'une après l'autre la longueur d'une toiſe, c'eſt tout comme

ſi

si autant de toises qu'il y a de tranches avoient été parcouruës par une seule de ces tranches. Donc pour avoir la grandeur de l'espace parcouru, il faut multiplier une toise par la somme de toutes les tranches. Le poids du cube donne cette somme absolument, si la pesanteur est quelque chose d'absolu, il la donne relativement, si la pesanteur n'est que relative; & cela suffit, parce que quand on parle de la quantité du mouvement, on ne se borne jamais à penser au mouvement d'un seul corps en lui-même, mais on compare toûjours deux mouvemens entr'eux.

Si toutes les tranches dans lesquelles on supose le cube divisé, au lieu d'être assemblées en cube, étoient rangées le bord infiniment mince de l'une sur le bord infiniment mince de l'autre, pour composer une simple surface en situation verticale; quand cette surface décriroit la longueur d'une toise, il se parcourroit autant d'espace tout d'un coup, qu'il s'en parcourt quand chaque tranche, se mouvant à la suite de l'autre, décrit l'espace qui vient d'être parcouru par celle qui la precede.

Quand le cube est partagé en tranches, la concavité qui les embrasse a bien une surface incomparablement plus grande que celle qui envelope le cube, mais elle n'est pas d'une plus grande capacité, & ne renferme précisément que la même quantité d'étenduë; ainsi par raport à l'étenduë de la capacité parcouruë, n'importe quelle figure & quel agencement on donne à la même quantité de parties solides.

Si le premier cube que nous avons supofé étoit divisé en un grand nombre de petits qui ne se touchassent que par leurs angles, laissant entr'eux des intervalles d'une grandeur égale à la leur, la surface qui environneroit cet assemblage de parties solides & d'intervalles, seroit bien encore d'une capacité plus grande que celle qui environnoit le cube; mais la somme des capacités

de toutes les ſurfaces qui environneroient les parties ſolides, feroit toûjours la même, & c'eſt à ces parties ſolides, & à la capacité de la ſurface qui les renferme, qu'on a uniquement égard, quand il s'agit de la quantité du mouvement; parce que dans l'hypotheſe du vuide, il n'y a rien dans les intervalles; & dans l'hypotheſe oppoſée, il ſont remplis d'une matiere ſubtile & fluide, qui y coule avec facilité, & s'en échape ſans ceſſe; de ſorte qu'elle ne doit non plus entrer en ligne de compte, quand il s'agit de la force du mouvement, & de l'efficace du choc, que l'air enfermé entre les intervalles des cordes d'une raquette, n'eſt compté entre les cauſes qui contribuent à pouſſer une balle de jeu de paume.

Une ſurface verticale & infiniment mince, qui parcourroit la longueur de deux toiſes, parcourroit un eſpace ou une concavité, dont ſi l'on vouloit avoir la capacité, il faudroit multiplier cette ſurface *baze de l'eſpace* par deux toiſes ſa *longueur*. Or le poids de cette ſurface verticale eſt précisément la meſure de ſon étenduë. Qu'on la conçoive enſuite diviſée en pluſieurs quarrés qui apliqués l'un ſur l'autre forment un cube, ce ſera le même poids, & ſi le centre de ce cube parcourt deux toiſes, chacune des parties qui le compoſent de côté & d'autre de ce centre dans le même plan, parcourra chacune une longueur differente de la longueur parcouruë par ſes voiſines. Les autres parties du cube parcourront la même que celles qui les precedent auront déja parcouruë; mais c'eſt comme ſi chacune parcouroit une longueur ſeparée, puiſque chacune en parcourt l'équivalent. De quelle maniere que les parties de mobiles ſoient rangées, on multiplie toûjours le même poids par la même longueur, & on a le même eſpace; & quand on a le même eſpace parcouru, on a la même quantité de mouvement. Le nombre qui marque le poids marque donc

la baze de l'espace parcouru, & le nombre qui marque la vitesse, marque la longueur de cet espace; c'est ce qui a donné lieu à multiplier le poids par la vitesse, pour avoir la capacité de l'espace parcouru, & par là, la quantité du mouvement.

La quantité du mouvement, c'est le mouvement même.

Le mouvement étant l'état d'un corps qui parcourt un espace, & la quantité du mouvement étant toûjours proportionnée à cet espace, on voit qu'un mouvement ne differe pas de sa quantité.

Aussi-bien que la force.

Les corps n'ont de force que par leur mouvement, la force du mouvement, c'est le mouvement même; maniere d'être efficace & active de sa nature, efficace & active par là même qu'elle est; d'où il suit que la force du mouvement & sa quantité sont encore la même chose.

S'il est nece[illegible] comparer un corps en mouvement avec des corps en repos.

Quand j'ai voulu me former une idée du mouvement, & découvrir en quoi il consiste en le voyant naître, j'ai comparé le corps où je m'atendois de le voir survenir, je l'ai, dis-je, comparé avec la surface de celui qui l'environnoit; mais je n'ai point fait entrer dans ma definition le repos où j'ai d'abord conçu ce corps, en concevant tout l'Univers en repos. Cette suposition n'étoit point necessaire. Un corps se meut par rapport à un autre dès qu'il change sa situation par rapport à lui, & un corps peut changer de situation par rapport à un autre qui sera en mouvement, tout comme par rapport à un autre qui sera en repos. Deux corps partent de dessus la même ligne : L'un fait dans une minute une toise, un autre en fait deux : Celui-ci se meut par rapport à celui-là, comme s'il avoit fait une toise, par rapport à un corps en repos. De même un corps en mouvement est pourtant en repos par rapport à celui avec lequel il garde la même situation, & conserve les mêmes relations de distance. Ainsi je suis en repos par rapport au Globe de la Terre qui me soûtient, avec lequel j'avance d'Occident en Orient, sans changer de situation à l'égard de ses parties. La situation d'un corps par rapport à un au-

tre peut encore être changée ſans qu'il ceſſe d'être en repos, pourvû que ce ne ſoit pas lui qui la change; c'eſt ſeulement celui qui fera ce changement de ſituation de qui il ſera vrai de dire qu'il eſt en mouvement.

Si pour établir la nature du mouvement, il eſt neceſſaire de comparer un corps qui ſe meut avec un autre en repos, que fera t-on du corps en repos ? Le comparera t-on avec un corps en mouvement ? La notion du repos entreroit-elle dans celle du mouvement, & celle du mouvement dans la notion du repos ? Ce ſeroit un cercle. Pour éviter cela, le comparera-t-on avec un corps en repos, & faudra-t-il faire entrer l'idée du repos dans ſa definition ?

Le mouvement exiſte hors de nous, indépendamment de nos reflexions & de nos comparaiſons. Si donc pour s'aſſurer du mouvement d'un corps, il falloit conſiderer celui avec lequel on le compare comme s'il étoit en repos, pour avoir une juſte idée du mouvement, il faudroit ſouvent faire une ſupoſition fauſſe.

Le mouvement eſt un état relatif.

Le mouvement eſt une maniere d'être, un certain état de l'étenduë; mais c'eſt une maniere d'être relative, c'eſt l'être d'un corps par rapport à un autre.

Il eſt impoſſible de ſe repreſenter une portion d'étenduë en mouvement, à moins de la comparer avec une autre qui en ſoit près ou qui en ſoit loin, qui la touche ou qui en ſoit diſtante; & puiſque je dois regler les jugemens que je porte ſur les choſes par mes idées, quand ces idées ſont neceſſaires & qu'il n'eſt pas en mon pouvoir de les changer, je conclus delà que le mouvement eſt l'état d'un corps relatif à celui d'un autre. Mais je n'ai nul beſoin de faire attention ſi un corps avec lequel je compare celui que je conçois en mouvement, eſt en repos ou ne l'eſt pas.

Dès qu'un corps ne change point de ſituation à l'égard d'un autre, il eſt en repos par rapport à lui, ſoit que celui-ci ſe meuve ou ne ſe meuve pas. Il eſt bien vrai

que dans le premier cas, il faut qu'ils ſoient l'un & l'autre en mouvement par rapport à un troiſiéme, à l'égard duquel ils changent l'un & l'autre de ſituation.

Figurés-vous un cube en mouvement : Concevés que ſur ſa face ſuperieure on en poſe un autre égal à lui, & qu'en le poſant on lui donne autant de mouvement qu'en a celui ſur lequel il eſt placé. On en appoſera un troiſiéme a ſa face inferieure porté encore de la même viteſſe. Deux des faces de celui du milieu ceſſent de s'appliquer ſucceſſivement à ce qui les avoiſine : Elles continuent pourtant à ſe mouvoir. Pourquoi ? Parce qu'elles font un ſeul tout avec les deux cubes que l'on vient d'ajouter au premier, & que ces trois cubes appliquent conjointement leur ſurface commune à la concavité qui les environne. L'aſſemblage des trois change de ſituation, & enfin cet aſſemblage parcourt une certaine concavité. Les parties d'un tout qui applique ſucceſſivement ſa ſurface, changent de ſituation & parcourent une concavité. Ces parties d'un tel tout ſe meuvent, car le tout & l'aſſemblage de ſes parties, c'eſt une même choſe. Chacune de ſes parties ne ſe meut pas comme un tout ſeparé des autres, car aucune ne s'applique ſucceſſivement à ce qui l'environne, aucune ne change de ſituation par rapport à ce qui l'avoiſine, aucune ne change de ſituation par rapport à ce qui la touche, aucune ne parcourt la concavité dont elle eſt immediatement environnée. Le cube donc du milieu ne ſe meut pas par rapport aux deux autres, à l'égard deſquels il ne change nullement de ſituation, mais il ſe meut avec eux.

On en concevra encore quatre placés ſur les quatre faces qui reſtent & pouſſés en s'y plaçant du même côté & avec la même force. Le cube du milieu eſt enfermé, aucune de ſes faces ne s'applique ſucceſſivement ; il ne change point de ſituation à l'égard des ſix cubes qui le renferment ; mais il change de ſituation avec eux par rapport aux corps environnans, avec leſquels

on comparera cet aſſemblage. Quoiqu'il ne ſe meuve point par rapport à aucun de ces ſix, il ſe meut pourtant par rapport à d'autres corps, & une preuve de cela, c'eſt que ſi on détache des cubes environnans du cube environné, il conſervera ſeparé l'état où il étoit joint avec eux, & il continuera à changer de ſituation par rapport aux corps à l'égard deſquels il en changeoit.

Mouvement propre & commun.

C'eſt ce qui a donné lieu à diſtinguer le mouvement en mouvement *propre* & en mouvement *commun*. Concevés quelque portion d'étenduë qu'il vous plaira ; dès qu'elle appliquera ſucceſſivement ſa ſurface à une ſurface voiſine, elle ſe mouvra d'un mouvement qui lui ſera propre, & qu'elle aura diſtinctement de toutes les maſſes voiſines ; elle aura un mouvement qui l'en ſeparera, qui en fera une maſſe à part ; mais les ſix, les douze parties, &c. dont vous la concevrés compoſée, demeureront l'une auprès de l'autre, toûjours appliquées l'une à l'autre ſans aucune ſucceſſion ; elles ne changeront point de ſituation entr'elles ; elles ſeront donc ſans mouvement propre chacune par rapport à ſa voiſine ; mais toutes enſemble auront un mouvement commun qui les fera également changer de ſituation à l'égard d'un certain terme avec lequel on les comparera, & par rapport auquel elles ſeront toutes en mouvement.

Le mouvement commun eſt très réel ; c'eſt l'état d'une partie qui change autant de ſituation que les autres, & qui parcourt ſa portion proportionnée de l'étenduë que la maſſe entiere parcourt ; & ce mouvement deviendra propre, ſans aucune addition, dès que les parties qui avoient ce mouvement viendront à ſe ſeparer, en telle ſorte que les unes ſeront arrêtées, & les autres ne l'étant pas, continueront leur maniere d'exiſter en changeant de ſituation.

Si deux bateaux liés l'un à l'autre fendent l'eau avec une égale vîteſſe, aucun des deux ne ſe meut par rapport à l'autre ; ils ne changent nullement de ſituation,

mais ils demeurent affermis l'un contre l'autre. Mais si l'un des deux se brise en frotant contre les bords d'un rocher, l'autre continuëra à se mouvoir, & son mouvement qui étoit commun quand il étoit lié à l'autre, deviendra mouvement propre. Ainsi encore quand une poutre descend une riviere avec la même vîtesse que l'eau qui l'environne, en telle sorte que la même partie d'eau est constamment appliquée à la même partie de cette poutre ; elle ne se meut pas par rapport à cette eau, elle n'a point par rapport à elle de mouvement propre, mais elle se meut d'un mouvement qui lui est commun avec elle. Quand la poutre & l'eau qui l'environne sont conjointement arrivées à une cataracte, la poutre s'élance plus loin que l'eau, non par un nouveau mouvement qui lui soit donné dans cet endroit, mais en vertu de ce mouvement qui lui étoit commun avec l'eau qu'elle quitte, parce que l'air oppose une plus grande resistance à l'eau qui lui cede davantage & dont il écarte les parties, que non pas à la poutre qui lui oppose, & des parties liées, & une moindre surface par rapport à sa masse.

Combinaisons des mouvemens.

Quelquefois deux mouvemens d'une même partie, sont tels, que l'un détruit précisement & reciproquement l'effet de l'autre. Qu'une boule roule sur le plan *AB*, après avoir fait un demi tour, son centre *C* aura décrit la ligne *CD* égale à la ligne *EF*, qui est elle-même égale à la demi circonference de la boule. Or si le plan *AB* est poussé du Septentrion au Midi précisement, avec la même vîtesse que le centre *C* se porte du Midi au Septentrion, ce centre *C* se trouvera toujours vis-à-vis du même point *G* du plan *HK*, qui soutient le plan *AB*, & la boule qui roule dessus ; car le plan *AB* retire la boule qu'il soutient vers le Midi, & un point quelconque *L* qui touche ce plan, rebrousse vers le Midi de même que ce plan, & le centre est toujours vis-à-vis d'un point touchant *L*. La ligne *CL* toujours

Figure I.

perpendiculaire au plan *AB*, & les lignes *EL*, *CC*, qui joignent les perpendiculaires égales, sont toujours égales.

Le centre *C* se meut réellement, aussi-bien que la boule, dont la demi circonference décrit veritablement la ligne *EF*. Le plan *AB* se meut réellement aussi, & porte avec lui la boule qu'il soutient, sans quoi le centre *C*, après que cette boule a fait un demi tour, ne se trouveroit pas vis-à-vis du même point *G* où il étoit d'abord. Ce plan donc porte la boule de *G* en *P*, & la boule se porte de *G* en *F*. Ces deux mouvemens sont réels; & s'ils ne l'étoient pas, ils ne détruiroient pas reciproquement l'effet l'un de l'autre; & il n'arriveroit pas à la boule, comme il lui arrive, de n'avancer ni de reculer.

Remarque sur la définition fondée sur la supposition de l'espace.

Si après s'être déterminé pour l'hypothese du vuide, on se bornoit à dire que le REPOS est *l'état d'un corps qui occupe constamment le même endroit de l'espace*, & que le MOUVEMENT est *l'état d'un corps qui occupe successivement plusieurs endroits de cet espace*; on ne pourroit pas dire que le centre *C* eut du mouvement dans les cas proposés, puisqu'il seroit toûjours au même endroit de l'espace, & qu'il n'en sortiroit point; au lieu qu'en disant que le mouvement est un état relatif d'un corps *qui change de situation* par rapport à un autre; il sera vrai que le centre *C* se meut, puisqu'il change sans cesse sa situation par rapport à la ligne *EF*, quoique le mouvement qui lui est commun avec le plan *AB* qui le soûtient, le ramene toûjours au même point du plan *HK*, & au même point de l'espace, s'il y en a un.

Si ces deux mouvemens se faisoient l'un après l'autre, il n'y auroit point de difficulté. Le centre *C* decriroit *CN* douziéme partie de *CP*, puis se reposeroit en *PO* pendant que le plan *AB* décriroit *EO*, douziéme partie de *EF*, & égale à *CPO*. On comprend que le centre *C* seroit alors ramené où il étoit vis-à-vis de *E*. Moins les

lignes

lignes *CN*, *EO* seront grandes, plus petits seront les intervales reciproques des mouvemens du centre *C*, & du plan *AB*, & moins le centre *C* s'écartera du sommet de la perpendiculaire *EC*. Et si enfin ces lignes sont infiniment petites, si ces intervales sont nuls, c'est-à-dire, si ces mouvemens se font en même temps, il n'y aura pas successivement éloignement & rappel par rapport au même endroit. Ces deux mouvemens produiront leurs effets en même temps, & l'écart du centre de la perpendiculaire *CG* sera nul.

Le mouvement est un état *Relatif*, & un même sujet peut soutenir en même temps, à divers égards, des relations non-seulement differentes, mais opposées. Mouvement, maniere d'être relative.

C'est ainsi que M. Rohaut concevoit qu'un poisson qui feroit effort contre le fil de l'eau, sans pouvoir le surmonter, au point d'avancer plus près de la source, & qui n'en seroit pas non-plus emporté, se mouvroit réellement, sans faire pourtant de progrès ; car il s'apliqueroit successivement à differentes parties de l'eau, il changeroit sa situation à leur égard ; mais le courant de l'eau qui le soutiendroit, contraire & égal au mouvement du poisson en avant, le rameneroit, ou plutôt le retiendroit dans la même situation à l'égard des bords : situation dont il seroit tiré sans ce mouvement commun, contraire & égal au sien propre.

Tout corps en mouvement est donc ou un tout séparé par son mouvement même, de ce qui l'environne, & le touche immediatement, ou il fait partie d'un tout. Un tout parcourt la concavité qui l'embrasse, change de situation par rapport à elle, & y applique successivement sa surface. Une partie de ce tout se meut aussi, mais conjointement avec les autres ; c'est-à-dire, que conjointement avec les autres, elle parcourt la concavité qui les embrasse, change avec elle de situation & y applique leur surface commune ; mais en même temps il est vrai de dire qu'une partie est en re-

pos par rapport à celles qui l'environnent, sur lesquelles elle n'a point plus d'effet que si elle & ses voisines composoient un tout en repos ; elle ne change point de situation par rapport à elles, elle ne les quitte point, elle ne parcourt point la concavité particuliere dont elle est environnée.

Mais, dira-t-on, choisissés quelque corps qu'il vous plaira, & considerés-le en lui-même ; ne sera-t-il pas vrai de dire qu'il se meut ou qu'il ne se meut pas ? & sera t-il permis d'ajouter qu'il se meut en un sens, mais qu'en même temps il ne se meut point dans un autre ? Je répons, 1°. Que pour concevoir un corps en mouvement, il ne suffit pas de le regarder seul & en lui-même ; mais qu'il faut necessairement le comparer avec quelqu'autre : Le mouvement est inconcevable sans cela. Je repons, 2°. Que celui avec lequel on le compare, ou l'environne immediatement, ou environne des parties avec lesquelles le corps sur lequel tombe la question, compose un seul tout. Si les corps avec lesquels on le compare l'environnent immediatement, afin de pouvoir assurer qu'il se meut par rapport à eux, il faut qu'il parcoure leur surface, qu'il change par rapport à eux de situation ; mais si ceux avec lesquels on le compare, environnent une surface qui lui soit commune avec d'autres parties, il faut que conjointement avec ces parties, il parcoure cette surface, &c.

Mais encore une fois, cette partie enchassée dans d'autres qu'elle n'abandonne point, a-t-elle un mouvement réel ? Je répons qu'oüi, & qu'elle se meut réellement, non pas à la verité par rapport aux parties qu'elle ne quitte point, mais par rapport à la surface qui en environne l'assemblage : surface par rapport à laquelle elles changent toutes de situation. Un homme soutient réellement la relation de fils, mais c'est par rapport à celui dont il a reçu le jour, & non pas par rapport à ceux à qui il l'a donné.

Le mouvement a été établi afin de partager l'Univers en plusieurs masses, ou molecules, ou particules séparées. Il est donc, par sa nature & par son institution même, la maniere d'être d'un corps qui se separe d'un autre, le parcourt & change de situation par rapport à lui.

Comme le mot de *mouvement* est un mot *substantif*, & que l'on parle du mouvement comme d'une *substance*, quand on dit, par exemple, qu'il passe d'un corps dans un autre, qu'il se partage, &c. on s'est accoûtumé à le regarder, ou plûtôt à le supposer comme un être absolu, & les raisonnemens qui amenent à le considerer comme une maniere d'être relative, ont un air de paradoxe.

C'est encore parce qu'on s'est accoûtumé à regarder un corps en mouvement comme faisant quelque progrès, & s'avançant d'un terme vers un autre, qu'on se trouve si étonné, quand on en voit qui se meuvent & n'avancent point, & qu'on a tant de repugnance à reconnoître du mouvement dans un corps qui ne quitte pas sa place. Cependant loin qu'il n'en ait aucun, il en a deux, & s'il n'en avoit qu'un des deux, il avanceroit effectivement d'un terme vers un autre.

Le mouvement est une maniere d'être réelle & active : Entant que le *mouvement* est une maniere d'être *réelle*, le *repos* est opposé au mouvement comme un terme positif, & est son *contraire* aussi positif : Mais entant que le mouvement est un état *actif*, le repos n'en est que la privation, que la *négation*, car le repos n'a point d'activité, & l'étenduë n'est active que par le mouvement. Mouvement être réelatif.

Descartes, après avoir conçu que le repos étoit un état réel, en a conclu avec trop de précipitation, qu'il étoit aussi actif, & lui a attribué autant de resistance au mouvement, que le mouvement avoit de force pour vaincre le repos. Le Pere Malebranche a relevé cette

erreur, avec les autres où elle avoit engagé ce grand Philosophe; mais en dépoüillant avec raison le repos de toute activité, il est allé jusques à en faire une simple negation, un rien. Cependant quand on dit, *l'état d'un corps qui applique sa surface constamment aux mêmes parties; l'état d'un corps qui conserve la même situation & les mêmes relations de distance*; il me semble que ces termes signifient, & que les idées qui leur repondent sont des idées réelles & positives, ausquelles repond par consequent une maniere d'être réelle & positive.

Les argumens par lesquels le Pere Malebranche pretendoit établir le neant du repos, ne me paroissent pas conclüans.

Détruisés le mouvement d'un corps, dit-il, cela suffit pour le mettre en repos. Il naît donc d'une simple cessation. On ne peut pas dire reciproquement, ajoûte-t-il, Detruisés le repos, par là même le mouvement naîtra, car il faut le determiner vers un terme, il faut en regler les degrés.

Je repons par un exemple; detruisés toute courbure dans une surface, elle sera *plane* par là même. Vous ne pouvés pas dire, ajoûterai-je, detruisés cette forme plane, la courbure lui succedera, & elle ne sera que la cessation de la portion plane; car il y a une infinité de courbures; il faut en introduire une determinée. Mais conclüra-t-on delà, que la position des parties d'une surface plane, n'est qu'une simple negation, que cette position n'est rien de réel, & qu'elle ne doit avoir qu'une definition negative?

Dès que le mouvement cesse, le repos lui succede infailliblement & necessairement. Cela est vrai, mais il y a une cause réelle, la nature de l'étenduë, qui exige necessairement un contact; si ce n'est pas un contact successif, c'est un contact permanent; elle exige necessairement & elle emporte une situation ou fixe ou variée.

Mais si *l'intelligence suprême ordonnoit l'existence d'un corps sans rien determiner sur son mouvement, il existeroit en repos, & ce repos seroit un rien, puisqu'il n'auroit point de cause.* Je repons que les idées de Dieu sont des idées determinées & non pas simplement des idées vagues. Quand il ordonne l'existence d'un corps, il se represente determinément ce corps à qui il commande d'exister. Donc son repos, s'il naît en repos, sera l'effet de la volonté divine ordonnant l'existence d'un corps en repos, d'un corps répondant à son idée. Dieu commandant l'existence d'un corps, se le represente aussi déterminément par rapport à l'état de repos ou de mouvement, que par rapport à sa grosseur, que par rapport à sa figure.

Mais c'est là une question veritablement Metaphysique plûtôt que Physique, & qui roule sur une certaine precision d'idées. Pour l'explication des Phenomenes de Physique, il suffit de convenir que le mouvement est actif, & que le repos ne l'est pas.

Mouvement actif.

L'activité du mouvement est aisée à prouver. Un corps qui se meut change de place, il déplace donc, il pousse ce qu'il rencontre. Mais pour le repos comment seroit-il actif, puisque si tout demeuroit en repos, il ne se feroit aucun changement, & il ne se produiroit aucun effet ? Pourquoi un corps en repos resisteroit-il au mouvement, puisque l'étenduë est également susceptible de l'un & de l'autre de ces deux états, & se prête aussi aisément à l'un qu'à l'autre ? A la verité un corps qui est en repos ne se mettra pas en mouvement de lui même ; il est déterminé à demeurer dans l'état où il se trouve, non par aucune repugnance au mouvement, très-conforme à sa nature & autant conforme que le repos, mais parce qu'il ne se fait rien sans cause, & que la cause du mouvement ne se trouve point dans un corps en repos. Il ne s'y trouve que la susceptibilité du mouvement, la facilité parfaite à le recevoir.

Si un corps de deux onces en repos ne pouvoit pas être entraîné par un mobile d'une once, il ne le pourroit pas être par un mobile de trois. Je le prouve. De deux forces égales agiſſant ſur le même ſujet, l'une ne peut pas avoir de l'effet ſi l'autre n'en a point. Or un mobile d'une once qui a parcouru dans une minute ſix piés, a la même quantité de mouvement, & par conſequent la même force, qu'un mobile de trois onces qui en a parcouru deux dans le même temps. Donc ſi un corps de deux onces en repos reſiſte à l'un de ces chocs, il reſiſtera à l'autre, puiſque la vigueur de l'un n'excede pas celle de l'autre.

Mouvement maniere d'être continuelle.

Le repos & le mouvement ſont deux manieres d'être *continuelles* l'une & l'autre, & qui ne ſçauroient ſoufrir aucune interruption, ſans changer de nature. Un corps dont l'application ſucceſſive ceſſe pendant une heure, a certainement paſſé de l'état de mouvement à celui de repos. Il y a encore paſſé ſi ſon application ſucceſſive ceſſe pendant la dixiéme partie d'une heure, ſi elle ceſſe pendant la ſoixantiéme, pendant celle que voudrés; car pourquoi pouroit-il ceſſer de s'appliquer ſucceſſivement & de changer de ſituation, c'eſt-à-dire, de ſe mouvoir pendant un très petit intervale, ſans ceſſer d'être en mouvement? Si le mouvement peut s'interrompre pendant un petit intervale, & ſe reprendre enſuite, ſans qu'aucune cauſe le rende & le faſſe renaître; pourquoi la même choſe n'arriveroit-elle pas après deux petits intervales? Le ſecond pouroit-il ce que le premier égal à lui, & préciſement de même nature, n'a pas pu?

Sans atomes d'étenduë.

Si le mouvement conſiſte dans une application continuellement ſucceſſive, il ne peut y avoir d'atomes; car déja un atome ne ſçauroit parcourir un atome, puiſqu'un atome eſt ſans étenduë. Or ſi un atome ſuperieur couvre ſon inferieur ſans le parcourir, le mouvement ne peut pas être ſucceſſif pendant ce temps là. Deplus

un atome ſuperieur poſé ſur un inferieur égal à lui, ou le quitte avant que de ſe placer ſur le ſuivant (& où ſeroit-il pendant cet intervale ?) ou il ſe poſe ſur le ſuivant avant que de quitter celui ſur lequel il étoit, & eſt encore ſur le premier en même temps qu'il paſſe ſur le ſecond, & dans ces deux derniers cas, un atome ſeroit en même temps dans deux lieux differens ; il occuperoit en même temps deux places égales chacune à lui, & par là il ſeroit double de ce qu'il eſt.

Cette difficulté n'a plus lieu dès qu'on ne reconnoît point de terme dans la diviſion, mais qu'on la conçoit pouvant ſe pouſſer de petit en petit, ſans fin & ſans ceſſe.

On ne diſconviendra pas que *ab* ne puiſſe avancer de la longueur *be*, en même temps que *da* avance de la longueur *ab*=*bc* ; ce qui étant fait, *db* ſe trouve ſur *ac* ſon égale. Je diviſerai *ab* en deux parties, comme j'ai diviſé *db*, & je raiſonnerai de même. La ſurface qui s'applique & celle contre laquelle elle s'applique, ſont toujours égales, mais il y a un flux continuel, & la partie poſterieure de quelque portion que ce ſoit, quitte autant de place que la partie anterieure en occupe. Fig. Iʳᵉ.

Il ne peu pas y avoir non plus des atomes de tems & des inſtans indiviſibles ; car déja pendant un temps indiviſible, une partie diviſible ne ſçauroit être parcouruë. Un atome d'eſpace ne ſauroit non plus être parcouru, car abſolument il ne peut pas l'être : Ainſi dans un premier inſtant il ne ſe parcourt rien : Dans un ſecond non plus égal au premier, il ne ſe parcourra quoique ce ſoit ; de ſorte que dans deux inſtans, il ne ſe parcourt rien de plus que dans un. Ni des temps.

Le temps eſt donc diviſible comme l'eſpace, de petit en petit ſans fin & ſans ceſſe.

Cette diviſibilité du temps ſert à reſoudre une objection, que l'on tire de la diviſibilité de l'eſpace, contre le mouvement. Une premiere moitié d'un eſpace, dit- Sophiſme reſolu.

on, doit être parcouruë avant la seconde : Cette premiere moitié en renferme deux, dont la premiere encore doit être parcouruë avant la seconde, &ainsi de suite à l'infini. Quand est ce même qu'un espace commencera d'être parcouru ? Car un commencement doit être precedé d'un autre ; celui-ci encore d'un autre, & cela sans fin & sans cesse : Quand est-ce que le premier de tous aura lieu, puisqu'il est infiniment éloigné de quelque terme qu'on entreprenne d'assigner ?

L'objection seroit concluante, si tous les temps étoient égaux ; car la somme d'une infinité de tems égaux & finis, monteroit à une somme infinie ; mais dans la même proportion que les moitiés d'espace decroissent à l'infini, les temps destinés à les parcourir decroissent de même. L'une & l'autre de ces progressions ne fait qu'une somme finie. Poussés là si loin que vous voudrés, il se manquera toûjours le dernier des termes où vous serés parvenu, que la somme de toutes vos divisions & subdivisions dès le premier terme, n'égale ce premier. Pourvû que la longueur du temps pendant lequel le mouvement doit se faire, soit proportionnée à la longueur de l'espace qui doit être parcouru, ce temps sera suffisant, & le mobile aura le temps de parcourir cet espace.

Tout espace assignable est fini en un sens & infini en un autre : Il commence à un terme & ne s'étend pas au delà d'un autre ; mais l'étenduë renfermée entre ces deux termes est composée de deux moitiés, la premiere de celle-ci de deux autres, & ainsi à l'infini. Il en est de même du temps : L'heure dixiéme commence & son commencement suit immediatement la fin de la neuviéme. Entre cette fin de la neuviéme & le commencement de la dixiéme, il n'y a aucun intervale, quoique l'un de ces termes ne soit pas l'autre. L'heure dixiéme a son dernier terme comme son premier, & sa fin est immediatement suivie du commen-

cement

cement de l'onziéme. Tout temps eſt donc compoſé de deux moitiés, dont la premiere l'eſt encore de deux autres, & cela ſans aucune fin. Le tems & l'eſpace ſe répondent parfaitement.

Un eſpace fini & enfermé entre deux termes peut être parcouru dans un temps fini & renfermé de même entre une fin & un commencement. Cet eſpace, qui ſe diviſe à l'infini, peut être parcouru pendant un temps qui ſe diviſe abſolument de même. Ces diviſions de petit en petit pouſſées tant loin qu'on voudra, ne feront de côté & d'autre qu'une ſomme finie.

C'eſt un *Sophiſme* & une faute contre la regle qui deffend de *comparer des choſes qui ſont d'un genre tout different*, que de s'éblouïr par la diviſion de l'eſpace de moitié en moitié à l'infini, & puis d'ajoûter, un tems fini pouroit-il ſuffire à un mobile pour parcourir cette infinité ? Pourquoi non, ſi ce temps fini renferme auſſi une pareille infinité ? Dans un temps fini il ſe décrit un eſpace fini. Dans un temps diviſible à l'infini il ſe decrit un eſpace qui l'eſt de même.

C'eſt encore par une ſemblable combinaiſon ſophiſtique du fini avec l'infini, que l'on pretendoit prouver, ou plûtôt que l'on faiſoit ſemblant de prouver qu'*Achille* ne pouroit jamais atteindre une *Tortuë*. Que celle-ci ait cent toiſes d'avance ſur lui : Pendant qu'Achille parcoure ces cent toiſes, la Tortuë avancera d'une centiéme, & tandis qu'Achille franchira encore cet eſpace la Tortuë s'avancera de la centiéme d'une centiéme, & ainſi à l'infini, elle le precedera toûjours moins, mais elle le precedera pourtant.

Dès qu'il s'agit de comparer deux viteſſes finies avec des chemins finis, il ne faut plus y faire entrer un mélange de l'infini. Qu'Achille parcoure une toiſe dans une minute ſeconde, il en parcourra cent dans cent minutes ; & cent & une toiſe dans cent& une minute ; alors la Tortuë n'aura qu'une avance d'une centiéme

de toiſe, & pendant qu'Achille parcourra la toiſe cent & deuxiéme, la Tortuë fera encore ſur cette cent-deuxiéme toiſe une nouvelle centiéme de chemin ; de ſorte qu'au bout de cent-deux minutes, Achille l'aura devancée de $\frac{98}{100}$. de toiſe. C'eſt ce que l'on trouve en comparant, comme la raiſon l'ordonne, le fini avec le fini.

Si vous voulés ſavoir préciſement où c'eſt que deux tels mobiles ſe trouveront ſur la même ligne, non pour y reſter un inſtant, mais pour en partir dès qu'ils y ſeront arrivés, en telle ſorte que la fin du temps qu'ils employent pour y parvenir ſoit immediatement ſuivie, & ſans aucun intervale, du commencement du temps où ils en partent, voici la regle : La viteſſe connuë d'Achille eſt b; celle de la Tortuë auſſi connue eſt c : la longueur qu'elle a d'avance ſur Achille eſt d : La longueur au bout de laquelle ils ſe rencontrent préciſement ſera $d + x$. Donc b (viteſſe d'Achille). c (viteſſe de la Tortuë) :: $d + x$ (chemin total d'Achille.) x (chemin de la Tortue).

Donc $bx = cd + cx$. Donc $cd = bx - cx$, & $x = \frac{cd}{b-c}$.

Ici $x = \frac{100 \times 1}{99} = \frac{100}{99}$ & $d + x = 100 + \frac{100}{99} = 101 + \frac{1}{99}$; car pendant que la Tortuë fait $1 + \frac{1}{99}$ Achille fait $100 + \frac{100}{99}$.

Cette verité que le mouvement eſt un état d'application ſucceſſive continuelle & dans laquelle il n'y a ni inſtant ni atome, ſert encore à reſoudre une difficulté contre la continuation du mouvement.

Continuation du mouvemét.

Un mobile (a-t-on dit) ſe trouve à chaque inſtant dans une certaine place, préciſement égale à ſa maſſe, & comme chaque choſe eſt determinée à reſter dans l'état où elle ſe trouve, un mobile à chaque inſtant, eſt determiné à reſter où il eſt : Il faut donc qu'une nouvelle cauſe ſurvienne pour le chaſſer de cette place & l'obliger à la quitter.

Une des suppositions sur lesquelles roule cette difficulté, n'est pas vraye, & l'autre sert à la lever. Le temps ne renferme point d'instant pendant lequel on puisse dire qu'un mobile occupe une certaine place determinée : Quelque partie de temps qu'il vous plaise de choisir, pendant la durée de cette partie, un mobile change de place ; car son état est un état de changement continuel : Cette maniere d'être, cette activité est réelle : par conséquent un corps est determiné à la conserver, & elle subsistera jusques à ce qu'une cause plus puissante la détruise. Quelque portion de tems que vous assigniés, le mouvement est successif, & par consequent determiné à demeurer ce qu'il est, à continuer d'être successif.

Dans le temps qu'on atribuoit aux corps des especes d'inclinations, que l'on supposoit que le repos étoit leur état naturel, que le moindre mouvement leur faisoit violence, & que, quand des mobiles font le plus de fracas, & se lancent avec le plus de fureur, comme un boulet qui renverse des murailles, & la foudre qui brise tout, ils ne laissent pas de conserver pour l'état de repos, la plus forte inclination & s'y rendent le plûtôt qu'il leur est possible ; dans les temps où l'on étoit assujetti à ces préjugés, il ne faut pas s'étonner si l'on étoit en peine de savoir d'où vient qu'une pierre ne passoit pas du mouvement au repos, dès qu'elle étoit renduë à elle-même, & qu'elle se trouvoit hors de la main qui venoit de la lancer ? On repondoit qu'il passoit de la main dans la pierre une certaine impetuosité, qualité inherente pour quelque temps & capable de tenir pendant ce temps-là contre l'inclination naturelle de la pierre au repos. On a senti les embarras de cette hypothese dans le tems même qu'elle avoit le plus d'autorité. Doù vient disoit-on que cette impression étrangere l'emporte sur une inclination naturelle ? D'où vient que cette inpetuosité ne s'échape pas d'une pierre avec

la même facilité & la même promtitude qu'elle y a passé ? D'où vient qu'elle a un temps determiné pour y rester, & que ce temps est quelque fois plus court, quelque fois plus long ? D'où vient que quand un corps se meut rapidement il faut lui opposer de si grands efforts pour le remettre dans l'état où il tend de lui-même ? *Qu'est-ce que cette impetuosité ?* Dès qu'on la suppose differente du mouvement, on ne peut s'en former aucune idée ; & si elle n'est autre chose que le mouvement même, une pierre hors de la main qui l'a jettée continuë à se mouvoir, parce que la main en la jettant lui a donné du mouvement, & que cette maniere d'être subsiste à la maniere des autres effets, qui n'ont pas besoin que la cause qui les a fait naître continuë a agir pour les conserver : Dès qu'ils existent une fois, ils sont par là même determinés à perseverer dans leur existence.

On a cherché dans l'air qui circule au tour de la pierre, & qui vient la prendre par derriere, on a, dis-je, cherché dans cette circulation, la cause de la continuation du mouvement. Mais puisque l'air lui même a été mis en mouvement, par la même cause qui a lancé la pierre ; d'où vient qu'il ne se met pas en repos dès que cette cause cesse de le pousser ? On voit que dans une cuve les circulations de l'eau, autour d'une main qui la pousse, cessent d'abord après que la main qui les causoit a cessé de se mouvoir. Quelle vitesse ne seroit pas necessaire à l'air, & avec quelle rapidité ne faudroit-il pas qu'il circulât pour pousser la masse d'une pierre, dont la densité surpasse si prodigieusement la sienne ? Outre cela, une queuë de plumes ou de cheveux attachée à un dard, se replieroit du côté de sa pointe par l'impulsion violente de l'air, à laquelle elle cederoit plus aisément que le dard.

Cette derniere remarque sert encore à refuter ceux qui attribuent la continuation du mouvement d'un mo-

bile au ressort de l'air qui se debande contre lui, & le pousse en avant. Je n'ai pû assés m'étonner de voir le P. Deschales dans cette hypothese.

Les corps descendent avec plus de vîtesse dans la machine du vuide quand l'air est pompé que quand elle en est pleine, & une pierre ne s'élance pas moins vigoureusement sur les hautes montagnes, où l'air a beaucoup moins de ressort, que dans le terrein le plus bas.

Et puis qu'est-ce que le *ressort*? Si on en attribuë les effets à quelque autre cause qu'au mouvement d'une matiere qui agit sur un corps à ressort & le retablit dans sa figure precedente, c'est une *qualité oculte*, & j'aime autant m'en tenir à *l'impetuosité imprimée* à la *forme substantielle*, ou plûtôt j'aime mieux demeurer dans le silence.

L'air conserve-t-il sa mobilité & son activité, par cela même qu'il l'a, & parce que cette maniere d'être par là même qu'elle est maniere d'être, & par consequent qu'elle existe, est determinée à perseverer? Ou est-ce à l'impression de quelque autre corps que l'air doit la continuation de son ressort & de son mouvement? Celui-ci tiendra-t-il encore d'un autre le mouvement qu'il a & par l'efficace duquel il agit sur l'air?

Plus vigoureusement une main chargée d'une pierre auroit frapé l'air anterieur, plus aussi elle en auroit plié les parties & bandé les ressorts; car c'est toûjours le premier effet des impressions vives sur les corps à ressort. Je veux donc que cet air anterieur se fût reculé, & par là eut donné lieu au ressort de l'air posterieur de se debander de lui-même; dès que la pierre auroit fait quelque chemin, elle viendroit à rencontrer l'air chassé, & dont les parties comprimées se debanderoient avec un effort proportionné à celui qui les auroit poussées, & par consequent elles repousseroient la pierre en arriere, & prévaudroient sur l'air qui la suit, & dont le ressort s'est affoibli à mesure qu'il s'est de-

ploïé, & que ses parties se sont dilatées.

On a donc cherché dans l'obscurité de diverses conjectures, une cause qui est trés simple & qui se presente très naturellement. Le mouvement est une maniere d'être successive : Puisque c'est une maniere d'être, par là même qu'il a commencé d'exister, il est determiné à continuer & à continuer tel qu'il est, tel qu'il a commencé : En commençant d'être, il a été successif ; sans cela il ne seroit pas mouvement. Il est donc determiné à continuer d'être successif.

Le mouvement étant un flux continuel, une succession non interrompuë, la difference d'un mouvement viste d'avec un mouvement lent, ne peut pas venir de ceque l'un est interrompu par un plus grand nombre de *morules* de repos, ou par de plus longs intervales de cessations.

Fig. III. Faites tourner la ligne *AB* autour de son milieu *C*, en frapant son extremité *B*, le point *A* fera précisement autant de chemin que le point *B*, & aura la même vitesse. Tout ce qu'il y a sur cette ligne de *B* en *C* & de *C* en *A* se moûvra en même temps que les deux extremités de *A* & de *B*, & les points *D* & *E* ne demeureront pas sans avancer aucunement pendant que *B* avancera de *B* vers *F* sur la circonference *BFGA*. Pour petit que soit cet arc, le raïon *CB*, qui l'aura decrit, aura changé de place, & parvenu en *F*, fera avec sa position precedente l'angle *BCF*, & le point *H* se sera éloigné du point *D*, comme le point *K* du point *E*. On voit par là que la vitesse peut croître & diminuer à l'infini. En effet, comme nous l'avons déja remarqué, qui dit changement, qui dit succession, dit quelque chose qui ne peut être fixe. Dès qu'une application n'est pas sur les mêmes parties, elle peut toûjours devenir plus successive ; un changement peut toûjours devenir plus grand & toûjours moindre aussi, par degrés, jusqu'à ce qu'il soit nul. Une vitesse plus grande

c'eſt une application à un plus grand nombre de parties pendant le même temps ; c'eſt une application plus ſucceſſive, plus variée. Il n'y faut pas chercher autre choſe.

Mais l'eſprit humain n'aime pas ce qui eſt tant multiple : Il en eſt fatigué, & le même principe qui lui a fait ſupoſer des atomes, où il bornât ſes diviſions & ſes ſubdiviſions, lui a fait encore imaginer des *Morules*, des intervales de repos, qui lui fourniſſent la commodité de concevoir toutes les viteſſes égales en elles-mêmes, tous les mouvemens également ſucceſſifs.

Voici un exemple qui force de reconoître qu'un plus grand nombre de parties égales peuvent être parcouruës dans un temps que dans un autre, quoique ces deux temps ſoient toûjours égaux & qu'il n'y ait aſſurement point plus de morules dans un de ces cas que dans l'autre. Que la ſurface *ac* coule le long de la ſurface *eo* ſuppoſée d'abord en repos, & qu'elle la parcoure dans deux minutes. Après cela que la ſurface *oe* parcoure à ſon tour auſſi dans deux minutes la ſurface *ca* qui lui eſt égale & qui demeure en repos. Que ces deux ſupoſitions ſoient ſuivies d'une troiſiéme. Que le premier rectangle ſe meuve de *a* en *e* avec la même vîteſſe qu'auparavant, & le ſecond de *o* en *e* avec la même vîteſſe encore. Il eſt indubitable que dans une minute, le point *a* ſera vis-à-vis de *f*, cette *f* étant vis-à-vis de la moitié de *eo*. Dans une minute auſſi le point *o* ſera vis-à-vis de *g*, & dans la ligne *fg* ; *o* ſera donc vis-à vis de *a*, & la ſurface *ac* aura parcouru dans une minute toute la ſurface *eo* avec la vîteſſe préciſement qui lui auroit fait parcourir la premiere fois la moitié de *eo*. Dans le premier cas, il n'y avoit point eu un plus grand nombre de morules, ni de plus longues que dans celui-ci, car les vîteſſes n'ont point changé ; cependant l'application a été plus ſucceſſive, & une plus grande longueur a été parcouruë dans un des tems que dans l'autre. Fig. IV.

M. Bayle, dont la fantaisie étoit d'établir le Pyrrhonisme & d'inspirer aux hommes de l'éloignement pour la Raison, allegue cet exemple (à l'article de Zenon) comme une preuve sans replique d'une incomprehensibilité, & un cas qui met à bout toutes nos lumieres. Il savoit bien que son Dictionnaire seroit lû par une infinité de gens qui ne seroient point faits à resoudre des Sophismes, qui même ne seroient point accoûtumés à reflechir, & qui loin d'avoir des principes solides sur les sciences, n'en auroient même aucune teinture. Il savoit bien qu'il n'y avoit qu'à éblouïr une partie des ses Lecteurs pour les amener où il lui plairoit. Mais pour trouver dans cet exemple une incomprehensibilité qui mette à bout toute nôtre raison, il faut supposer que nous sommes necessités à concevoir une *application successive* comme quelque chose de *fixe* & de reglé sur une *certaine mesure*. Il faut supposer outre cela que la Raison est à bout dès qu'elle est obligée de convenir qu'un effet qui resulte des impressions conjointes de deux causes d'égale force, est double de ce qu'il seroit s'il n'étoit produit que par l'impression d'une seule.

Temps. J'ai déja eu occasion de faire mention du temps en parlant du mouvement. La suite des matieres demandera encore qu'on y fasse plus d'attention. Il est donc important d'éclaircir ce terme & de s'en former une juste idée. Cette idée même doit entrer dans l'explication du mouvement, elle appartient à sa nature, puisqu'une des proprietés essentielles du temps, c'est d'être la mesure du mouvement. Si l'on n'établit pas bien ces idées, on paroîtra même tourner dans ce qu'on appelle un *Cercle vicieux*, car d'un côté dés qu'il s'agira de comparer deux vitesses inégales, il faudra les rappeller à quelque uniformité, & faire attention aux longueurs qu'elles font parcourir dans des temps égaux, & d'un autre les temps égaux sont ceux pendant lesquels des longueurs égales sont parcouruës par des vitesses éga-
des

les. Je reprendrai donc dès ses premiers principes, une matiere qui, comme on le voit, n'est pas sans obscurité.

Aucun Etre n'est different de son existence : Quand je tiens ma plume, je n'ay point deux choses dans la main, ma plume & son existence : mais l'existence de ma plume, c'est ma plume même.

On a arrêté son attention sur divers objets : Quand on les a considerés comme des Etres, l'idée qu'on a formé pour s'en representer un à cet égard, a été la même dont on s'est servi quand on a pensé à un autre, en le considerant aussi comme un Etre. On s'est servi d'un nom pour exprimer cette idée également applicable à toute sorte d'Etres ; c'est le nom *substantif*, mais *vague* & *abstrait*, *d'existence*.

Un corps qui demeureroit immobile & qui garderoit constamment sa grosseur, sa figure, tous ses attributs en un mot, & qui ne subiroit aucune variation quelle qu'elle fût, demeurant absolument le même à tous égards, auroit aussi son existence invariée, puisque sa propre existence ne peut pas differer de lui même. Telle encore seroit l'existence d'un Etre pensant, & qui se seroit constamment occupé de la même idée ou du même sentiment, sans même que la reflexion sur la durée de ce sentiment aportât la moindre varieté dans sa maniere de penser & d'exister.

On dit bien qu'un corps s'est reposé pendant une heure, un jour, une année ; mais ce sont là des *denominations exterieures*. On exprime son état & sa maniere d'exister par des noms qui, au lieu d'être tirés de ce qu'il renferme effectivement, sont empruntés de ce qui se passe au dehors de lui, de ce qui est tout different de lui & le laisse tel qu'il est. Ainsi que dans ce moment on me loüe ou l'on me blame, que je sois aprouvé ou desaprouvé, que je sois connu ou ignoré à cent lieües de moi, c'est ce qui ne m'appartient en aucune façon, qui *n'affecte* point mon existence, qui ne modi-

fie point ma maniere d'être, qui ne fait rien à ce que je ſuis. Ce ſont des noms dont on me deſigne, mais tirés de ce qui ſe paſſe chés les autres, & dont certainement on abuſe quand, après les avoir joint au mien, on les regarde comme exprimant quelqu'un de mes attributs. Je ſuis à la gauche d'un homme : Il ſe leve & après avoir fait un demi tour, il me preſente la droite. Il ne m'eſt ſurvenu aucun changement ; c'eſt lui qui a changé ſa place & ſa ſituation, & ſi on dit en Latin comme on le peut dire ſuivant l'uſage, que *ex ſiniſtro factus ſum dexter*, cette expreſſion ne ſera pas juſte, car elle paroîtra poſer en fait qu'il m'eſt arrivé quelque changement, & joindra à mon nom des termes empruntés de ce qui eſt arrivé à une autre perſonne.

Il n'y a donc que les corps à qui il ſurvient quelque changement, il n'y a que les corps ſur qui le mouvement produit quelque effet, & par conſequent il n'y a que les corps qui ont eux-mêmes quelques mouvemens, qui éprouvent quelque variation dans leur maniere d'exiſter, dont l'exiſtence ſoit ſucceſſive & porte à juſte titre le nom de *Temps*. L'exiſtence du mouvement dans un corps, eſt donc l'exiſtence du tems dans ce corps ; & le temps & le mouvement d'un corps c'eſt la même choſe.

On eſt tellement accoûtumé à regarder comme très juſtes des expreſſions établies par un long uſage, & qu'on a repeté mille & mille fois dès ſon enfance, & on eſt tellement accoûtumé à dire également qu'un corps a demeuré ou en mouvement, ou en repos pendant une heure, un jour, une année, qu'on ne peut s'empêcher d'être ſurpris quand on entend dire que le temps n'eſt pas, à parler exactement, la meſure du repos comme il eſt celle du mouvement, & qu'on ſoupçonne d'abord quelque ſophiſme dans les argumens par leſquels on prouve que le mot de *Temps*, eſt un terme qui exprime une maniere d'exiſter qui n'eſt pas celle

des corps en repos. Cependant qu'on repasse sur ces preuves ; leur évidence en fera surmonter ce que le prejugé contraire à la conclusion y oppose d'abord.

Chaque quantité est la mesure précise de soi-même, & par là chaque mouvement est sa mesure à lui-même, sa succession est précisement telle qu'elle est : Mais quand il s'agit de comparer des quantités, pour en connoître au juste le rapport, on leur cherche une mesure commune du même genre. Pour comparer deux mouvemens & établir leur rapport, il faut donc en chercher un qui ait ce qu'il faut pour être leur mesure commune. Et comme on peut comprendre que la mesure commune de deux étenduës doit être une étenduë qui se trouve précisement un certain nombre de fois dans l'une, & un certain nombre de fois dans l'autre, sans savoir pour cela comment il faut s'y prendre pour trouver une telle mesure, on peut de même comprendre quel doit être un mouvement pour servir à la mesure des autres, sans savoir par où on s'assurera qu'un mouvement a les conditions qu'on demande.

On comprend qu'un mouvement seroit propre à mesurer les autres, quand il seroit uniforme, & sans avoir besoin de faire attention au temps, on conçoit qu'un mouvement meriteroit le nom d'uniforme, quand il seroit toûjours également successif, quand l'application successive dans laquelle il consisteroit n'iroit jamais ni en croissant ni en diminuant ; mais par où s'assurer qu'on a un tel mouvement ?

On est aisément venu à croire que les mouvemens des astres & surtout celui du Soleil, se faisoient avec cette regularité ; la supposition étoit commode, & on n'y remarquoit pas d'erreur. Cependant on s'est convaincu du contraire, & il a fallu s'assurer de quelques autres mouvemens pour servir de regle universelle. La raison même les a fait trouver, On a observé (& on en a découvert les raisons) que de certains pendules quand

ils étoient d'égale longueur & qu'ils partoient ensemble, achevoient & recommençoient ensemble toutes leurs vibrations, sans que l'un devançât l'autre de quoi que ce soit.

Mais comme ces vibrations n'étoient pas toutes d'égale longueur, & que les arcs décrits par ces pendules alloient en diminuant, on a attendu d'en lâcher un qu'un autre eût fait un certain nombre de vibrations, 50 par exemple, & alors quoique le second dans chaque vibration, decrivît des arcs plus longs que les arcs décrits par les vibrations de l'autre, ces vibrations ne laissoient pas de recommencer & de finir toûjours ensemble.

Ces experiences soûtenuës par des demonstrations, ont parû mettre en droit de regarder la regularité de ces mouvemens comme propre à en faire la mesure des autres; car quoi qu'ils ne soient pas uniformes à tous égards, & que l'aplication successive varie dans les differentes portions des mêmes arcs, cependant il y reste toûjours une uniformité suffisante. Ces vibrations qui recommencent toûjours & finissent toûjours ensemble, ont à cet égard une uniformité qui prouve que les petites durent précisement autant que les grandes, & presentent dans cette égalité de durées quelque chose d'assés fixe, pour en faire des mesures justes & certaines. Un mobile dont l'application seroit toûjours également successive, ne fourniroit rien de plus commode dans les espaces égaux qu'il parcourroit également; & des vibrations d'égale durée sont équivalentes pour l'usage à des mouvemens uniformes en tout sens. On a donc là des mouvemens, on a des temps dont les sommes sont égales.

De la communication du Mouvement.

ON a vû qu'un corps en mouvement qui en rencontroit un autre en repos, le poussoit devant lui : De là on a aisément conclu que le premier donnoit du mouvement au second. En même temps on a remarqué que le premier alloit moins vîte & avançoit moins qu'auparavant, & de là on a encore conclu avec la même facilité, qu'il avoit perdu de son mouvement. De ces deux consequences on en a tiré une troisiéme, c'est que le corps frapant avoit donné au corps frapé une partie de son mouvement, & s'étoit conservé l'autre. Mais ces trois conclusions si vîte tirées donnent lieu à une très grande difficulté, la troisiéme surtout. Le mouvement n'est autre chose qu'un état du mobile, une maniere d'être du corps qui se meut ; ou si vous voulés, le mouvement d'un corps est ce corps même existant d'une certaine façon, & appliquant successivement sa surface. Or comment la maniere d'être d'une portion d'étenduë, peut-elle devenir la maniere d'être d'une autre portion ? C'est comme si on disoit qu'un morceau d'étenduë existant d'une certaine façon, devient un autre morceau existant d'une façon semblable. Etat de Question.

Essaïons si la premiere naissance du mouvement ne nous pourroit point donner quelque lumiere là dessus. Quand la suprême intelligence a voulu qu'une certaine portion d'étenduë fût en mouvement, infiniment sage & infiniment d'accord avec elle, il ne se peut qu'elle n'ait voulu en même temps, tout ce sans quoi ce mouvement ne pouvoit se faire. Par consequent elle a voulu que les corps rencontrés par le mobile lui fissent place & avançassent pour le laisser avancer. Cette volonté a eu necessairement son effet, & comme il a voulu que Premiere hypothese.

le mouvement continuât dans l'Univers, il a voulu par conſequent que le deplacement, ou le mouvement des corps rencontrés & choqués par ceux qui en auroient continuât à ſe faire dans toute la ſuite des temps. Sa volonté toute puiſſante eſt executée, & cela arrive comme il l'a ordonné.

Mais ſi un mobile après avoir frapé le corps qu'il rencontre, continuoit à ſe mouvoir avec autant de vîteſſe qu'auparavant, celui qu'il pouſſeroit avant lui avanceroit auſſi vîte que lui pour lui faire chemin ; le mouvement doubleroit donc dès le premier choc : Ces deux maſſes en pouſſeroient une troiſiéme égale à leur ſomme, & le mouvement deviendroit quadruple ; de ſorte que ſi cela avoit eu lieu, une certaine doze de mouvement, que la ſageſſe du Createur avoit trouvé à propos d'établir dans l'Univers pour en faire la beauté, ſeroit parvenuë dans peu de momens aux plus grands excès, & auroit tout derangé. Voila pourquoi la Sageſſe ſuprême qui vouloit que l'Univers ſubſiſtât dans l'état ou elle l'avoit d'abord mis, a trouvé à propos qu'un corps qui en rencontre un autre & qui eſt cauſe du mouvement où il ſe met, en perdît autant que l'autre en reçoit de nouveau. Il a fallu que la maniere d'être du premier devînt d'autant moins ſucceſſive que celle du ſecond le devient plus. A proprement parler, il ne ſe fait pas un partage ; mais les mêmes effets arrivent, que ſi le mouvement étoit une ſubſtance qui ſe partageât proportionellement. C'eſt ce qui a donné lieu à des expreſſions tellement établies par l'uſage qu'il n'y a pas moïen de les quitter ; Elles ſont moins juſtes, mais elles ſont plus commodes que des circonlocutions continuelles, & quand on les a une fois expliquées, il n'eſt plus à craindre qu'elles jettent dans l'erreur.

On ne ſe formeroit pas des idées aſſés juſtes de ce ſyſtême, ſi l'on concevoit l'Etre ſuprême continuelle-

ment attentif à tous les chocs, pour créer une certaine quantité de mouvement dans le corps frapé, & en détruire precisément autant dans le frapant, ou pour faire que le corps frapé existât en appliquant successivement sa surface dans un certain degré, & que le frapant appliquât la sienne moins successivement qu'il ne faisoit, precisément dans le même degré : Mais il suffit de concevoir qu'en faisant naître le premier mouvement il a voulu que les choses allassent ainsi, & il l'a voulu pour toujours. Cette volonté ne s'est pas évanoüie ; elle est permanente en lui, & elle est constamment suivie des effets qu'elle a ordonné.

Ce sera dans la suite qu'on aura lieu d'examiner si les chocs des corps à ressort font exception à cette loi, ou si en remontant aux secrettes & premieres causes des effets du ressort, les chocs qu'il modifie se trouvent assujettis à la loi commune, non à la verité dans ce qui se presente aux sens, mais dans ce qui leur échape.

Si elle est une suite de la constance de Dieu.

Pour donner plus de poids à ces loix du mouvement établies par la Sagesse suprême pour toute la suite des temps, & pour mettre dans une plus grande necessité de les reconnoître, on a pretendu qu'elles étoient des suites de la constance essentielle à Dieu. Je doute de la force de ce raisonnement. Dieu est un Etre libre & toûjours très bon & très sage : Il a établi une très grande varieté dans les ouvrages de la Nature, & dans ceux de la Grace. Nous n'avons pas des idées assés exactes, assés complettes, assés determinées des perfections divines pour nous hazarder d'en tirer des consequences determinées. Peut-être même que les impressions causées par les chocs, les ébranlemens qui en sont les effets, seroient toûjours les mêmes, encore que la quantité absoluë de mouvement changeât dans l'Univers, pourvû que la même quantité relative y subsistât. Un corps par exemple, qui s'avance avec deux degrés de mouvement, reçoit la même impression

& un choc de la même force d'un corps égal qui le suit & l'atteint avec six, qu'il en recevroit s'il étoit en repos, & que ce même corps le frapât avec quatre.

Cette expression, Une partie du mouvement du corps frapant, passe dans le corps frapé, signifie dans cette hypothese; Quand le Createur du mouvement aussi bien que de toutes choses, l'a fait naître, il a voulu que les corps rencontrés par ceux qu'il avoit mis en mouvement, s'y missent aussi, & qu'autant que ceux-ci prendroient de mouvement nouveau, autant ceux qui les fraperoient en perdissent de celui qu'ils avoient. Cette volonté à eu d'abord son effet, & comme elle subsiste, son efficace continuë aussi, & on continuë à voir l'execution de cette volonté. C'est la *veritable* cause des mouvemens qui naissent de nouveau, dont le choc des mobiles est simplement *l'occasion*.

Recapitulation de la premiere hypothese.

Seconde hypothese.

Mais il se peut qu'on n'eût pas besoin de recourir à la toute-puissance de l'Etre souverain, pour y chercher la cause veritable & immediate de tous les mouvemens nouveaux qui se produisent, & de tout ce qui s'en detruit. Il se peut que les chocs qu'on regarde dans cette hypothese uniquement comme des occasions & des *causes aparentes*, soient eux-mêmes des *causes veritables* & réelles.

Qui dit mouvement, dit l'état d'un corps qui change de place. Cet état est réel; le mobile existe veritablement avec cette maniere d'être. A la verité l'étenduë a reçu d'ailleurs le mouvement qui se trouve en elle; elle l'a reçu de la premiere cause: C'est l'Etre souverain qui a produit dans l'étenduë les premiers changemens de situation; mais comme l'étenduë elle-même n'en est pas moins étenduë, n'est pas moins être effectif & veritable, parce qu'elle tire son existence d'une cause differente d'elle, cette cause toute puissante & toute réelle ne s'étant pas deploïée pour faire des riens, mais pour produire des choses & faire naître des effets

effets réels ; le mouvement de même, qui eſt un effet de cette étenduë, ne laiſſe pas dès qu'il a été formé d'être un état réel, pour avoir reçû ſon exiſtence d'une cauſe exterieure & differente de lui.

Le mouvement eſt donc un état réel du corps, il y exiſte, il eſt en lui, ou plûtôt c'eſt le corps même exiſtant d'une certaine façon. Un corps qui ſe meut change réellement de place : Or qui dit un corps qui *change de place*, dit un corps qui *déplace* ce qui s'oppoſe à ſon paſſage : Et qui dit un corps qui *change réellement de place*, dit un corps qui *déplace réellement* ceux qu'il rencontre, & qui par conſequent les met en mouvement. Il implique contradiction qu'un corps change de place, ſans déplacer ceux qu'il rencontre. Il implique donc contradiction qu'un corps ſoit en mouvement ſans y mettre ceux qu'il frape : Or c'eſt là le *caractere eſſentiel d'une veritable cauſe*, quand il implique contradiction qu'elle agiſſe & que l'effet ne naiſſe pas de ſon action. Changer de place eſt un *état actif*; l'effet neceſſaire de cet état actif, eſt de faire auſſi changer de place à ce qu'il rencontre & à ce qu'il déplace.

La ſouveraine Sageſſe a vû cela en créant le mouvement. En lui donnant l'exiſtence, il lui a donné tout ce qui étoit neceſſaire pour exiſter, & la force de déplacer l'étoit. Le mouvement a donc reçû cette force; il l'a reçûe en recevant ſon exiſtence, & cette *force*, à le bien prendre, n'eſt pas differente de lui-même. Changer de place & déplacer, c'eſt le même état conſideré ſous deux diverſes relations.

Le corps rencontrant & le corps rencontré s'uniſſent en une ſeule maſſe ; car chaque corps eſt compoſé d'une infinité de ſubſtances, dont chacune a ſon exiſtence à part ; mais ces ſubſtances compoſent *un ſeul tout* par le *contact* & par le *repos* où elles ſont l'une à l'égard de l'autre. Le corps frapant touche le frapé, & il faut qu'ils avancent d'un pas égal, au moins dans le mo-

ment du choc, afin que le premier continuë à se mouvoir. Les voilà donc qu'ils forment une seule masse : Ce nouveau tout existe en appliquant successivement sa surface à ce qui l'environne. Quelle est la cause de cette application successive commune à toute cette masse. ? C'est l'application successive de celle des deux parties qui a poussé l'autre. Un effet ne sauroit être plus grand que sa cause. Il n'y aura donc pas plus d'application successive dans le nouveau tout, qu'il n'y en avoit dans celle de ses parties qui en est la cause. Le nouveau tout ne parcourra pas un plus grand espace que celui que parcouroit l'une de ses parties dans un temps égal, avant qu'elle se fût unie à l'autre.

Pour avoir la longueur du premier espace parcouru, je diviserois cet espace par sa baze, le poids du mobile. Pour avoir la longueur du second espace, je le diviserai de même par la nouvelle masse ; & comme le diviseur croîtra, le quotient diminuera dans la même proportion. C'est ce qui fait dire que la vîtesse du mouvement est diminuée par le choc & par l'union du frapant & du frapé, & qu'autant que celui-ci devient un corps s'appliquant plus successivement qu'il ne faisoit, autant celui-là s'applique moins successivement.

Distribution du mouvement

Pour déterminer tout cela plus exactement, on cherche une mesure commune aux deux masses. Si celle qui étoit en repos, pesoit, par exemple, une livre & $\frac{3}{4}$. & celle qui la pousse deux livres & $\frac{3}{8}$. une huitiéme de livre sera la mesure commune des masses, & leur rapport sera celui de $\frac{14}{8}$ à $\frac{19}{8}$. ou de 14 à 19.

Si cette derniere parcouroit 6 toises dans une minute, chacune de ses huitiémes parties parcourroit aussi la longueur de 6 toises : Multipliés donc cette longueur par 19, vous aurés la somme des espaces parcourus par ce mobile, ou la quantité de son mouvement qui s'exprime par $19 \times 6 = 114$, & chaque unité sera

une portion, ſavoir $\frac{1}{114}$. de cette quantité. Ces portions ont reçû le nom de degrés, parce que le mouvement peut croître & diminuer par degrés.

La nouvelle maſſe composée de $\frac{33}{8}$. de livre deviendra la baze d'un eſpace exprimé par 114, & en diviſant ce nombre par 33, on aura dans le quotient $3 + \frac{15}{33}. = \frac{38}{11}$. pour la longueur de l'eſpace parcouru. Cette longueur étoit premierement de $6 = \frac{66}{11}$. Elle ſera donc diminuée dans le rapport de $\frac{66}{38}. = \frac{33}{19}$. c'eſt à-dire, dans le rapport de la nouvelle maſſe à la premiere. Chaque partie du premier mobile ne parcourra plus que $\frac{38}{11}$. de toiſe. Cela fait $\frac{38}{11}. x\ 19 = \frac{722}{11}$. Auparavant c'étoit $\frac{1254}{11}. = 114$. La diminution ſuit encore le rapport de $\frac{33}{19}$.

Chaque partie du corps rencontré decrit $\frac{38}{11}$. Cela fait en tout $\frac{532}{11}$. qui ajoûtés à $\frac{722}{11}$. quantité de mouvement qui reſte au frapant, font $\frac{1254}{11}. = 114$. C'eſt-à dire qu'après le choc, ſi l'on ſomme le mouvement de la partie frapante & de la partie frapée, on aura la même quantité de mouvement, ou le même nombre de degrés qu'avant le choc.

Ce ſont là les ſuites neceſſaires de ces trois verités. 1°. Que le mouvement déplace. 2°. Que du mobile frapant & du corps rencontré il ſe fait une ſeule maſſe. 3°. Que cette nouvelle maſſe ou ce nouveau tout eſt dans un état d'aplication ſucceſſive auſſi grande, c'eſt à-dire auſſi ſucceſſive preciſément qu'étoit celle du mobile frapant.

Si le mouvemét peut être cauſe veritable & s'il eſt eſſentiel à une creature de n'avoir pas de force réelle

Je vois bien des gens prevenus de la penſée qu'un Etre créé ne ſauroit rien produire, ou être la cauſe réelle de quoi que ce ſoit; car, diſent-ils, pour produire il faut que ce qui n'exiſtoit pas vienne à exiſter; & de l'un de ces termes à l'autre il y a une diſtance infinie: Or franchir cette diſtance, & par conſequent produire un changement infini, c'eſt ce qui paſſe les forces d'un Etre créé, qui par là même eſt un Etre fini.

Mais ce sont là de ces subtilités Metaphysiques qui éblouïssent & qui jettent aisément dans l'erreur, parce qu'elles sont exprimées dans des termes vagues & très équivoques.

Les termes ausquels on préposoit une negation avoient reçû dans l'école le nom de *termes infinis*. *Non métal* : *Non animal*. En parlant ainsi, j'éloigne à l'infini les sujets dont je fais mention. Ici, par exemple, tout ce qui peut être métal, tout ce qui peut être animal. Delà on a conclu que quand on dit *mouvement*, *non mouvement*, il y a une distance infinie de l'un de ces termes à l'autre. Mais tout ce qui n'est pas métal, tout ce qui n'est pas animal, est-il infiniment éloigné de l'être ? Un noyau de cerise n'est pas un cerisier, c'est un *non cerisier*, mais il n'est pas infiniment éloigné d'être cerisier, il a une aptitude à le devenir, qui ne se trouve pas dans le noyau d'un autre fruit, & dont d'autres semences sont encore plus éloignées. L'eau, le sel, le souphre ne sont pas des arbres, mais ces parties servent réellement à les nourrir, & en les nourrissant elles deviennent arbres.

En general une chose qui existe, n'est éloignée du neant, ou n'est differente du rien, qu'en vertu de ce qu'elle possede de réel ; elle n'en est differente qu'autant qu'elle est réelle. Or toute realité créée est finie. Donc aucune creature n'est infiniment differente du neant. Cet éloignement infini est le caractere propre de l'Etre éternel & necessaire. Produire du mouvement, ce n'est donc pas produire un changement, & par consequent un effet infini, puisque le mouvement est une réalité finie, laquelle même ne differe pas autant du neant, & n'a pas autant de réalité que la substance.

L'idée de la production d'une substance, n'est pas à beaucoup près si facile à former que l'idée de la production d'un mode ; nous avons de la peine à y venir :

Mais celle d'un mode se presente d'abord, parce que c'est l'idée d'un effet qui est en nôtre puissance ; car enfin j'introduis dans un morceau de cire tant de figures qu'il me plaît, non simplement parce qu'en retranchant de certaines pieces, je laisse paroître des figures qu'elles envelopoient & qu'elles couvroient, mais en y en faisant naître qui n'y étoient point : Par exemple, quand de ronde qu'elle étoit je l'aplatis, & que d'un cube j'en fais une pyramide, &c. Mais je n'ai pas reçu le pouvoir de produire des substances : pouvoir qui nous auroit été inutile, puisque si tout est plein, nous n'aurions pù les placer nulle part, & au cas du vuide, si les corps qui nous environnent ont le degré de densité qui leur convient, & qui convient à l'Univers, de nouvelles substances en augmentant cette densité, n'auroient fait que du derangement.

Mais cette puissance que nous n'avons pas, il est très facile de nous convaincre que Dieu l'a ; car il implique contradiction que la volonté de l'Être infini ne soit infiniment réelle, & par consequent infiniment efficace ; car la force est toujours proportionée à la réalité, puisque la force d'un Être, c'est cet Etre même agissant ou en état d'agir.

Deux principes secrets d'erreur.

On est venu à dépoüiller les creatures de toute activité par deux motifs bien differens, les uns avec la meilleure intention du monde, les autres avec la plus mauvaise. Les uns ont été ravis de trouver dans le neant des creatures, & dans leur extrême & absoluë foiblesse, une verité des plus efficaces, pour engager les hommes à ne craindre & à n'aimer que Dieu, seule cause immediate de tout ce qui peut nous causer du plaisir ou de la douleur. Les autres ont été ravis d'y trouver une raison pour s'afranchir de toute contrainte, de tout reproche, de toute loi, en se considerant comme des Etres sans activité, uniquement passifs & entraînés par une suite infinie de mouvemens, tous ne-

ceſſaires, auſquels ils n'ont d'autre part que celle de les recevoir & de les ſentir.

Plus les premiers ont de pieté, plus ils doivent craindre d'affermir les autres dans des principes, dont les ſuites naturelles vont ſi droit au renverſement de toute vertu & de toute religion; & cela même doit rendre ces principes extrêmement ſuſpects, & même ſi ces conſequences en ſont bien tirées, il n'en faut pas davantage pour en conclure qu'ils ſont faux.

Inconveniens du ſiſtême des cauſes occaſionelles.

Si nous n'avons point d'activité réelle, ſi nous ne ſommes actifs qu'en apparence, nous n'avons point non plus de liberté réelle; nous ſommes libres en apparence, mais neceſſités en effet; & ce ſentiment intime de nôtre liberté, qui n'eſt pas moins vif, ni moins clair, quand nous voulons nous y rendre attentifs, que celui de nôtre exiſtence, que celui de nôtre penſée, n'eſt qu'un ſentiment illuſoire. Si nous ſentons que nous ſommes libres ſans l'être, pourquoi ne ſentirions nous pas que nous penſons ſans penſer? La plus parfaite certitude ſe reduit à une certitude de ſentiment; ébranlés-la, prouvés qu'elle eſt trompeuſe par un ſeul exemple, il n'y en aura plus. Voilà le genre humain reduit au plus outré Pirrhoniſme.

Toute la Morale, toutes les idées de vertu & de vice tout ce ſiſtême ſi bien lié & fondé ſur des principes ſi ſimples, ſi clairs, ne ſera qu'un entaſſement de chimeres; car s'il n'y a *point de liberté*, il n'y a point de devoir, point de loi, point de Morale, ou s'il y en a, ce n'eſt qu'une *Morale chimerique*.

Ces chimeres auront été juſqu'ici dans l'eſprit de bien des hommes, des principes Phyſiques qui les auront determinés à une infinité d'actions très utiles au genre humain, & qui les auront detournés d'une infinité d'autres qui lui auroient été très pernicieuſes, quoique ſouvent avantageuſes à leurs auteurs. Telles ſont les obligations que l'on a à l'erreur: Mais la connoiſ-

ſance de la verité va faire changer de face à la conduite des hommes, & la mettre ſur un tout autre pié. La connoiſſance de la verité eſt un principe Phyſique, qui mêne tout naturellement & tout droit à la licence.

Mais pourquoi parler de verité ? En eſt-il quelqu'une dans ce ſiyſtême, & en peut-on avoir un caràctere aſſuré ? Si vous dites qu'il y a une évidence qui force à croire & qui exclud le doute, quiconque croit quelque propoſition que ce ſoit, n'eſt-il pas également forcé à la croire ? Et dans tout ce que les hommes font, & dans tout ce qu'ils penſent, ne ſont ils pas ſoumis à la neceſſité ?

Il faut, ſi ce ſyſtême eſt reçû, changer entierement les idées qu'on a eu juſqu'ici ſur l'Etre ſouverain : De *l'amour de l'ordre* il ne faut plus lui en attribuer, puiſqu'il eſt également l'Auteur de l'ordre & du deſordre, à moins qu'on ne veüille aneantir toute difference entre le bien & le mal, & traiter d'illuſions & de ſophiſmes tout ce qu'on a dit là deſſus. *Sageſſe*, *Sainteté*, *Juſtice*; *Miſericorde*, ce ſont là des noms qui ne ſignifient plus rien appliqués à la cauſe ſuprême & univerſelle de tout. L'Univers eſt compoſé d'Automates, qui paroiſſent agir & n'agiſſent point. L'idée de l'Etre ſuprême ſe reduit à celle d'un Etre neceſſité à les mouvoir.

Quand on entreprend de loüer la plûpart des hommes, comme on ne trouve dans leurs qualités réelles que peu de matiere à éloge, on ſe reduit à tirer leur gloire de la comparaiſon qu'on fait d'eux avec d'autres que l'on prend ſoin de rabaiſſer. Cette methode dont on s'eſt fait une longue habitude, on la ſuit quand il s'agit de loüer l'Etre ſouverain, comme s'il ne tiroit ſa grandeur & ſa gloire que de nôtre petiteſſe & de nôtre abaiſſement, & que pour exalter l'un, il fallût abaiſſer l'autre. Cette methode eſt indigne du grand objet qu'on ſe propoſe de loüer, & il me ſemble qu'il

faudroit faire tout le contraire. Si la connoiſſance d'un ouvrage éleve naturellement à celle de ſon Auteur, plus nous trouverons de grandeur & de réalité dans ceux de Dieu, plus auſſi nous aurons une grande idée de ſa réalité & de ſa puiſſance. N'étoit-il pas plus digne d'elle de ſe deploïer pour produire des choſes réelles, que pour donner ſimplement naiſſance à des riens & à des aparences d'Etres, pour produire des cauſes & des forces réelles; que pour faire naître de ſimples aparences de cauſes & de forces?

Dieu a voulu ſe repreſenter dans ſes ouvrages: L'exiſtence des creatures eſt une image de la ſienne; leur activité une repreſentation de ſon activité; & comme une exiſtence réelle eſt plus propre à repreſenter celle de Dieu, & en offre à ſes yeux une image beaucoup plus juſte; une activité veritable repreſente auſſi celle de Dieu, tout autrement que ne feroit une activité qui ne feroit qu'une aparence & un rien dans le fonds. L'exiſtence des creatures eſt réelle & differente de celle de Dieu, de qui elles la tiennent: Leur force de même eſt réelle, & elle eſt réellement une force diſtincte de la puiſſance divine d'où elle vient.

On dit là deſſus, un Etre créé n'a de force que ce que la volonté divine lui en a donné. Donc cette volonté eſt la cauſe de ſa force: Elle eſt même, ajoûte-t-on, cauſe qu'elle ſubſiſte; car la volonté de Dieu ayant crée cette force, de plus a voulu qu'elle ſubſiſtât; ſi elle ſubſiſte c'eſt donc à cette volonté qu'elle en eſt redevable. Je tombe d'acord de tout cela; mais quand on ajoûte, c'eſt donc, à proprement parler, la volonté de Dieu qui eſt cauſe tous les effets de cette force créée, & pour elle elle n'en eſt que la ſimple occaſion: Je ne vois pas la neceſſité de cette conſequence, & ce qu'elle a de vrai eſt mêlé d'équivoque. C'eſt à la volonté de Dieu qu'il faut raporter tous les effets qui paroiſſent dans l'Univers, comme à leur premiere cauſe,

puiſque

puisque cette volonté toute puissante est la source qui a donné l'Etre à toutes les causes & à tout ce qui produit quelque effet. Mais si c'est la premiere cause, c'est l'unique. La consequence n'est pas juste : Elle n'est pas cause de rien, elle n'a pas produit de simples apparences ; & les forces, les causes ausquelles elle a donné l'Etre, sont des forces réelles & des causes veritables, qui agissent & qui produisent leur effet. De Dieu elles ont reçû leur existence & leur pouvoir d'agir ; mais comme elles sont effectivement, elles peuvent réellement. Elles existent veritablement, & agissent de même.

S'il y avoit quelques Etres éternels, à la naissance & à la conservation desquels Dieu n'eût eu aucune part ; afin qu'ils ne laissassent pas de sentir l'élevation de Dieu par dessus eux, & pour les amener à lui donner gloire, & à s'abaisser sous lui, je m'étudierois à découvrir tout ce qu'il y auroit d'imperfection en eux, pour y arrêter leur attention. Mais pour sentir l'élevation de Dieu nôtre Createur au dessus de nous, il n'est pas necessaire de fixer nos regards sur nos imperfections, & de faire attention à ce qui nous manque, au contraire l'effet naturel de tous les avantages qui sont en nous, c'est de s'humilier sous la main puissante de qui nous les avons reçûs. Plus je trouve que je suis, plus je vois ce qu'il peut, puisque je ne suis que ce qu'il me fait : Plus il m'a donné, plus je luis dois d'amour, de devoüement & d'actions de graces : Plus il m'a donné, plus il peut m'ôter, & par là je le dois plus craindre : Plus il m'a donné, plus il a de droit sur moi, & par là je suis dans une plus grande obligation de lui obéïr.

Si j'étois immobile, & que la Toute-puissance divine & son infinie bonté, fît avancer des viandes jusques près de ma bouche, l'ouvrît, les fît descendre dans mon estomach, les transformât en chyle par son action immediate, & les fît couler dans mes veines ; en un

mot si tout ce que je viens de dire, & toutes les suites que j'en éprouverois, étoient tout autant de miracles, je reconnois que j'aurois de très grandes obligations à mon Createur ; mais ne lui devrois-je pas encore davantage, & mes obligations ne deviendroient-elles pas incomparablement plus grandes, s'il me faisoit réellement present de la force de m'avancer vers les alimens de les choisir, de les preparer, de m'en nourrir ? & n'aurois-je pas en ce cas incomparablement plus de tort si je l'oubliois & si je me bornois à m'aplaudir à la vûë de mes forces, sans m'élever en actions de graces à la Puissance éternelle qui m'auroit fait si heureux & si grand à mes propres yeux ?

Il est donc clair, ce me semble, que le systême des causes occasionnelles n'est pas si necessaire pour relever la grandeur de Dieu par dessus ses creatures, que ses partisans le prétendent. Il pouroit même avoir un effet tout oposé à leurs intentions, & si les preuves que je viens d'avancer sont bonnes, le systême contraire est plus glorieux à l'Auteur de l'Univers. S'il est vrai, dis-je, qu'il faille chercher dans la nature même du mouvement & dans une de ses proprietés essentielles, la cause de ce qu'on appelle communication du mouvement, la cause réelle en vertu de laquelle un corps qui en frape un autre le fait avancer, & en vertu de laquelle le frapant & le frapé ensemble parcourent un espace precisément de la capacité de celui qu'auroit parcouru dans le même temps le frapant tout seul ; on doit se savoir bon gré de cette découverte, & elle est à la gloire du Createur. C'est de lui que le mouvement a reçû cette force, comme il a reçû de lui d'être mouvement. Il a voulu qu'il y eût de l'étenduë : L'étenduë est effectivement, & est de l'étenduë. Il a voulu que le mouvement fût un de ses états : Il a voulu que l'étenduë existât en s'apliquant successivement ; le mouvement est un de ses états, & elle existe en s'apli-

quant ainsi : Il a voulu qu'elle changeât de place ; elle en change veritablement: Il a voulu qu'elle déplaçât ; elle déplace réellement ce qu'elle rencontre & non pas simplement en apparence. Il a voulu que le mouvement fût un état actif ; il est un état actif: Il tient d'ailleurs son activité, comme il tient d'ailleurs son existence ; son existence même & son activité sont inseparables ; car il n'existeroit pas s'il n'étoit pas mouvement, & s'il n'étoit pas un mouvement, il ne seroit pas actif, comme s'il n'étoit pas actif il ne seroit pas mouvement. Le mouvement dès qu'il existe, est par là même déterminé à continuer d'être ; sa force qui n'est autre chose que lui-même, dès qu'elle est née, est déterminée à subsister & à agir. Les effets de la volonté Divine sont réels & differens de cette volonté, par la vertu de la quelle ils ont reçû l'Etre ; & quand ces effets deviennent des causes à leur tour, ce sont des causes réelles & differentes de la cause suprême de qui elles ont reçû le pouvoir d'être des causes. L'infinie réalité de Dieu n'empêche pas que les creatures ne soient de veritables Etres ; au contraire plus la Toute-puissance qui les a formées est réelle, plus il est vrai qu'elles sont elles-mêmes des Etres réels, non des apparences : Elles tirent de Dieu leur Etre & leur force, mais leur force est réelle & differente de la Puissance divine, comme leur existence est réelle & differe de l'existence du Createur.

Fœlix qui potuit Rerum cognoscere causas !

O causa causarum, quousque te nos qui
à te sumus ignorabimus ?

PROPOSITIONS

PRESENTÉES A L'EXAMEN

DE MESSIEURS

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES;

A L'OCCASION D'UN SECOND PRIX qu'ils ont proposé pour l'année 1720. lequel regarde la Navigation, & a pour ſujet cette Queſtion :

Quelle ſeroit la maniere la plus parfaite de conſerver ſur Mer l'égalité du Mouvememnt d'une Pendule, ſoit par la conſtruction de la machine, ſoit par ſa ſuſpenſion.



PROPOSITIONS

PRESENTÉES A L'EXAMEN DE MESSIEURS DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

JE n'aurois pas la presomption d'écrire à des personnes si savantes & éclairées, mais deux choses me rassurent ; la premiere est l'esperance que vous pardonnerés les fautes d'un mauvais stile à une personne qui n'a point été élevée en France, qui n'a jamais fait d'étude, & qui dès sa jeunesse n'a apris simplement que la profession, le travail, & l'art de l'Horlogerie ; & la seconde est, que comme ce sujet regarde ma profession, que la matiere dont je traite, les réflexions & les propositions que je fais ; le tout étant des choses de fait, qui me sont dictées non seulement par les experiences que j'ai faites, mais aussi par celles de plusieurs Savans qui ont donné leur attention à perfectionner l'art de l'Horlogerie ; me fait aussi esperer une favorable attention en mon particulier.

La veritable affection que j'ai toûjours eue pour l'Horlogerie, m'a engagé dans la recherche de son origine, de son utilité, de son progrès dans les differens temps, & du degré de perfection où elle est parvenuë de nos jours; comme aussi des traités où ont été faits, des remarques à son sujet, des experiences qui ont été faites en differens temps, & des obstacles qu'on a trouvés, & qui n'ont point encore été surmontés jusqu'à present de ma connoissance.

Toutes ces choses, Messieurs, vous étant connuës mieux que je ne puis les exprimer, je ne ferai que quelques reflexions generales qui conviennent au sujet & à l'intelligence de mes propositions; & aussi des motifs qui m'ont engagé depuis plusieurs années à travailler sur ce sujet, & à la recherche de nouveaux moyens ou de nouvelles methodes pour la construction d'une Pendule ou machine qui conservera sur Mer pendant un long temps, l'égalité de son mouvement. Les nouvelles methodes que j'ai découvertes, & que je ne sache pas qu'elles ayent jamais été mises en pratique que par les experiences que j'ai faites en mon particulier, repondent aux deux parties de la question susdite, à savoir pour sa construction, & pour sa suspention dans un Vaisseau, j'espere vous en donner une aussi juste idée, comme si j'étois present avec mon travail, la distance des lieux me privant de cet avantage: obstacle que je pourois surmonter, mais esperant que la démonstration que je fais ici, sera suffisante pour en donner toute la connoissance requise, je m'estimerai heureux si mon étude & mon travail peuvent quelque jour rendre un bon service au Public, ce qui a toûjours été mon principal desir.

L'origine, le but, & la fin de l'Horlogerie, étant de produire, composer, où faire des machines ou mouvemens, qui ayent la proprieté de mesurer le temps dans toutes ses parties, & d'imiter la regularité du mouvement

vement de la Terre, chose qui a été si favorablement reçûe du Public, pour l'utilité qu'il en reçoit en toutes sortes d'affaires, que cela à engagé les plus sçavans & les plus habiles Artistes à emploïer le fort de leur genie à perfectionner cet Art. En effet l'on peut dire qu'il est parvenu à un haut degré de perfection, comme je le remarquerai en son lieu.

Ayant apris depuis long-temps, & en dernier lieu par un petit Traité touchant la découverte des Longitudes, lequel propose pour methode le moyen d'une Horloge; ce qui est remarqué dans les Nouvelles publiques à la suite des Nouvelles d'Amsterdam, du 7me. Août 1714. & est ajoûté, que cette methode est estimée par les plus habiles Mathematiciens, la meilleure pour parvenir à la découverte des Longitudes, la grande difficulté est de faire des Horloges, Montres, ou Pendules qui ne varient pas.

La consideration de ces choses, m'a engagé à penser & à travailler sur ce sujet, & à profiter de l'experience de ceux qui ont travaillé avant moi, afin de surmonter les nouveaux obstacles qu'ils ont trouvé, & de prendre de nouvelles & plus justes mesures pour parvenir au but & à la fin desirée. J'ai consulté plusieurs personnes savantes, & particulierement des savans Mathematiciens, pour savoir quel degré de justesse il falloit de necessité dans un mouvement de cette nature; car pour une justesse & regularité parfaite & exacte, il n'y en a point de main humaine qui puisse la produire, & ce seroit une temerité de l'entreprendre; mais pour une justesse & regularité qui a déja été mise en pratique, à savoir dans les Horloges fixes à longue Pendule, dans lesquelles on peut dire qu'il y a une justesse admirable, & on en a vû qui dans une année de temps n'ont pas varié plus de trois minutes, autant qu'on a pû remarquer; là dessus j'ai été assuré que si on produisoit un mouvement ou machine, laquelle auroit la

tant poids ſur poids, & les poids étant ſuſpendus en l'air, conſervent toûjours une égalité de force ou de peſanteur, ſoit qu'il ſoit élevé de ſix ou ſept pieds de terre en l'air, ou ſoit d'un demi pouce ſeulement. Voilà un premier principe & fondement parfait, ſur lequel cheminent les Pendules fixes, & il n'y a que les accidens qui peuvent interompre & alterer ſa regularité, comme je le remarquerai plus bas. Un poids n'a de force que lorſqu'il eſt ſuſpendu en l'air, & ne conſerve ſa force également la même, que lorſqu'il eſt fixe & ſans mouvement, car s'il vient a être agité par quelques cauſes exterieures, alors le mouvement qu'il a reçû lui donne beaucoup plus de force ; de là vient qu'on a eû recours à un grand reſſort pour les machines portatives, lequel n'occupe pas une grande place comme fait le poids, & n'eſt pas ſujet d'être agité par quelques cauſes exterieures, mais il ne ſe trouve pas dans un reſſort les deux proprietés qu'il y a dans un poids ſuſpendu en l'air, ſavoir de la force, & une force toûjours égale, juſqu'a ce qu'il ait fini ſon cours, il n'y a ſimplement que de la force dans un reſſort, & cette force eſt toûjours inégale, ſelon que le reſſort eſt plus ou moins bandé ; de là vient qu'il n'eſt pas poſſible de faire un mouvement regulier ſur un tel principe, & que l'on demande un mouvement perpetuel pour avoir une force toûjours égale, juſqu'à ce qu'il ait tout fini. Entre tous les moyens dont on s'eſt ſervi pour corriger les inégalités d'un reſſort, la fuſée eſt ſans contredit le meilleur qu' y ait, mais elle n'a pas cette perfection neceſſaire, la methode que je propoſe pour trouver dans un reſſort, ou plûtôt avec des reſſorts, la même idée de force toûjours égale pendant un long cours de tems, comme elle ſe trouve dans un poids, eſt par une diviſion de pluſieurs forces inferieures, leſquelles quoique ſeparées les unes d'avec les autres, agiront toutes enſemble & à la fois ſur un même ſujet ou mouvement,

& ainsi ce sujet recevra autant de force qu'un grand poids lui auroit pû donner, par exemple, lorsqu'un cheval ne suffit pas pour traîner le canon, on ajoûte un plus grand nombre de chevaux, jusqu'à ce que l'on trouve une force suffisante pour traîner le canon; sur ce principe je puis trouver autant de force qu'il m'en faut pour continuer un long cours, tout de même que dans les Pendules à poids, on peut ajoûter poids sur poids, afin de trouver la pesanteur ou force requisé, voilà quant à la force; quant à la regularité de force, je la trouve dans le même principe de division de force, au lieu d'un seul grand ressort pour une Horloge à huit jours, lequel il ne faut remonter que tous les huit jours une seule fois, il faut huit ressorts inferieurs de force, lesquels agissant tous ensemble sur une Horloge ou mouvement à huit jours, lui donnent tout autant de force comme le seul grand ressort; mais pour trouver cette grande égalité de force toûjours la même dans tout son cours, il faut observer de ne pas remonter tous ces huit ressorts ensemble en un même temps, mais de mettre une distance égale de temps entre chaque ressort, devant que de les remonter, à savoir de remonter un ressort à chaque jour, le premier jour il faut remonter le premier ressort, le second jour il faut remonter le second ressort; & ainsi des suivans jusques au huitiéme jour; le neuviéme il faut remonter le premier ressort, & continuer tous les jours le même ordre que je viens de remarquer, par ce moyen on trouvera une force toûjours égale, & la même en tout temps aussi long-temps que l'on observera de remonter les huit ressorts alternativement, un ressort à chaque jour, ce qui fera que la machine continuëra son cours aussi long-temps que la matiere subsistera en son entier; chacun des huit ressorts sera toûjours dans un periode de force different l'un d'avec l'autre; le dernier remonté agira dans son premier pe-

riode de force, & le premier remonté agira dans son dernier periode de force, & les autres agiront dans leurs differens periodes, selon le temps qu'ils auront été remontés, de sorte que la force generale des huit ressorts, qui agissent toûjours ensemble sur un même sujet, étant toûjours partagée en huit differens periodes de forces, lesquelles sont toûjours à se succeder les unes aux autres, continuë la même force en tout temps, puisqu'il y a toûjours en tout temps les mêmes periodes de forces qui agissent, & ainsi la même justesse & regularité de force, comme il y a dans le poids des Pendules fixes. Cette methode produit un effet admirable, puisqu'elle donne en quelques sorte un mouvement perpetuel, autant qu'il est possible de le produire avec la matiere; à toute chose materielle il faut de necessité fournir une substance pour la conserver en son entier, c'est une verité que nous experimentons nous mêmes ne pouvant vivre autrement, ainsi cette substance de force se fournit tous les jours, en remontant un des huit periodes ou ressorts, ce qui nourrit & entretient en tout temps la force generale des huit ressorts, & produit le même effet que l'on peut attendre d'un mouvement perpetuel : la preuve en est tout à fait démonstrative dans le modele que j'ai fait & composé suivant l'idée de cette nouvelle methode, auquel je n'ai mis que quatre periodes de force, ou quatre ressorts, chacun aïant sa fusée & sa chaîne lesquelles agissent sur un même sujet, & fait un effet admirable, puisqu'il imite la justesse & regularité des Pendules fixes à poids; & ainsi un principe & fondement tout à fait assuré & parfait, lequel donne une idée d'une force toûjours égale, comme le poids d'une Pendule fixe; & si cette idée n'est pas tout à fait satisfaite, l'on peut faire une plus grande division de periodes, en ajoûtant un plus grand nombre de ressorts & de fusées. Ainsi je dis que voilà un fondement, ou

premier principe de force, sur lequel on peut travailler avec assurance, pour faire des machines portatives propres à servir sur la grande Mer.

Le second principe d'égalité qui se trouve dans les Pendules fixes, à savoir un échapement de balancier à rochet, avec un pendulon & un poids au bout, donne une idée d'une regularité parfaite dans les mouvemens, ou vibrations du balancier ; un échapement à rochet n'est point sujet comme les autres échapemens à un acrochement, à un renversement, & à un batement ou contrebatement : Les deux premiers causent des arrêts, & le dernier cause des inegalités dans le mouvement du balancier. Le poids qui est attaché au bas bout du pendulon, sert à maintenir les vibrations du balancier dans un mouvement regulier ; en sorte que quand il est toûjours mené par une force égale, il ne se peut pas faire que son mouvement ne soit toûjours le même. Dans ce second principe d'égalité il y a deux parties, savoir, 1. un échapement à rochet, 2. un pendulon avec un poids : il n'est pas possible de mettre en pratique ces deux parties dans une machine portative, on ne peut mettre en pratique que la premiere, à savoir un échapement à rochet, pour un pendulon avec un poids au bout suspendu dans l'air, il faut de necessité qu'il demeure dans un lieu, & soit fixe, par les raisons que j'ai remarquées ci-dessus, en parlant du poids d'une Horloge. Mais on a trouvé une methode admirable pour les machines portatives, & qui fait le même effet que le poids suspendu en l'air attaché au bas bout du pendulon, à savoir un ressort à spirale fait en rond de la figure d'un limaçon, lequel regle les mouvemens ou vibrations d'un balancier, avec la même justesse que le poids attaché au pendulon d'une Pendule : nous en avons l'exemple & la preuve dans les machines portatives, à savoir les Montres qui se portent dans la poche, dont il y en a un grand nombre quoi-

que d'un si petit volume, qui ont la même justesse & regularité qu'une Pendule fixe. On peut dire que ce n'est point un hazard, puisqu'il est constant lorsqu'une Montre bien faite & conditionnée se trouve entre les mains d'une personne soigneuse qui en a le soin requis, elle continuë son cours pendant un long-temps, dans une justesse admirable; ce que beaucoup de personnes de ma connoissance peuvent témoigner de leurs Montres. Le plus habile Horloger ne peut pas repondre de la justesse de son ouvrage pour plus long-temps que la durée de son cours; or la plûpart des Montres de poches n'ayant leurs cours que de 24 à 30 heures, ne les ayant plus entre ses mains pour en avoir le soin lui-même; il ne peut pas repondre du soin qu'un autre personne en aura. J'ai fait cette remarque afin de donner à connoître le haut degré de perfection ou l'Horlogerie est parvenuë de nos jours; je remarquerai aussi l'obligation & la veneration que nous devons à la memoire de feu Monsieur Huygens pour la découverte de deux si excellens principes d'égalité. L'invention des Horloges à Pendules lui est attribuée dans le Journal des Savans au Tome troisiéme page 159. du Lundi premier de Janvier 1674. Il a aussi donné la premiere idée pour l'invention des Montres à Pendules ou à ressort spiral, dans le Journal des Savans du mois de Février 25me. 1675. Je puis dire que feu mon pere a été le premier ouvrier, qui a fait des Montres à spirale dans la perfection où elles sont à present. La distance du lieu de sa demeure le privant de la connoissance personnelle de feu Monsieur Huygens, il eut connoissance de sa proposition, de faire un ressort attaché au balancier afin d'en regler les vibrations, dans ledit Journal du 25me. Février 1675. il admira une si juste idée, & son imagination en étant remplie il se mit aussi-tôt à faire un modele qui fut fait en deux heures de temps de cette maniere: Il prit le balancier

d'une vieille Horloge qui avoit environ six pouces de diametre, il le mit à son équilibre dans un cadre qu'il fit exprès ; prit le grand ressort d'une vieille Montre plate tout ployé en rond, il attacha le bout du ressort qui regarde le centre à une des palettes du balancier, & l'autre bout du ressort qui regarde la circonference, à une branche du cadre ; le balancier & le ressort étant ainsi en état d'agir, il vit l'effet que le ressort avoit sur les vibrations du balancier, qui étoit le même que le poids suspendu au bas bout d'une Pendule. Il se mit en même temps à faire des Montres sur ce principe, qui ont servi de modele aux Montres à spirale qu'on a faites jusqu'à present en Angleterre. Pendant ce temps là, Monsieur Thuret demeurant à Paris, ayant le bonheur de la connoissance de Monsieur Huygens, perdit beaucoup de temps à faire des Montres avec un ressort droit, qui agissoit sur la circonference du balancier, ce qui n'a pas produit un bon effet, & on a été obligé de se servir d'un ressort en rond de la figure d'un limaçon, suivant la methode que feu mon pere pratiqua dès le commencement ; j'ai crû devoir faire cette digression sur une des plus belles découvertes qui ait été faite dans l'Horlogerie, je me suis donc conformé à faire ma Machine suivant la methode de ce second principe d'égalité, à savoir un échapement à rochet avec un balancier ayant un ressort à spirale. Voilà mes propositions sur la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement d'une Pendule, par rapport à la construction de la machine, lesquelles j'espere seront reçûës, puisqu'elles sont toutes fondées sur l'expérience, & la pratique. S'ensuit la methode la plus parfaite pour sa suspension & pour son entretien dans une grande regularité pendant un long-temps sur la Mer, & dans tous les differens climats, ce qui se rapporte à la seconde partie de la question.

Il

Il eſt certain qu'une machine qui ſera conſtruite ſelon l'idée que donnent les deux principes d'égalité ci-deſſus démonſtrés, il faut de neceſſité que tout le cours de ſon mouvement ſoit regulier, & il n'y a que des accidens & des cauſes exterieures qui puiſſent en alterer le cours; il eſt certain auſſi que la perfection de l'Horlogerie depend de la veritable connoiſſance de tous ces accidens, & cauſes exterieures qui les produiſent, afin de pouvoir ſurmonter tous les obſtacles qu'on a découverts; je me ſuis donc appliqué à cette connoiſſance comme je l'ai marqué au commencement de ces reflexions, & ne raporterai que la remarque d'un Auteur, qui dit: Qu'on a plus fait de progrès depuis environ cinquante ans, dans les Arts & dans les Sciences, & particulierement dans la Phiſique & dans les Mathematiques, qu'on n'en avoit fait pendant pluſieurs ſiecles precedens, & les experiences qu'on a faites de nos jours, ont beaucoup contribué à l'augmentation de nos connoiſſances, ce n'eſt, par exemple, que depuis quelques années qu'on commence à connoître les proprietés de l'air, qui eſt naturellement froid, & qui ne s'échauffe que par le mouvement & l'impreſſion que lui donnent les raïons du Soleil. On en ſera bien-tôt convaincu, ſi on fait reflexion que dans nos climats, l'air qui vient du côté du Nord où eſt le Pole, d'où le Soleil eſt éloigné, & auquel il ne communique ſes raïons qu'obliquement, que cet air, dis-je, eſt beaucoup plus froid que celui qui vient du côté du Midi, où eſt la ligne Equinoxiale, dont le Soleil eſt plus proche que du Pole, & ſur laquelle il darde ſouvent ſes raïons à plomb, l'on peut auſſi ajoûter, que l'air n'eſt plus froid la nuit que le jour, qu'à cauſe de l'abſence du Soleil: Dans un autre endroit il dit, nous nous appercevons très ſenſiblement des changemens de chaud & de froid, qui arrivent à l'air dans lequel nous vivons, mais il ne ſeroit pas facile de comparer au juſte la chaleur d'un jour avec celle

d'un autre, ſans le ſecours d'un inſtrument qu'on a inventé depuis un certain temps, & qu'on a nommé Thermomètre. Il remarque que le propre de la chaleur eſt d'étendre, de dilater & de rarefier tous les corps, & qu'au contraire le froid les reſſerre, les comprime, & les racourcit: Et les corps mêmes qui nous paroiſſent les plus durs, ſont ſujets à cette loi; on en a la preuve par une experience qu'on a faite de nos jours: On a pris deux pieces de marbre, longues de trois pieds ou environ, larges d'un demi pied, & épaiſſes de trois pouces, leſquelles avec tout l'Art poſſible, on a rendu de même longueur, de même largeur, & de même épaiſſeur; on a expoſé à l'air pendant une forte gelée ces deux pieces de marbre, aſſés de temps pour que la gelée eût fait ſon effet deſſus, on a échauffé une de ces deux pieces de marbre dans de l'eau chaude, auſſi long-temps qu'elle eût pris aſſés de chaleur, pour qu'en la tirant de l'eau en y appliquant la langue, on eût de la peine à s'y ſouffrir. Enſuite on a appliqué ces deux pieces de marbres l'une ſur l'autre, & on a trouvé une difference très ſenſible; on a reïteré cette experience, en échauffant la piece de marbre qui avoit demeuré expoſée à la gelée, & remiſe à la gelée celle qui avoit été échauffée dans de l'eau chaude, & en les appliquant l'une ſur l'autre, on a trouvé encore une difference plus ſenſible.

Je raporterai auſſi une experience qui a été faite ſur Mer, avec une Horloge ou Pendule, on a trouvé le moïen par un genou de ſuſpendre en l'air dans un Vaiſſeau une grande boëte ou armoire, laquelle aïant un puiſſant poids au bas qui la retenoit dans un équilibre fixe, le genou qui la ſuſpendoit cedoit à toutes les agitations ou mouvemens du Vaiſſeau, enſorte qu'aïant mis deux Pendules dedans ladite armoire, elles ont cheminé & continué leurs cours, en voguant ſur la grande Mer tout de même que ſi elles euſſent été ſur terre

ferme en un lieu fixe, l'une des deux Pendules ne s'eſt point arrêtée pendant tout le temps d'aller & de revenir d'un grand voïage, ſur laquelle on a fait les obſervations ſuivantes. On a obſervé de les bien regler avant que de partir ; à meſure qu'ils avançoient vers les climats chauds, la Pendule alloit plus doucement de quelque minutes par jour ; & quand ils ont été dans les climats les plus chauds, la Pendule alloit trop doucement de cinq à ſix minutes par jour, & continuant leurs obſervations dans le retour du voïage, ils ont obſervé qu'à meſure qu'ils ſe ſont avancés devers nos climats, la Pendule alloit plus vîte, & regagnoit ce qu'elle avoit perdu en allant, tellement que lorſqu'ils ont été de retour, la Pendule s'eſt trouvée auſſi bien reglée qu'elle étoit avant que de partir. Là deſſus ſans faire de nouvelles recherches pour découvrir les veritables cauſes de ces nouveaux obſtacles, ils en ont laiſſé le ſoin à ceux qui viendroient après eux ; remarquant ſeulement dans leurs écrits, que la groſſiereté de l'air & le changement des climats étoit un obſtacle qu'on n'avoit pû ſurmonter juſques à preſent ; c'eſt ce qui a donné lieu au prejugé du Public, contre la poſſibilité qu'il y auroit de faire une Pendule, ou machine qui auroit un cours regulier ſur la Mer.

Je n'ai rapporté ces remarques & experiences qui ont été faites par les ſavans ; que d'autant qu'elles donnent la connoiſſance des accidens & des cauſes exterieures qui agiſſent ſur toutes machines aïant un mouvement, comme j'eſpere le faire voir ci-après, par quelques reflexions à ce ſujet.

Ma premiere reflexion eſt que ſi toutes ſortes de matieres même les plus dures, comme le marbre, l'acier, & tous les metaux, ſont ſujets à cette loi, d'être reſſerés, comprimés & racourcis, ſelon le degré de chaleur, ou de froid, qui ſe trouvent dans le lieu où elles ſont, il s'en ſuit que toutes ſortes de machines mouvan-

tes, ſoit Horloges, Pendules grandes & petites, & Montres de poche, toutes ſans exception, ſont ſujetes à cette loi. Cela étant, comme on n'en peut douter, ſelon la demonſtration des ſuſdites experiences, il s'en ſuit auſſi que le chaud & le froid aïant une grande influence ſur toutes ſortes de matieres, les machines mouvantes qui ſont toutes faites de quelques matieres, ſeront toutes ſujettes aux mêmes influences ; leur cours ſera plus lent ou plus rapide, ſelon les differens degrés de chaleur, ou de froideur du lieu où elles ſe trouveroient, & qu'il ne ſe trouvera de la regularité dans aucune, qu'autant qu'il ſe rencontrera une même égalité de chaud & de froid.

Je dis auſſi qu'elles ſeront toutes ſenſibles au chaud & au froid, les unes plus, les autres moins, ſelon la quantité de matieres, ou plûtôt ſelon le volume qu'elles auront. Les grandes machines ſeront de beaucoup plus ſenſibles que les petites ; le diametre des rouës, & du balancier rond étant plus grands, tous les reſſorts & verges du balancier à Pendule étant auſſi plus longs, les effets de la chaleur & du froid auront plus de priſe ſur elles, elles augmenteront ou diminueront les diametres des rouës, & auſſi elles allongeront ou racourciront la longueur des reſſorts & des verges, avec plus de difference & ſenſibilité, que non pas celle d'un petit volume.

Comme une rouë qui eſt menée par ſon centre à plus ou moins de force, ſelon la difference de grandeur des diametres ; & auſſi des reſſorts, plus ou moins de forces, ſelon la difference des longueurs qu'ils ont, il s'en ſuit qu'étant ainſi ſujetes aux influences exterieures du chaud & du froid, elles ſeront auſſi ſujetes au changement de leurs juſtes meſures de grandeur & de longueur, & ainſi leur force ſera changée ; ce qui arrivant dans toutes les parties d'une machine mouvante, comme il eſt certain que cela arrive, il eſt évident que

la veritable cause des changemens & des varietés qui se trouvent dans toutes sortes des susdites machines, ne proviennent que des differens degrés de chaleur ou de froideur, qu'il y a dans les differens lieux du monde, ou lesdites machines se trouvent.

Voilà la veritable connoissance des causes exterieures qui agissent avec tant de puissance sur toutes sortes de machines, qu'elles en alterent le cours selon leur inconstance. Il y a long-temps que j'ai remarqué, que tous nos ouvrages sont sujets à la varieté des saisons, & que les grands ouvrages, c'est-à-dire, les Horloges d'une Ville y sont plus sujettes que toutes les autres. Mais sans me déterminer à rien de particulier, ne me trouvant pas assés de savoir pour en découvrir les veritables causes, je me suis arrêté à la notion commune de l'inconstance de l'air, & de la varieté des saisons, jusques à ce qu'aïant été mieux éclairé par la lecture de quelques Traités des Savans, qui traitent des effets de la nature, & des proprietés des élemens, & aussi des experiences qui en ont été faites.

C'est ce qui a donné lieu à la découverte & invention de plusieurs machines, qui donnent des moïens efficaces pour connoître & se servir utilement des proprietés de chaque élement, & en particulier du Feu, à savoir les étuves, & les thermometres, avec lesquels on subvient à l'absence de la chaleur du Soleil, dans les temps & les saisons qu'il s'éloigne de nous; & on connoît les degrés de chaleur necessaires pour les differens usages dont nous avons affaire. Avec ces machines, on a trouvé la methode de conserver en vie ou en mouvement, dans les climats froids, des plantes qui ne peuvent subsister que dans des climats chauds, où le Soleil ne fait pas de si longues absences, exemple, les orangers que l'on renferme pendant un rude Hiver, dans de grandes chambres ou sales, ou avec le moïen des étuves on retient la presence du Feu, ou la chaleur necessaire pour leurs entretiens.

Il y a des perſonnes qui ſe ſont appliqués à faire des machines du vuide propres à renfermer une Pendule, pour la garantir contre la groſſiereté de l'air, & les changemens des climats. Choſes que je ne croi pas facile à mettre en pratique, ni d'aucune utilité pour ce ſujet; je ſuppoſe qu'on ait trouvé la methode de renfermer une Pendule, de la remonter, & lui faire continuer ſon cours pendant un long-temps dans une telle machine, en ſorte que l'air n'en puiſſe approcher pendant un fort long-temps en aucune maniere. Cependant il arrivera que la chaleur qui penetre tout, même dans le vuide, ce qui eſt à obſerver entre les remarques des ſavans, leſquels ont fait fondre de la cire dans une machine du vuide, par la chaleur exterieure du feu qui penetroit dedans, quoique l'air fût entierement dehors la machine; ainſi il arrivera, dis-je, qu'une Pendule renfermée dans une pareille machine du vuide, ne ſera point à couvert des differens degrés de chaleur qu'il y a dans les changemens des climats & des ſaiſons, & ainſi la Pendule ſera ſujette aux mêmes irregularités, puiſqu'elle ne ſera point à couvert contre les fortes influences des differens degrés de la chaleur & de la froideur; leſquelles ſont la veritable cauſe, ou les cauſes exterieures qui agiſſent ſur toutes les parties d'une Pendule, comme je l'ai démontré évidemment ci-deſſus.

Ces reflexions m'ont donné l'idée des propoſitions que je fais ici, ſur la maniere la plus parfaite de conſerver ſur Mer l'égalité du mouvement d'une Horloge ou machine, par rapport à ſa ſuſpenſion, leſquelles j'ai miſes en pratique en mon particulier, & fait les remarques que je produirai ci-après.

Dans le troiſiéme principe d'égalité, que je dis qu'il y a dans une Pendule fixe, celui de ſa ſuſpenſion à deux parties, la premiere, eſt un lieu fixe, la ſeconde, un lieu à couvert des influences de l'air, & de la varieté des ſaiſons. La proprieté d'un lieu fixe, c'eſt une grande

tranquilité ; ou une Pendule n'eſt point ſujette à aucune agitation exterieure, qui pourroit la déregler : Et celle d'un lieu à couvert, &c. entretient toutes les parties d'une Pendule dans leur juſte meſure, & maintient l'égalité du mouvement : Il eſt à remarquer que celles des Pendules fixes qui vont ſi juſte, ce ſont celles qui ſont dans un lieu où l'on fait du feu dans une rude ou froide ſaiſon ; ce principe d'égalité peut être mis en pratique dans un Vaiſſeau par la methode qui ſuit.

Premierement il faut faire une armoire d'une grandeur convenable, pour renfermer deux ou trois Pendules, un thermometre, une étuve, & deux ou trois lampes, plus petites les unes que les autres, il faut ſuſpendre en l'air cette armoire dans un Vaiſſeau, par le moïen d'un genou, afin de la retenir en équilibre pendant les agitations d'un Vaiſſeau. Il ſera à propos que le globe ou genou ſur lequel ſera ſuſpendu cette armoire, ſoit attaché à un reſſort aſſés fort, pour pouvoir ſoutenir tout le poids de l'armoire & de la machine ſans ſe rompre ; ce reſſort ſervira à garantir la machine contre les mouvemens ſubits du haut en bas, comme d'une chûte ; comme le genou ſert contre les mouvemens du balancement d'un Vaiſſeau, il la faut placer au centre & au fond d'un Vaiſſeau, afin qu'elle ſoit à couvert des mouvemens les plus ſubits, & des raïons du Soleil ; comme auſſi des agitations de l'air ; il faut que cette armoire ſoit double l'une dans l'autre ; il faut qu'elles ſoient faites de cuivre, de fer, ou d'autre metail, matieres peſantes, & qui retiennent la chaleur long-tems dans toutes leurs parties, la moindre armoire faite de cuivre, doit renfermer les Pendules avec un thermometre, elle doit être placée en dedans de la grande en haut, & au niveau du devant de la grande, & ſe fermer bien juſte avec un chaſſis ou fenêtre, auquel il doit y avoir une grande verine, afin de pouvoir voir cheminer les Pendules, & l'effet du thermometre qui ſeront renfermés

dedans, la grande armoire ne doit pas être plus large que la moindre, que de ce qu'il faut pour que la moindre entre juste dedans ; mais elle doit être plus profonde de quelques pouces, afin qu'il y ait un vuide ou espace entre l'interieure & l'exterieure des deux armoires, pour servir de passage à la chaleur, à la fumée, & à communiquer la chaleur dans le dedans de la moindre armoire : La grande armoire doit être considerablement plus longue que la moindre, afin de pouvoir placer tout au bas une étuve, & quelques lampes, & qu'il y ait un espace pour faire monter & descendre les lampes, pour donner plus ou moins de chaleur à l'armoire qui renferme les Pendules ; il faut aussi que le bas de la grande armoire soit fermé avec une fenêtre par devant, où il y ait quelques verines, afin de voir les lampes allumées, & que l'agitation de l'air ne les éteigne point ; & aussi de retenir la chaleur en dedans ; il faut qu'il y ait plusieurs trous au fond du bas de la grande armoire, pour donner passage à l'air, afin que le feu & les lampes ne s'éteignent point ; & de faire monter la chaleur & la fumée par l'espace qui est entre les deux fonds des armoires l'une dans l'autre, jusques en haut desdites armoires, où l'on pourra pratiquer une cheminée pour conduire la fumée ou l'on voudra.

Cette armoire ainsi construite, & placée dans le fond d'un Vaisseau, étant suspenduë en l'air par un genou, sera en premier lieu le même effet, comme un lieu fixe, pour placer une Pendule qui sera ainsi à couvert des agitations de l'air, & de celle d'un Vaisseau, & demeurera tranquile dans sa situation. En second lieu, la Pendule sera à couvert contre le changement des climats & des saisons, par le moïen d'une châleur convenable & constante, & toûjours la même ; ce qui pourra être facilement pratiqué avec l'étuve, ou les lampes, & le thermometre, dans une saison ou climat le plus froid, on pourroit mettre du feu & allumer des lampes

lampes, & ainsi dans une saison ou climat chaud, on pourra mettre peu de feu, ou n'allumer qu'une petite lampe, & la tenir éloignée de l'armoire où est la Pendule, & dans les païs sous la ligne équinoxiale, ne point mettre de feu, ni de lampe, le Thermometre qui est sensible au moindre changement de chaleur, & qui sera renfermé avec les Pendules, donnera toûjours à connoître lorsqu'il faudra augmenter ou diminuer la chaleur, au moindre mouvement qu'il fera pour descendre ou pour monter, outre le degré convenable de chaleur qu'on aura choisi. Pour choisir & trouver ce degré convenable de chaleur, il faut observer que ce ne soit pas une chaleur si grande, qui pouroit alterer la trempe des pieces d'acier, & cuire l'huile, & aussi que cette chaleur ne soit pas trop petite, qui ne pourroit être pratiquée dans les pays vers la ligne équinoxiale où le Soleil a plus de force. Ainsi il faudroit faire cette observation, si elle n'a pas encore été faite, d'avoir plusieurs Thermometres d'une même grandeur & figure, & bien d'accord ensemble, lorsqu'ils sont en même lieu, de les transporter sur un ou plusieurs Vaisseaux, & les placer dans les lieux au fond d'un Vaisseau, qui sont le plus à couvert des rayons & de l'ardeur du Soleil; & que dans un Voyage, lorsqu'on vient sous la ligne équinoxiale, l'on observe tous les changemens du Thermometre, & tous les degrez de chaleur où il montera, soit de jour, soit de nuit, & même dans les differens tems de l'année, si cela se peut, & d'en faire un Memoire de toutes ses observations. Ainsi l'on pourra choisir le plus haut degré de chaleur qu'il y a dans l'air renfermé au fond d'un Vaisseau, lorsqu'il est dans les pays les plus chauds sous la ligne, & ce degré de chaleur étant connu par le moyen du Thermometre, il sera trés-facile d'entretenir ce même degré de chaleur dans l'Armoire où seront les Pendules, suivant la methode que j'ai proposée ci-dessus. Lorsqu'un Vaisseau voyagera dans tous

les differens climats du monde, une Pendule ainsi placée & suspendue, se trouvera à couvert contre toutes les grossieretés de l'air commun, & ne sera point sujette à tous ces accidens, comme les vapeurs, les humidités, & les agitations inégales & violentes ; cet air aura aussi un mouvement regulier en soi, puisqu'il ne sera agité que par une force reguliere, je veux dire une chaleur toujours la même. Enfin cette même chaleur égale, qui dominera ou agira en tout temps & toutes saisons, avec le même degré de force sur toutes les matieres renfermées dedans cette Armoire, fera que toutes les parties d'une Pendule seront toujours maintenues dans une même mesure de grandeur & de longueur, & par consequent une même mesure de force & de mouvement, dans tous les changemens de climats.

L'experience que j'ai faite en est une preuve. J'ai fait une petite Armoire suivant la methode que j'ai déduite ci dessus, où j'ai enfermé ma machine avec un Thermometre, laquelle alloit juste suivant une Pendule fixe ; & lorsque j'ai allumé la lampe, le Thermometre a monté considerablement, & de plus en plus, à mesure que j'ai augmenté la chaleur, de même aussi ma machine est allée plus doucement de plus en plus, jusques à cinq ou six minutes en un jour de tems ; & lorsque j'ai retiré la lampe ou la chaleur, le Thermometre est descendu au même point qu'il étoit ci-devant, & ma machine a repris son premier cours. Ainsi j'ai fait dans ma Boutique, sans changer de climats ni de saisons, la même experience que j'ai rapportée ci-dessus avoir été faite sur Mer par une Pendule. Ce qui est une preuve démonstrative que ce n'est point proprement la grossiereté de l'air, ni le changement des climats & des saisons, qui cause ces irregularitez, autrement que par rapport aux grandes differences de chaleur & de froideur qu'il y a dans tous les climats, selon que le Soleil y a plus ou moins de force ; & que si

il eſt poſſible (comme je crois qu'il eſt par la methode que je viens de propoſer) de placer une Pendule, ou une machine portative, dans un lieu où elle ſoit gouvernée par une chaleur toûjours égale, on aura trouvé un troiſiéme principe d'égalité auſſi parfait pour la ſuſpenſion ou plutôt pour garantir une pendule contre la groſſierté de l'air, le changement des climats & des ſaiſons que les deux premiers que j'ai produits, ſont pour la conſtruction, & qui ſervira d'une maniere admirable, pour conſerver ſur Mer l'égalité du mouvement d'une Pendule, en la mettant à couvert contre tous accidens exterieurs, dans tous les differents climats du monde.

Voila, MESSIEURS, mes Propoſitions ſur le ſecond prix, qui regardent la navigation, leſquelles vous propoſent trois principes d'égalité, qui chacun en ſon particulier, donne une idée d'une regularité auſſi parfaite que les trois principes d'égalité que j'ai dit y avoir dans la conſtruction des Pendules fixes, ſoit pour l'égalité du mouvement d'une Pendule, ſoit pour la conſtruction de la machine, & ſoit pour la ſuſpenſion ; cette idée eſt confirmée par les choſes de fait & d'experience que j'ai produites, & que l'on peut mettre en pratique, lorſqu'il ſera requis. C'eſt ainſi ce qui me donne l'eſperance que mes Propoſitions ſeront reçûes, & approuvées par Vous, MESSIEURS, ce qui ſeul peut meriter l'attention d'une puiſſance Souveraine, & obtenir ſa protection, & ſon aſſiſtance, pour avoir les moyens néceſſaires pour mener un ſi grand, & ſi beau travail à ſa perfection ; choſe qui rendroit un ſi grand ſervice au public, non ſeulement par raport à la navigation, mais auſſi au peuples du païs où on aura le premier perfectionné cette machine, puiſqu'il en faudroit faire autant qu'il y a de navires qui voyagent ſur mer par tout le monde, ce qui donneroit un ſi grand travail, qu'il entretiendroit un grand nombre de peuples, & donneroit lieu à l'éta-

bliſſement d'une fabrique ou nouvelle manufacture qui produiroit un tres grand négoce, & de grandes richeſſes dans le païs, qui le premier auroit acquis la reputation de faire leſdites machines dans la perfection que l'on demande.

Je m'eſtimerois heureux, ſi en mon particulier, je puis contribuer de quelques choſes à la perfection d'une ſi belle entrepriſe, laquelle je dirai être déja très avancée, & qu'il n'y a plus qu'un pas à faire pour arriver à la fin, & pour prouver cette verité, je ferai quelques reflexions convenables à mon ſujet, pour donner a connoître le degré de perfection, où l'art de l'horlogerie eſt parvenu de nos jours, & repondre aux difficultéz, ou objections que l'on peut faire, de tous les obſtacles qu'il faut ſurmonter, par raport à tous accidens; il eſt certain qu'on ne peut prendre des meſures trop ſeures, pour la perfection d'un ſi bel art, & une choſe ſi neceſſaire & ſi utile pour le bien public, & quoique la dépenſe ſoit trop conſiderable pour la portée d'un ſimple ouvrier, ce ne peut pas être grand choſe par raport au public, & la recherche d'une ſi grande choſe ne peut être que tres avantageuſe pour peu que l'on trouve des degrés de perfection plus grands que ce qui a été trouvé juſqu'à preſent, ce qui arrivera ſans contredit. La choſe eſt ſi vraie, que le jugement & la raiſon nous enſeignent que ſi il a été poſſible de faire un ſi petit mouvement propre a ſervir dans un ſi petite eſpace que la poche d'une perſonne, & cependant qui a une ſi grande juſteſſe durant ſon cours de 24 à 30 heures, il eſt évident qu'ayant tout l'eſpace que l'on veut dans un vaiſſeau, ſoit pour la conſtruction, & pour la ſuſpenſion, il ſera poſſiible de faire une machine qui aura un long cours, d'une grande régularité pendant un long temps, lorſqu'on aura trouvé les veritables regles, meſures, proportions, & précautions qui ſont neceſſaires pourla compoſition & exécution de pareils mouvemens.

Ma premiere reflexion eſt ſur la poſſibilité qu'il y a de parvenir à un degré de perfection ſuffiſante, pour ſervir à l'uſage que l'on demande, ainſi je donnerai du mieux qu'il me ſera poſſible une idée de l'Horlogerie, le point de perfection où elle eſt parvenuë à preſent, & ce qui manque pour la perfectionner. Je ne parlerai point des grandes Pendules fixes, ni des ſonneries, & des repetitions, quoique ce ſoient des parties conſiderables dans l'Horlogerie, & bien perfectionnées, qu'en ce qui eſt propre à mon ſujet, mais ſeulement des machines ou mouvemens portatifs qui puiſſent ſervir dans un Vaiſſeau, de même que les Montres dans la poche.

Pour donner une juſte idée de l'Horlogerie, je la diviſerai en trois parties principales : la premiere, c'eſt le plan ou la conſtruction ; la ſeconde c'eſt le travail ; & la troiſiéme, c'eſt l'échappement du balancier.

Pour faire une choſe parfaite, il faut de neceſſité que toutes les parties ſoient ſans défauts, ainſi je dirai que le degré de perfection où l'Horlogerie eſt parvenuë, eſt d'avoir perfectionné deux des principales parties, à ſavoir, les deux dernieres autant qu'il eſt poſſible ; pour la premiere partie elle eſt encore imparfaite dans le plan & la conſtruction, mais, dira-t-on, pourquoi ſa conſtruction n'eſt elle pas auſſi perfectionnée que les deux autres parties, puiſqu'on n'a pû rien faire ſans elle ? A cela je réponds, qu'il faut de toute neceſſité ſix choſes, ſans leſquelles il eſt impoſſible de faire aucun ouvrage parfait en Horlogerie ; la premiere c'eſt le lieu (ou eſpace) ; la ſeconde, c'eſt les materiaux ; la troiſiéme, c'eſt le temps ; la quatriéme, c'eſt le genie ; la cinquiéme, c'eſt la pratique au travail ; & la ſixiéme, c'eſt l'épreuve. Pour la premiere, quoique l'on ſoit toûjours libre de prendre l'eſpace que l'on veut, cependant les Horlogers ont toûjours été reſtraints à faire de petites Montres, qui ſont de petites machines portatives qui ſo-

portent dans la poche d'une perſonne ; & je ſoutiens qu'il n'eſt pas plus poſſible de faire un ouvrage parfait dans un ſi petit eſpace, que de bâtir un magnifique Palais ſur un petit terrain : Pour la deuxiéme, la nature nous donne des materiaux, & l'on trouve des gens qui les ſavent préparer : Pour la troiſiéme, quoique l'on ſoit libre de prendre ſon temps, un homme qui eſt obligé de gagner ſa vie par ſon travail, n'eſt pas libre de choiſir tous les ouvrages dont il ſe trouve capable, faute de moyens & d'une opulence neceſſaire pour pouvoir ſubſiſter avec ſa famille, & faire la depenſe requiſe à un grand travail : La quatriéme, le genie, c'eſt un don de Dieu que tout le monde n'a pas : La cinquiéme la ſcience qui ne s'obtient que par l'étude & le travail, c'eſt ce qui fait qu'il n'y en a que très peu qui l'obtiennent à un degré ſuffiſant, pour faire & compoſer une choſe au deſſus du commun, & particulierement les riches, n'ayant pas beſoin du travail pour ſubſiſter, ne s'adonnent pour la plûpart qu'à l'étude des Lettres : ainſi la pratique du travail de la main, qui ne s'obtient que par un long exercice dès la jeuneſſe ; la theorie & la pratique étant deux choſes differentes, tous n'ont pas également les qualités requiſes pour la connoiſſance & le travail ; delà vient qu'il y a très peu d'excellens ouvriers. La ſixiéme, c'eſt l'épreuve d'une pareille machine qui ne ſe peut faire ſur le papier, comme les Regles d'Atithmetique ; il faut que tous les ouvrages ſoient entierement finis, & même avoir pluſieurs machines de faites, ou du moins deux, leſquelles ſervirons d'épreuve l'une à l'autre, car ſi elles vont juſte ſans varier, leurs mouvemens doivent ſe rapporter enſemble toûjours également dans leurs cours pendant un long voyage ſur Mer. Par toutes ces difficultés, il eſt facile de reconnoître que l'Horlogerie n'a pû juſqu'à preſent ſe perfectionner dans ſa premiere & principale partie, à ſavoir, le plan & la conſtruction d'un premier principe d'éga-

lité & de force, tout à fait égale dans tout ſon cours : Les Horlogers juſqu'à preſent n'ont été emploïés ni reçû des recompenſes & encouragemens, que pour faire de grandes Pendules, des Montres de poches, des ſonneries, & des repetitions. Voilà ce qui a donné le moyen, & été l'occaſion de perfectionner les ſuſdites parties du travail, & de l'échapement du balancier, juſques au haut degré de perfection où elles ſont à preſent, je ne crois pas qu'il y ait jamais main humaine qui puiſſe rien ajoûter à la juſteſſe, à la delicateſſe, & à la propreté du travail d'Horlogerie qui ſe fait à preſent, mais il eſt à remarquer que cette perfection n'a point été trouvée tout d'un coup ; il a fallu près de deux ſiecles : les derniers venus étant enrichis des lumieres & connoiſſances de leurs predeceſſeurs, ils ont trouvé des methodes plus parfaites pour toutes les parties du travail, & inventé un grand nombre d'outils, qui ſervent à la fabrique de toutes les parties, depuis les principales juſques au moindres, d'une maniere admirable pour la juſteſſe, pour la diligence, pour la delicateſſe, & la propreté du travail ; il ſeroit à ſouhaiter que cette premiere partie, à ſavoir la conſtruction, trouvât le même encouragement que les deux autres ont trouvé ; il eſt tout vrai ſemblable que l'on viendroit à ſa perfection en peu d'années, puiſqu'il n'y a plus rien à perfectionner que cette conſtruction, & la ſuſpenſion dans un Vaiſſeau. Ainſi juſqu'à ce que l'on vienne à mettre toutes les nouvelles idées ſur ce ſujet, en pratique ſur la Mer, ſans ſe rebuter pendant les premieres épreuves, on ne peut point eſperer de trouver cette regularité qui ſeroit ſi utile pour ſervir ſur la Mer. Une démonſtration par theorie peut ſatisfaire l'idée, mais dans l'Horlogerie ce n'eſt pas aſſés, il faut que la pratique ſoit de la partie, & que les épreuves donnent l'aſſurance & la ſatisfaction que l'on s'étoit propoſé : C'eſt ce qui fait que je parois incertain dans le choix de la meilleure maniere,

à l'egard de la conſtruction d'un roüage ſeulement ; puiſque chaque differente maniere peuvent être auſſi bonnes les unes que les autres, & qu'il n'y a que l'épreuve qui puiſſe faire connoître la difference : & comme on n'a point encore été en état de faire toutes les épreuves qu'il faudroit, je ne voudrois rien propoſer qui ne fût apuyé de l'experience.

Je n'ai plus que quelques reflexions à faire ſur les obſtacles & les difficultés qui peuvent arriver par rapport à tous accidens. Pour donner une intelligence de tous les obſtacles & accidens qu'il faudroit ſurmonter & prevenir, je dirai qu'ils ſont de deux ordres, les premiers ſont interieurs, & les ſeconds ſont exterieurs. Il y a encore un troiſiémé ordre d'obſtacles & d'accidens que l'on peut dire imaginaires, à ſavoir, ceux qui ne ſont pas encore venus à nôtre connoiſſance, ſurquoi je n'ai rien à dire, ſinon que comme il a été poſſible de trouver des moyens pour ſe garantir contre toutes ſortes d'accidens lorſqu'ils ſont venus à nôtre connoiſſance ; il ſe trouvera encore de nouveaux moyens pour ſe garantir contre les imaginaires, lorſqu'ils nous ſeront connus.

A l'égard des premiers accidens interieurs, il y en a de grands & de moindres, les grands conſiſtent dans l'ordre, la conſtruction, & l'arrangement de toutes les parties : qu'il y ait une juſte proportion de meſure entre toutes les parties qui agiſſent les unes avec les autres, que les materiaux ſoient bien choiſis, & que les pieces d'acier ſoient d'une bonne trempe, afin de prévenir qu'il n'y en ait point, ni de reſſorts qui viennent à ſe rompre.

Les moindres accidens interieurs conſiſtent dans tout le travail ; que toutes les parties ſoient bien formées, proprement faites & finies ; que toutes les pieces d'acier particulierement celles qui ſont toûjours en mouvement, ſoient bien polies, que rien ne ſoit oublié de tout ce qui

qui eſt neceſſaire pour aſſembler & mettre tout l'ouvrage en mouvement, afin que le tout ſoit bien renfermé, afin que la pouſſiere & les humiditez de l'air ni entrent point.

Voilà tous les accidens interieurs, deſquels on peut dire que l'Horlogerie eſt parvenuë à un degré de perfection ſuffiſante pour les ſurmonter tous, & même qu'elle les a réellement ſurmontés, comme je l'ai démontré en pluſieurs endroits de cet écrit.

Le ſecond ordre d'accidens, qui ſont les exterieurs, il y en a auſſi de grands & de moindres ; les grands conſiſtent dans le changement des climats & des ſaiſons, dans toutes ſortes de chûte & de coups violens, de toutes rudes & précipitées ſecouſſes. Les moindres accidens conſiſtent dans un oubli de la remonter, ſoit en total ou en partie & dans le temps requis, dans une mépriſe ſoit en voulant mettre à l'heure, ou à la regler, dans la negligence de pluſieurs petits ſoins qu'il faut avoir, & dont on peut faire un memoire.

De tous ces accidens en general depuis le plus grand juſqu'au moindre, il eſt neceſſaire de les prévenir tous, car il n'y en a point qui ne donne de l'alteration ſoit en total ou en partie : Pour ceux du ſecond ordre, à ſavoir, les exterieurs que je viens de ſpecifier, toutes perſonnes de bon ſens & entendement les peuvent prevenir, auſſi bien que les Horlogers, par l'uſage d'une armoire, à chaleur égale, en obſervant regulierement de mettre en pratique tous les petits ſoins qui ſeront ſpecifiés dans le memoire pour cet effet : Mais, dira-t'on, il ſera requis des grands ſoins à cette machine, au feu, aux lampes, & au Thermometre, tellement qu'il faudra avoir une perſonne, ou plûtôt des perſonnes pour continuellement jour & nuit en tout temps avoir l'œil ſur le Thermometre & le feu, afin d'entretenir toûjours cette chaleur égale, qu'une negligence & un oubli cauſera un dereglement ; je répond que cela eſt veritable, mais qu'il

en eſt de même en toutes choſes de cette vie, pour nôtre entretien & nos affaires ; qu'il ſera très facile à un Pilote qui n'a pas autres choſes à penſer ni à faire dans un Vaiſſeau, que ce qui a du rapport à ſa conduite, & à trouver ſon chemin ſur Mer ; que le ſoin qu'il faudra avoir n'eſt pas à beaucoup près ſi conſiderable, que le ſoin qu'un Pilote a ſur ces Horloges de ſables, afin de meſurer le temps, dont cette machine l'exemtera, & que pour prévenir la negligence & l'oubli, on pourra avoir un regiſtre ou journal où ſeront marqués tous les ſoins qu'on aura pris journellement, & ſi ils ſe conformeront au memoire qu'on en donnera.

Je remarquerai ici une experience que j'ai faite avec le Thermometre & la lampe, à ſavoir que la chaleur qui eſt renfermée dans cette armoire de cuivre, étant beaucoup ſuperieure à la chaleur qui eſt dans l'air que nous avons ; le changement de nôtre air, ſoit plus chaud ou plus froid, n'eſt pas ſenſible, & ne fait rien à la chaleur qui eſt renfermée dans ladite armoire ; cela ſe remarque par le Thermometre qui eſt dedans, lequel demeure fixe à la chaleur qui eſt remfermée avec lui, & ne change que lorſque l'on retire la lampe ou qu'on la raproche ; par là il paroît que ce ſoin ne ſera pas ſi extraordinaire, puiſqu'une lampe peut bien être pluſieurs heures de ſuite ſans y toucher ; & continuer toûjours ſa même flamme & chaleur, & quand même il arriveroit qu'il ne ſeroit pas poſſible en de certaines rencontres qui peuvent arriver ſur Mer, d'avoir l'attention ſur cette chaleur, enſorte qu'elle ne ſeroit plus la même pendant pluſieurs heures ; cela ne peut pas cauſer un dereglement qui ſoit ſenſible à la regularité de cette machine ; moyennant que ce ne ſoit pas par un trop long-temps, comme il paroît par les Pendules fixes, deſquelles il n'y en a point à qui l'on obſerve cette grande regularité de chaleur ; cependant comme je l'ai remarqué par mes propoſitions, cette chaleur ſert non

ſeulement à maintenir & conſerver toutes les parties de cette machine dans leurs juſtes meſures de grandeur & de longueur, mais auſſi à garantir cette machine contre les groſſieretés de l'air, les vapeurs & les humidités qu'il y a ſur la Mer, dans les differens climats ; ainſi il eſt d'une plus abſoluë neceſſité ſur Mer, d'obſerver autant qu'il ſera poſſible, ſoit de jour ou de nuit, que cette chaleur ſoit entretenuë toûjours la même, que non pas à une Pendule fixe, qui n'eſt point expoſée à tous ces accidens.

Comme dans mes propoſitions je n'ai rien dit de particulier ſur la conſtruction du roüage d'une Pendule, & que j'ai ſeulement remarqué en general, que tout le travail d'Horlogerie étoit parvenu de nôtre temps au plus haut degré de perfection que l'on peut eſperer de la main d'un homme ; cependant il eſt à remarquer par les experiences que j'ai rapportées, que l'on peut ſe ſervir également pour premier principe de force (dans un mouvement ou machine, qui ſera ſuſpenduë, ſuivant la methode que j'ai propoſée) ſoit d'un poids ſuſpendu en l'air, ſoit de la force d'un ou de pluſieurs reſſorts ; & auſſi que la conſtruction la plus ſimple où il y aura le moins de matiere ou de rouës, ſera le moins ſenſible au changement des climats & des ſaiſons ; ainſi je propoſerai ici une maniere ſimple & racourcie, pour la conſtruction d'un roüage, que je ne ſache pas avoir encore été mis en pratique dans l'Horlogerie juſqu'à preſent.

La premiere imagination d'un roüage avec des rouës & des pignons pour continuer un mouvement d'un long cours, a été bonne & parfaite dès ſon origine, car il eſt certain qu'il n'y a point de roüage de quelque conſtruction que ce ſoit, ayant un premier principe de force ſuffiſante pour en continuer le mouvement & ſon cours, qui ne puiſſe faire un bon effet ; il faut de toute neceſſité ajoûter rouës ſur rouës pour continuer un

long cours, de même qu'il faut ajoûter zero ſur zero, pour exprimer une groſſe ſomme. La maniere abregée que je propoſe ici, eſt de faire les pignons d'une autre figure que celles qu'on a faites juſqu'à preſent, laquelle je produirai maintenant: on a toûjours fait des pignons de la figure d'une rouë, ou plûtôt ce ſont de petites rouës qui n'ont qu'un petit nombre de dents, à ſavoir de cinq, de ſix, de ſept, ou de plus, ſelon la groſſeur des dents, & la circonference qu'on leur donne; une rouë de ſoixante dents qui menera un pignon de cinq dents lui fera faire douze tours contre un ſeul, & ne fera faire que quatre tours à un pignon de quinze dents, voilà une grande difference : l'autre difference eſt que la rouë ſoixante communique beaucoup plus de ſa force ſur un pignon de quinze, que ſur un pignon de cinq, lequel a une très petite circonference, & eſt placée tout près de ſon centre; chacune de ces deux differences a ſon avantage, ſi un pignon de cinq ne reçoit qu'une petite meſure de force, il a l'avantage de gagner beaucoup de tems. Voilà l'idée de l'effet d'une rouë avec ſon pignon, & qui eſt toûjours la même idée ſur toutes les rouës & les pignons d'un roüage à pluſieurs rouës, toute la difference qu'il y a d'une rouë à l'autre, eſt que la premiere rouë ſuppoſé qu'elle ſoit une heure de tems à faire ſon tour, les autres rouës qu'elle menne, la quatriéme ou la cinquiéme feront un grand nombre de tours en une heure de temps, ſelon le nombre des dentures de chacune des rouës & des pignons; à l'égard de l'arrangement des rouës, de leurs grandeurs, & du nombre de leurs dentures, il n'y a point de regle pour cela, ſinon la generale, à ſavoir la prudence de l'ouvrier qui étant conduit par l'experience & ſon genie, a la liberté de choiſir la grandeur, le nombre des rouës & des dentures, pour chacune des rouës & des pignons, afin de produire l'effet qu'il ſe ſera propoſé dans l'uſage de ſon travail. Voilà une démonſtration de la methode dont

on a pratiqué jufqu'à prefent en Horlogerie, pour la conftruction des roüages d'une Pendule.

La maniere que je propofe, eft de faire des pignons d'une autre figure, à favoir en viz ou viz fans fin, par ce moyen l'on pourra faire des pignons d'un petit nombre, comme de deux, de trois, & de quatre dents, & cependant qui auront une auffi grande circonference comme les autres pignons de fix, de douze, & de quinze dents, dont je viens de remarquer l'ufage. Un pignon de deux dents qui fera fait en ferpentant tout à l'entour d'un arbre, comme fait la viz, deux dents de la rouë qui le mene, lui fera faire un tour tout entier; enforte que la rouë ayant foixante dents, le pignon fera trente tours, & au pignon à trois dents en viz, elle lui fera faire vingt tours, & à celui à quatre dents, quinze tours.

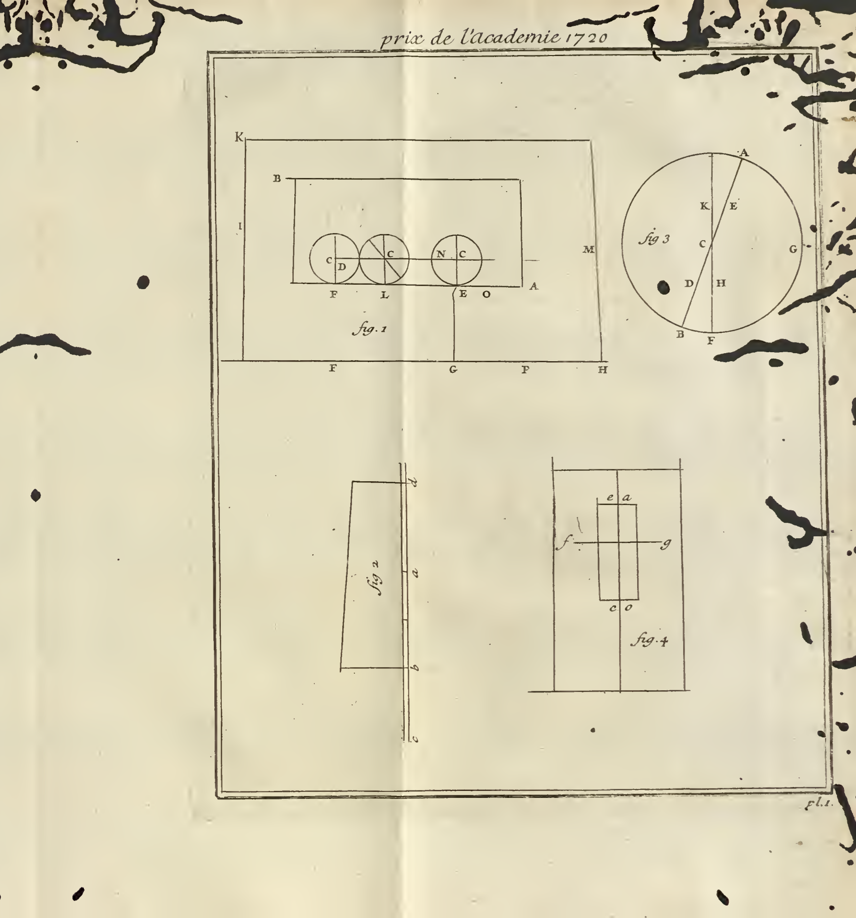
Par cette methode je puis faire un mouvement qui fera trente heures à faire fon cours avec deux rouës feulement, conftruite de cette maniere. La premiere rouë étant d'une grandeur convenable pour contenir quatre-vingt-feize dents fur fa circonference, laquelle fera une heure de temps à faire fon tour, la feconde rouë ayant un pignon à deux dents en viz, elle fera quarante-huit tours en une heure de temps; & cette feconde rouë ayant auffi une grandeur convenable pour contenir foixante-quinze dents à rochet fur fa circonference, produira fept-mille-deux-cent batemens ou vibrations au balancier, ce qui eft une demie feconde à chaque vibration du balancier, lequel doit être d'une grandeur d'environ fix pouces de circonference; la premiere rouë fera menée par un poids fufpendu en l'air, & environ trois pieds de hauteur à defcendre, fera faire trente tours à cette premiere rouë, ce qui fera trente heures pour fon cours, le poids fe remontera par le moyen d'une poulie placée au côté de cette machine, & ainfi elle ne fera point fujette à interrompre fon cours en la remontant.

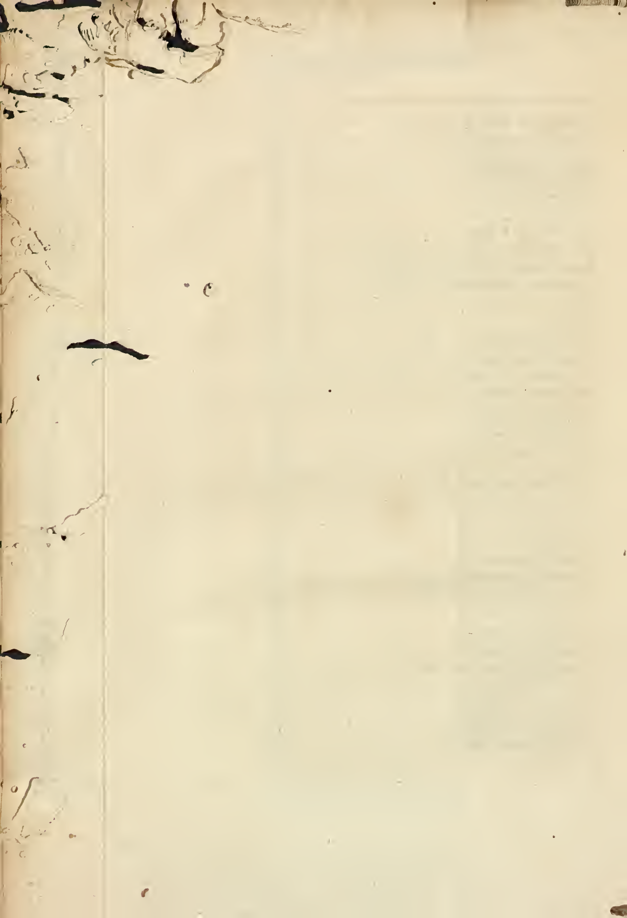
Avec cette methode l'on peut en ajoûtant une troiſiéme rouë faire que ſon cours ſera d'un mois, & en ajoûtant une quatriéme rouë, faire que ſon cours ſera d'une année ſeulement, il faudra que le poids ſoit plus peſant, ou bien ajoûter un plus grand nombre de reſſorts : Quoique je n'aye point encore mis cette methode en pratique, cependant je ne la propoſerois pas, ſi je n'étois certain de la pouvoir mettre en uſage, & ce ſeroit un ſujet digne d'un nouveau travail, pour faire la recherche de ſa perfection, & je ſerois bien aiſe de me trouver en état d'y employer mon temps, & mes ſoins.

Je ne fais point de remarques ſur la conſtruction du roüage d'une quadrature, d'autant qu'il n'y a nulle difficulté de faire agir les éguilles qui meſure le temps, ſoit ſur des cercles diviſés en ſoixante parties, pour les ſecondes & les minutes, ou diviſés en douze ou vingt-quatre parties, pour les heures ou pour les autres parties du temps, comme des ſemaines, des mois, & des années.

J'ai fait mes reflexions auſſi ſuccintes qu'il m'a été poſſible ſur chaque ſujet, & n'ai fait que celles que j'ai crû neceſſaire pour l'intelligence de mes idées, & j'ai omis celles ſur les moyens qu'il y auroit pour amener cet ouvrage à ſa perfection, ſachant qu'il ne me convient point d'en faire devant des perſonnes qui les ſavent mieux faire que qui que ce ſoit, c'eſt ce qui me fait eſperer, MESSIEURS, vôtre indulgence ſur leurs inperfections, puiſqu'elles ſont faites par une perſonne pleine de zele pour le Public, de ſoumiſſion à vos jugemens & obéïſſances à vos ordres, & qui a eu dans la penſée, que comme les Abeilles ſavent tirer de bonne choſes des moindres fleurs, il pourroit ſe trouver quelques unes de mes idées & propoſitions leſquelles ſeroient utiles, & rendroient un bon ſervice dans cette recherche & pour ledit ſujet.

FIN.


K
B
I
C
D
C
N
C
M
A
F
L
E
O
fig. 1
F
G
P
H
A
K
E
fig 3
C
G
D
H
B
F
d
fig 2
a
b
c
e
a
f
g
c
o
fig. 4



EXTRAIT DES REGISTRES DE L'ACADEMIE Royale des Sciences.

Du 21 Mai 1721.

PAr déliberation faite selon la forme ordinaire, la Compagnie a resolu de permettre au sieur JOMBERT, Marchand Libraire, d'imprimer les deux Pieces qui ont remporté les deux Prix de 1720. & de lui ceder à cet égard le Privilege qu'Elle a obtenu du Roy en datte du 29. Juin 1717. en foi dequoi j'ai signé le present Certificat. A Paris ce 22. May 1721. FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Acad. R. des Sc.*

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la Grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & Feaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requestes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra : SALUT. *Nôtre amé & feal le sieur Jean Paul Bignon Conseiller ordinaire en nôtre Conseil d'Etat, & President de nôtre Academie Royale des Sciences*; Nous ayant fait trés-humblement exposer, que depuis qu'il Nous a plû donner à nôtredite Academie, par un Reglement nouveau de nouvelles marques de nôtre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences qui font l'objet de ses exercices ; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a déja donnez au Public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6 Avril 1699. n'ayant point de temps limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de nôtre Conseil d'Etat du treiziéme Aoust 1713. Et desirant donner au Sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au public les travaux de nôtredite Academie Royales des Sciences ; Nous avons permis & permettons par ses Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre ou debiter dans tous les lieux de nôtre obéïssance, par tel Imprimeur qu'Elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon lui semblera, *Toutes ses Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées* ; comme aussi les *Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la composent*, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître sous son nom, aprés avoir fait examiner lesdits Ouvrages & jugé qu'ils sont dignes de l'impression : & ce pendant le temps de quinze années consecutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de nôtre Royaume, comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer,

faire imprimer, vendre, faire vendre, debiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie, en tout ni en partie, par extrait ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Academie ou de ceux qui auront droit d'eux, à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts : à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformement aux Reglemens de la Librairie ; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliotheque publique, un dans celle de nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Daguesseau, le tout à peine de nullité des Presentes. Du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire joüir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foi soit ajoûtée comme à l'original : Commandons au premier nôtre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & necessaires sans demander autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Chartre-Normande & Lettres à ce contraires : CAR tel est nôtre plaisir. DONNÉ à Paris le vingt-neuf jour du mois de Juin l'an de grace mil sept cent dix-sept, & de nôtre Regne le deuxiéme. Par le Roy en son Conseil, *Signé* FOUQUET.

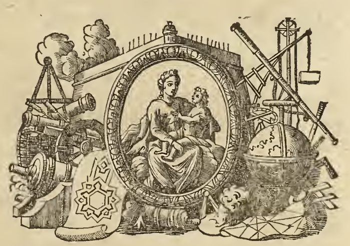
Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrest de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le present Privilege, ensemble la cession écrite ci-dessous sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris p. 155. Num. 205. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrest du Conseil du 13. Aoust 1703. A Paris le 3 Juillet 1717. Signé DELAUNE, *Syndic.*

Nous soussigné President de l'Academie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Academie, pour par elle & les différens Academiciens qui la composent en jouir pendant le temps & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le premier Juillet mil sept cens dix-sept. *Signé* J. P. BIGNON.

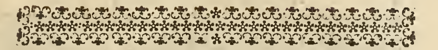
PIECE
QUI A REMPORTÉ LE PRIX
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES,

Proposé pour l'année mil sept cens vingt-quatre, selon la Fondation faite par feu M. Roüillé-de Meslay, ancien Conseiller au Parlement de Paris.



A PARIS, rue S. Jacques,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Mathurins, à l'Image Nôtre-Dame.

M. DCC. XXIV.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.



AVERTISSEMENT.

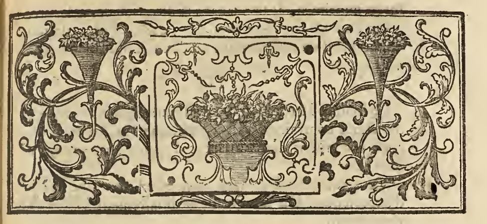
L'*Academie croit devoir avertir qu'on n'a pas été aſſez attentif à ſe renfermer dans les bornes de la Queſtion qu'elle avoit propoſée : il y a eu même des Auteurs qui n'l'ont pas traitée, & qui lui en ont ſubſtitué une autre. On avoit demandé les Loix du Choc des Corps parfaitement durs, ſans s'embarraſſer ſi ces Corps exiſtent. Cependant ce ſont ſeulement les Loix du Choc des Corps à reſſort qui ont été données dans quelques-uns des Memoires envoyez; parmi leſquels il y en a d'excellens, & ſur-tout un qui a pour Deviſe :* In magnis voluiſſe ſat eſt, *où l'Auteur fait paroître beaucoup de ſçavoir en Geometrie, & beaucoup de ſagacité dans la reſolution des Problêmes les plus difficiles.*

Les Loix du Choc des Corps, & de la communication des Mouvemens n'étant pas les mêmes dans les Corps à reſſort, que dans les Corps infiniment durs, ou inflexibles, l'eſtimation des forces, qui eſt aujourd'hui une queſtion très-agitée, & où il y a peut-être eu juſqu'ici du mal-entendu, peut auſſi n'être pas la

même dans les deux cas. Un Auteur peut avoir bien fait cette eſtimation dans le premier, & un autre en avoir donné une differente & vraye dans le ſecond.

L'Ouvrage qui a remporté le Prix eſt de M. MACLORRINS, Profeſſeur en Mathematique dans l'Univerſité d'Alberdeen.





DEMONSTRATION
DES LOIX
DU CHOC DES CORPS.

SECTION I.

Où l'on expoſe les Axiomes & Principes qui ne ſont point conteſtez touchant le mouvement des Corps.

I.

TOUT Corps en repos reſte dans cet état 1.
juſques à ce que quelque cauſe étrangere le mette en mouvement ; & tout Corps en mouvement continue à ſe mouvoir dans une ligne droite, ſans changer ſa vîteſſe, auſſi long-tems qu'aucune cauſe étrangere n'agit point ſur ce Corps.

II.

Le changement de force, c'eſt-à-dire, ſon augmentation ou diminution, eſt toûjours proportionnel à la 2.

force imprimée, & se fait dans la direction de cette force.

On entend par *force imprimée*, celle qui se consume entierement en augmentant ou diminuant le mouvement du Corps.

III.

3. L'action & la réaction sont toûjours égales, & ont leurs directions contraires; c'est-à-dire, que l'action & la réaction produisent dans les Corps d'égaux changemens de mouvement.

Ces trois principes sont démontrez par une infinité d'experiences. On les appelle ordinairement *les Loix du mouvement.*

IV.

4. Les espaces parcourus par deux Corps, dont les mouvemens sont uniformes, sont toûjours dans la raison composée de celles de leurs vîtesses, & des tems qu'ils sont en mouvement.

V.

5. Les forces des Corps dont les vîtesses sont égales, sont proportionnelles à leurs masses.

VI.

6. La force produite dans un Corps ne peut jamais être plus grande que celle qu'avoit l'agent, qui lui communique son mouvement, s'il n'entre point de ressort dans leur action.

VII.

Tous les mouvemens, les forces & les chocs des Corps
7. se font dans un espace qui s'avance avec une vîtesse uniforme, de même que si cet espace étoit absolument en repos. On est d'accord que les mouvemens & les chocs des Corps se font tout de même à present que la Terre tourne sur son axe, que si elle étoit immobile, comme dans le Systême de Ptolomée. Les chocs des Corps sur

un vaisseau qui s'avance avec uu mouvement égal, sont les mêmes que si le vaisseau n'avoit point de mouvement.

SECTION II.

Où l'on démontre que les forces des Corps sont comme les produits de leurs masses multipliées par leurs vîtesses; & où l'on examine le sentiment de ceux qui prétendent que les forces sont comme les masses multipliées par les quarrez de leurs vîtesses.

Comme il est absolument necessaire de sçavoir comment déterminer les proportions des forces des Corps en mouvement, avant que de chercher les Loix de leurs chocs, & qu'il est contesté que les forces des Corps sont comme les rectangles ou produits de leurs masses par leurs vîtesses, il me paroît essentiel d'éclaircir cette matiere, & d'examiner avec attention le sentiment de M. *Leibnitz*, expliqué & soûtenu depuis peu d'une maniere assez suivie par M. *Sgravezande*, dans un Essai qu'il a publié sur le Choc des Corps. C'est la question la plus fondamentale que l'on puisse traiter à l'occasion des chocs des Corps; c'est pourquoi je m'étendrai plus particulierement sur sa discussion. 8.

I. Messieurs *Leibnitz* & *Sgravezande* prétendent que les forces des Corps sont comme les produits de leurs masses par les quarrez de leurs vîtesses, & que les forces des Corps égaux sont comme les quarrez de leurs vîtesses. Par exemple, si les vîtesses des deux Corps égaux sont comme 10 & 8, leurs forces doivent être comme 100 & 64. 9.

Supposons donc que deux personnes, l'une sur un vaisseau, qui s'avance avec un mouvement uniforme, & une vîtesse comme 2; l'autre en repos sur le bord de la mer, jettent deux Corps égaux A & B avec des efforts égaux dans la direction du mouvement du vaisseau, & que le

Corps B qui étoit en repos gagne une vîteſſe comme 8. Il eſt clair par le ſeptiéme Principe, que le Corps A s'avancera dans le vaiſſeau avec une vîteſſe comme 8 auſſi, & dans l'air avec une vîteſſe comme 10, ſomme de la vîteſſe du vaiſſeau, & de ſa vîteſſe reſpective dans le vaiſſeau. La force du Corps A, avant qu'il eût cette augmentation, étoit comme 4, ſelon M. *Leibnitz*, ſa vîteſſe ayant été comme 2. L'augmentation de force qu'il reçoit eſt égale à celle du Corps B par le ſeptiéme principe, c'eſt-à-dire, à 64: donc ſa force totale ſera $64+4=68$. Mais parce que ſa vîteſſe eſt comme 10, ſa force doit être comme 100, & ces deux forces ſont contradictoires. Ainſi leurs forces ne peuvent pas être comme les quarrez de leurs vîteſſes.

10. Si l'on ſuppoſe que l'on jette encore un autre Corps C égal aux Corps A & B dans la même direction, & avec le même effort ſur un vaiſſeau qui s'avance avec une vîteſſe comme 4; la vîteſſe totale du Corps C ſera comme 12, & ſa force dans l'air comme $12\times12=144$. D'où ôtant 16, qui étoit ſa force avant l'augmentation qu'il a reçûë, le reſte 128 eſt la force ajoûtée au Corps C par le même effort qui avoit ajoûté 96 degrez de force au Corps A, & 64 au Corps B, ſelon le Syſtême de M. *Leibnitz*. Cependant il eſt clair que ces augmentations devroient être égales, tant par le ſecond que par le ſeptiéme Principe.

11. Pour donner encore un plus grand jour à ce raiſonnement, ſuppoſons que les deux Corps A & B viennent frapper contre quelques obſtacles invincibles poſez, l'un dans le vaiſſeau, l'autre ſur le bord de la mer, & que les Corps n'ayent point de reſſort: il eſt clair qu'ils perdront des quantitez égales des forces, & que les chocs ſeront les mêmes par le ſeptiéme principe. Mais le Corps B perdra 64 degrez de force, qui eſt tout ce qu'il avoit reçû. Le Corps A en perdant 64, aura donc le reſte $100-64=36$. Mais comme A perd toute ſa vîteſſe, excepté les deux degrez qu'il avoit en commun avec le vaiſſeau du

du commencement, il ne lui reste que quatre degrez de force ; & ces deux forces sont encore contradictoires.

Enfin si le systême de ces Auteurs étoit veritable, les mouvemens & les chocs des Corps contenus dans un espace qui s'avance uniformement, seroient bien differens des mouvemens & des chocs des mêmes Corps, l'espace restant en repos. Dans leur systême il auroit été toûjours aisé de distinguer les mouvemens relatifs des mouvemens absolus ; ce qu'on a regardé comme ce qu'il y a de plus difficile dans la Physique en plusieurs occasions.

On tire un semblable argument du mouvement des 12.
Corps élastiques. Soient deux Corps élastiques égaux A & B, qui vont du même côté avec des vîtesses comme 10 & 5, il est connu que s'ils n'avoient point de ressort ; ils auroient eu après leur choc une vîtesse commune comme $7\frac{1}{2}$: mais qu'étant parfaitement élastiques, ils changeront leurs vîtesses, & le Corps A aura 5 & B 10 degrez de vîtesse. M. *Sgravezande* convient dans sa Prop. 25. que le ressort agit sur les Corps de même que s'ils étoient en repos : & parce que le ressort les separe avec 5 degrez de vîtesse, il faut qu'il imprime $2\frac{1}{2}$ degrez de vîtesse à chaque Corps, c'est-à-dire, $\frac{25}{4}$ de degrez de force. Sans l'action du ressort la force du Corps A auroit été le quarré de $7\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, $\frac{225}{4}$; le ressort lui ôte $\frac{25}{4}$ de degrez : ainsi il lui doit rester $\frac{225-25}{4}$ degrez de force ; c'est-à-dire, 50 degrez ; mais comme sa vîtesse n'est que 5, sa force ne peut être que 25. Ces deux forces sont contradictoires : d'où il faut conclure qu'il est impossible d'accorder leur principe avec les experiences.

On pourroit s'étendre plus sur les argumens qu'on pourroit tirer des mouvemens des Corps élastiques, mais passons plûtôt à ce qui prouve plus directement que la force est comme la masse multipliée par la vîtesse.

II. On est d'accord que deux Corps, dont les vîtesses 13.
sont en raison inverse des masses, & dont les directions

font contraires, reftent en repos après le choc. M. *Sgravezande* en convient. On trouve que deux Corps A & B étant comme 3 & 1, & leurs vîteffes comme 1 & 3, ils reftent en repos après leur choc, s'ils n'ont pas de reffort. Leurs forces, felon M. *Sgravezande*, font comme 9 à 3, ou 3 à 1 : mais felon nous leurs forces font comme 3 à 3, ou 1 à 1 ; c'eft-à-dire, elles font égales. On avoit autrefois regardé cette experience comme une preuve que les forces étoient comme les vîteffes, & non pas comme leurs quarrez multipliez par les maffes. On a crû que les forces des Corps qui s'entre-détruifoient, devoient être égales, & par confequent que les forces étoient comme les maffes multipliées par les vîteffes. Dans l'autre fyftême il faut qu'une force arrête une autre force dont elle n'a que le tiers, ou même dans des autres exemples, une force doit arrêter une force contraire, dont elle n'eft que la millième ou dix millième partie. On prétend que la plus grande force perd tout fon avantage en enfonçant les parties de l'autre. Mais cette réponfe n'ôte pas la difficulté ; on dit que ces forces ne fe détruifent pas, mais qu'elles fe confument en enfonçant leurs parties mutuellement. Or comme ces actions font mutuelles & contraires, & qu'elles commencent & s'achevent en même tems, & qu'elles fe foûtiennent fans prévaloir l'une fur l'autre pendant qu'elles s'exercent, je ne comprends pas comment elles peuvent produire des effets fi inégaux, l'une perdant quelquefois mille, ou même dix mille fois plus que l'autre.

34. On auroit crû bien plus naturellement dans le fyftême de M *Sgravezande*, que deux Corps comme 9 & 1, avec des vîteffes comme 1 & 3, ayant leurs maffes dans la raifon inverfe des quarrez de leurs vîteffes, & par confequent leurs forces égales en fe rencontrant, devroient agir toûjours avec des forces oppofées égales, pour enfoncer mutuellement leurs parties, & devroient par confequent perdre toûjours d'égales forces, & refter à la fin tous les deux en repos ; ce qui repugne extrê-

mement à l'experience. Pour resoudre ces difficultez, il est obligé de soûtenir que deux Corps se rencontrant avec des vîtesses qui sont dans la raison inverse de leurs masses, le grand Corps resiste à l'autre, non seulement par sa force, mais aussi par son inertie; ce que je regarde comme un aveu tacite, que les deux forces des Corps sont effectivement égales dans ce cas: & je trouve que l'Auteur balance par-là la trop grande force qu'il avoit donnée au petit Corps sur sa vîtesse. Dans les chocs de ces deux Corps toute la resistance que le grand Corps fait, quelle qu'elle soit (& qui est égale à la force qui se consume dans le petit, selon l'aveu de l'Auteur) doit également diminuer les forces des deux Corps. Ainsi la force du grand étant beaucoup plus petite dans son systême, elle se doit consumer avant l'autre: laquelle ne trouvant plus de resistance doit emporter tous les deux Corps. Cela me paroît une suite incontestable de nôtre troisiéme principe, que l'action & la réaction sont égales. Il faudroit, pour accorder à l'Auteur ses raisonnemens sur l'inertie & la resistance des Corps changer entierement nos idées de la force, de l'inertie & du mouvement, & quitter ce qui est assez clair pour adopter des obscuritez très-profondes.

Mais s'il est surprenant que dans son systême une moindre force puisse en arrêter une bien plus grande. Il paroît encore plus extraordinaire qu'une force qui n'est que la milliéme partie d'une autre, puisse prévaloir & l'emporter sur cette autre. L'Auteur répond que la plus grande force s'est consumée en enfonçant les parties de l'autre Corps, qui est le plus grand. Mais il est plus naturel de croire que la force qui soûtient l'action contraire de l'autre, & l'emporte encore sur elle à la fin, est la plus grande, que de croire qu'elle n'est que sa milliéme partie. 15.

III. M. *Sgravezande* prétend déduire de son principe les mêmes Loix pour les chocs des Corps qu'on avoit déja trouvez par nôtre principe & par l'experience. Sa 16.

quatorziéme Propoſition eſt le fondement de toutes celles qui ſuivent, & ne paroît pas aſſez établie. Il ſoûtient que » la force perduë dans les chocs des deux Corps non » élaſtiques, eſt la même, quelles que puiſſent être les » vîteſſes abſoluës de ces deux Corps, ſi leur vîteſſe reſ» pective eſt la même. « On verra d'abord que la Démonſtration qu'il en donne n'eſt pas ſuffiſante pour établir une des principales differences des deux ſyſtêmes. » Le mouvement, dit-il, des deux Corps eſt compoſé de » leur mouvement commun & de leur mouvement rela» tif. Il eſt clair que le premier, de quelque maniere » qu'il ſoit varié, ne peut pas changer l'action d'un » Corps ſur l'autre : de ſorte que cette action eſt toû» jours la même auſſi long-tems que la vîteſſe reſpecti» ve ne change point. C'eſt de cette action ou effort des » Corps l'un ſur l'autre que dépend l'applatiſſement ou » enfoncement des parties, lequel par conſequent ſera le » même, ſi la velocité reſpective eſt la même. « On pourroit croire, de la maniere dont il traite cette Propoſition, qu'elle étoit accordée dans tous les deux ſyſtêmes. Cependant elle eſt très-fauſſe dans le ſyſtême ordinaire. Il eſt clair par ſa dix-neuviéme Propoſition qu'il parle de la perte de la ſomme des forces abſoluës des deux Corps, & non pas de celle de la ſomme de leurs mouvemens d'un côté. Il eſt auſſi conſtant que le mouvement abſolu, qui eſt perdu dans le choc des deux Corps non élaſtiques, dont les directions ſont contraires dans le ſyſtême ordinaire, eſt le double de la force de ce Corps, qui en a le moins. Lequel donc doit changer la vîteſſe reſpective reſtante la même, quand la plus petite force change, & ne peut pas changer, quoique la vîteſſe reſpective devienne plus grande, ſi la plus petite force reſte la même. Suppoſons que deux Corps A & B avoient des vîteſſes V & u, & que la ſomme de leurs forces abſoluës avant le choc étoit $AV+Bu$; ſi la force du Corps A étoit la plus grande, & s'ils vont de côtez oppoſez, leur force après leur choc ſera $AV-Bu$, & la difference de ces forces,

ou la force perduë sera AV—+Bu—AV—+Bu=2Bu, c'eſt-à-dire, égale au double de la plus petite force. L'Auteur avoit dit que les forces ne s'entre-détruiſent jamais, mais qu'elles ſe conſument en enfonçant les parties des Corps qui leur ſont oppoſées, & qui ſe ſoûtiennent par leurs forces contraires. On pourroit tirer de-là qu'une force ne peut pas perdre beaucoup en enfonçant les parties d'un Corps, ſi ce Corps n'eſt pas ſoûtenu par une force contraire, ou quelqu'autre obſtacle. Du moins il paroît raiſonnable de croire que la force perduë par le choc des Corps qui ſe rencontrent avec des directions contraires, doit être plus grande que quand l'un des deux, avec une vîteſſe égale à la ſomme de leurs vîteſſes, tombe ſur l'autre en repos; & pourtant la vîteſſe reſpective eſt égale dans ces deux cas. Il eſt certain que la vîteſſe reſpective reſtante, les forces des Corps ſe peuvent changer, & par conſequent les réſiſtances qu'ils feront dans leur choc l'un contre l'autre, leurs mouvemens étant oppoſez; d'où il ſuit que les enfoncemens des parties, & la force perduë ſe peuvent varier. Si l'on trouve que cette Propoſition eſt mal fondée, on renverſera tout ſon ſyſtême: car ſans celle-ci, il n'auroit jamais accordé ſon principe avec les Loix du choc établies par l'experience.

M. *Sgraveſande* tâche d'éviter la force de l'experience des deux Corps, dont les vîteſſes ſont en raiſon inverſe de leurs maſſes qui reſtent en repos après leur choc, prétendant que les forces perduës par l'enfoncement des parties ſont inégales. Mais il eſt certain que deux Corps de maſſes inégales qui ſe tirent avec la même force (comme deux batteaux qui ſe tirent par la même corde) s'avancent avec des vîteſſes qui ſont dans la raiſon inverſe de leurs maſſes; & dans ce cas on ne peut pas prétendre qu'il y a des enfoncemens des parties; car les Corps ne ſe touchent pas. On pourroit tirer encore bien des argumens contre ſon principe, de ce qu'on a démontré des forces centrifuges, qui ſe balancent toûjours, 17.

quand les forces acceleratrices sont en raison inverse des masses des Corps, des centres de gravité & de percussion des Corps; mais cela nous meneroit trop loin. Nous nous sommes contentez d'expliquer ceux qui sont les plus faciles.

18. IV. Enfin il est tems d'examiner les raisonnemens & les experiences, par lesquelles l'Auteur prétend établir son principe. Il a raison de dire » qu'il faut moins d'effort » pour donner un certain degré de vîtesse à un Corps, » que pour augmenter d'un même degré la vîtesse d'un » Corps égal, mais en mouvement. « Mais il est aussi vrai que l'effort dans le second cas ne s'exerce pas tout, & ne perd pas plus que dans le premier: d'où il est clair qu'il y a plus d'augmentation de force dans le second cas que dans le premier. Concevons deux hommes A & B tenant chacun une boule, A étant en repos, B sur un batteau qui est en mouvement: les deux hommes en jettant ces boules avec des efforts égaux, leur ajoûtent des vîtesses égales, si les boules sont égales. Il est vrai que B est transporté dans le batteau; mais on voit que la force avec laquelle il est transporté n'est pas diminuée, & qu'elle n'a point d'effet sur la boule qu'il jette. En appliquant ce raisonnement aux ressorts, on trouvera que l'Auteur n'a pas réussi dans la démonstration qu'il donne de la huitiéme Proposition. Il faut nier que l'effort des ressorts dont il se sert pour mettre le Corps en mouvement, est tout employé à mouvoir le Corps; il y a une partie employée à transporter les ressorts avec la vîtesse que le Corps a déja acquis. Cela est incontestable; & je m'étonne que l'Auteur ajoûte à la fin de cette démonstration qu'il a fait abstraction de l'inertie des ressorts mêmes. Après qu'il avoit supposé qu'une infinité de ressorts se débandoient pour donner au dernier une vîtesse égale à celle que le Corps avoit déja acquis.

19. Pour les experiences dont il prétend déduire son principe, il suffit de dire que les enfoncemens des Corps dans une terre glaise, ne sont pas des mesures assez justes

& géométriques pour déterminer leurs forces. Il eſt impoſſible ou très-difficile de réduire à un juſte calcul les retardemens d'un Corps qui tombe dans cette terre. L'Auteur avouë que la ſeule peſanteur d'un Corps qui n'a point de force, le peut enfoncer dans cette terre glaiſe. D'où l'on voit que les enfoncemens ne ſont pas proportionnels aux forces ; & que quand ceux-là ſont égaux, il ne s'enſuit pas que celles-ci ſoient auſſi égales. Il peut bien être utile de chercher d'ou vient que les enfoncemens ſont égaux, les maſſes des Corps étant dans la raiſon inverſe des quarrez de leurs vîteſſes. Mais cette experience ne ſuffit pas pour établir un principe que l'on ne peut pas accorder avec des autres experiences inconteſtables, comme nous avons démontré. Enfin après ce que nous venons de dire, on peut établir pour le huitiéme principe que,

VIII.

Les forces des Corps ſont comme leurs maſſes multi- 20.
pliées par leurs vîteſſes.

SECTION III.

Où l'on donne les Loix du Choc direct.

DEFINITION I.

On appelle le choc des Corps, *direct*, quand leurs cen- 21.
tres de gravité parcourent toûjours la même ligne droite, qui paſſe par l'endroit où ils vont ſe heurter, & eſt encore perpendiculaire aux parties des ſuperficies qui ſe heurtent.

DEFINITION II.

On appelle Corps parfaitement *durs* ceux dont les parties ne cedent point du tout dans le choc.

DEFINITION III.

On appelle un Corps, *élaſtique*, quand ſes parties cedent dans le choc, mais ſe rétabliſſent après dans leurs premieres ſituations. Si elles ſe rétabliſſent avec une force égale à celle par qui elles ont été enfoncées, le Corps eſt parfaitement élaſtique.

DEFINITION. IV.

Quand les parties d'un Corps cedent ſans ſe reſtituer, on l'appelle *mol*.

On ne trouve point de Corps parfaitement durs, ni parfaitement élaſtiques; mais cela n'empêche pas qu'on ne les conſidere dans la Phyſique. Il n'y a point de fluide Mathematique; mais cela n'empêche pas que l'on ne cherche les proprietez d'un tel fluide, & les reſiſtances qu'il pourroit faire aux mouvemens des Corps. Nous commencerons par les Corps durs ſans reſſort.

PROPOSITION I.

22. Si deux Corps parfaitement durs vont du même côté, il faut diviſer la ſomme de leurs forces avant le choc par la ſomme de leurs maſſes pour avoir leur vîteſſe commune après le choc.

Tout ce que l'un de ces Corps perd par le choc, l'autre le gagne; ainſi la ſomme de leurs forces après le choc ſera la même que la ſomme de leurs forces avant le choc. Les Corps n'ayant pas de reſſort, ne ſe ſepareront pas après le choc, mais ils continueront leur mouvement d'un même côté, comme s'ils ne faiſoient qu'une maſſe avec une vîteſſe commune. D'où il eſt clair que pour avoir cette vîteſſe commune, il faut par le huitiéme principe diviſer la ſomme de leurs forces par la ſomme des maſſes des deux Corps.

COROL.

COROLLAIRE I.

Soient les deux Corps A & B, & leurs vîtesses V & u, la somme de leurs forces avant le choc par le huitiéme principe doit être $AV + Bu$; donc leur vîtesse commune après le choc sera $\frac{AV + Bu}{A + B}$. La force du Corps A après le choc sera donc $\frac{AAV + ABu}{A + B}$, & la force du Corps B sera après le choc $\frac{BAV + BBu}{A + B}$.

COROLLAIRE II.

La force que l'un des Corps gagne & l'autre perd, est la force produite de $\frac{AB}{A + B}$ multiplié par la difference des vîtesses des deux Corps. Soit V plus grande que u, & le Corps A perdra la force $\frac{AB}{A + B} \times \overline{V - u}$. Car sa force avant le choc étant AV, & sa force après le choc étant $\frac{AAV + ABu}{A + B}$, leur difference $AV - \overline{\frac{AAV + ABu}{A + B}} = \frac{ABV - ABu}{A + B} = \frac{AB}{A + B} \times \overline{V - u}$ donne la force que le Corps A perd par le choc; ce qui est égal à la force que le Corps B gagne.

PROPOSITION II.

Si les mouvemens des deux Corps ont des directions contraires, il faut diviser la difference de leurs forces avant le choc par la somme de leurs masses, pour avoir leur vîtesse commune après le choc. 23.

C

Les deux Corps après le choc vont d'un même côté ensemble ; la plus grande force par consequent détruit la plus petite, & en la détruisant elle est elle-même diminuée d'une quantité égale à cette petite force par le troisiéme principe. Le reste est la difference des deux forces : la somme donc des forces des Corps après le choc, n'est que la difference des forces qu'ils avoient avant le choc. Il faut donc diviser cette difference par la somme des masses des Corps pour avoir leur vîtesse commune après le choc.

COROLLAIRE I.

Supposons que le Corps A a la plus grande force, & la vîtesse commune des Corps A & B, dont les vîtesses étoient V & u, sera après le choc $\frac{AV - Bu}{A + B}$. La force du Corps A sera $\frac{AAV - ABu}{A + B}$, & la force de B $\frac{ABV - BBu}{A + B}$.

COROLLAIRE II.

La force que le Corps A perd est $AV - \frac{AAV - ABu}{A + B} = \frac{AB}{A + B} \times \overline{V + u}$. La force que le Corps B gagne du côté vers lequel tous les deux vont après le choc, est celle que le Corps A perd, & ces forces sont les mêmes, quand la vîtesse respective $V + u$ ne change pas ; parce que $\frac{AB}{A + B} \times \overline{V + u}$ ne change qu'avec $V + u$, mais si l'on parle des pertes des forces absoluës, le Corps B perd la difference de Bu & $\frac{ABV - BBu}{A + B}$, c'est-à-dire $\frac{2BBu - ABV + ABu}{A + B}$; à quoi si l'on ajoûte la force perduë par le Corps Au, qui est $\frac{ABV + ABu}{A + B}$, la somme

$2Bu$ donne la force perduë par le choc des Corps A & B, comme nous l'avons eſtimé dans le ſeiziéme art. ci-deſſus : laquelle change en proportion de la force du Corps B.

PROPOSITION III.

L'action du reſſort dans le choc des Corps parfaitement 24.
élaſtiques, double les changemens des forces qui devroient être produits dans les Corps, s'ils n'avoient point de reſſort.

Les parties des Corps élaſtiques ſont enfoncées par le choc, & ſe plient toûjours juſqu'à ce que les deux Corps s'avançant avec une vîteſſe commune, comme s'il n'y avoit point de reſſort, la vîteſſe reſpective qui bandoit leur reſſort n'agiſſant plus, elles ſe débandent, & ſe reſtituant par les mêmes degrez, & avec les mêmes forces par leſquelles elles avoient été enfoncées, elles produiſent les mêmes effets, en ſeparant les Corps avec une vîteſſe reſpective, égale à celle dont ils s'approchoient avant le choc. Il y a donc une double augmentation produite dans la force du Corps qui gagne par le choc, & une double diminution dans la force de ce Corps qui perd par le choc.

COROLLAIRE I.

Soient A & B deux Corps qui vont d'un même côté avec les vîteſſes V & u; & ſoit B le Corps qui precede. Le changement de force de chaque Corps auroit été par Corol. 2. Prop. 1. $\frac{AB}{A+B}\times\overline{V-u}$. Il faut donc ajoûter $\frac{2AB}{A+B}\times\overline{V-u}$ au mouvement de B avant le choc, pour avoir ſon mouvement après le choc ; & il faut ôter autant du mouvement du Corps A avant le choc, pour avoir ſa force avant le choc. La force donc de B après le choc ſera $\frac{BBu+2ABV-ABu}{A+B}$, & ſa vîteſſe $\frac{Bu+2AV-Au}{A+B}$.

La force du Corps A sera $\frac{AAV - ABV + 2ABu}{A + B}$, & sa vîtesse $\frac{AV - BV + 2Bu}{A + B}$.

COROLLAIRE II.

Si les Corps ont leurs directions contraires, il faut ôter de la force du Corps A dans le Corol. 1. Prop. 2. encore ce qu'il a perdu $\frac{AB}{A + B} \times \overline{V + u}$, & l'on trouvera sa force après le choc $\frac{AAV - 2ABu - ABV}{A + B}$. Mais il faut ajoûter autant à la force du Corps B, laquelle donc sera après le choc $\frac{2ABV - BBu + ABu}{A + B}$, & sa vîtesse sera $\frac{2AV - Bu + Au}{A + B}$.

La vîtesse du Corps A après le choc est $\frac{AV - 2Bu - BV}{A + B}$; & quand cette expression devient negative, le Corps A est reflechi vers le côté opposé.

COROLLAIRE III.

Si le Corps A frappe un plus grand B en repos, ce Corps B aura plus de force après le choc, que le Corps A n'avoit avant le choc. La force du Corps B sera $\frac{2ABV}{A + B}$ en supposant que V est la vîtesse du Corps A avant le choc: mais il est clair que B étant plus grand que A, la quantité $\frac{2ABV}{A + B}$, surpasse AV par la difference $\frac{AV}{A + B} \times \overline{B - A}$.

Si le Corps B frappe un autre plus grand C en repos, la force de C surpassera celle de B : & l'on trouve par un calcul, dont on ne peut pas donner ici le détail, que si onze Corps élastiques en progression géometrique d'un à dix, se frappoient l'un après l'autre, le dernier auroit

394 fois plus de force que n'en avoit le plus petit. Un Auteur très-sçavant a tiré depuis peu une preuve de là pour la possibilité du mouvement perpetuel * dans le systême qui pose les forces proportionnelles aux masses multipliées par les vîtesses, imaginant qu'on pourroit bien employer ces 394 degrez de force à en rendre un au premier Corps; & outre cela à faire quelque Machine, » dont on voit aisement, dit-il, que le mouvement pourroit être continué à perpetuité, si les materiaux ne « s'usoient pas. « Mais on ne peut que s'étonner extrêmement que l'Auteur ne se soit pas souvenu que les autres dix Corps sont reflechis du côté opposé avec 393. deg. de force, & que la somme de toutes les forces, en la prenant d'un côté, n'est que d'un degré; ce qui renverse entierement son raisonnement. Dans ce Corol. B gagne la force $\frac{AV}{A+B}\times\overline{B-A}$; mais le Corps A est reflechi vers le côté opposé avec la même force: ainsi la somme des forces d'un côté reste toûjours AV, comme elle étoit avant le choc.

** Voyez les Remarques sur la possibilité du mouvement perpetuel par M. Sgravesande.*

PROPOSITION IV.

Pour trouver les forces des Corps qui ne sont pas parfaitement élastiques après le choc, il faut diminuer la vîtesse respective avec laquelle ils se separent après le choc dans la raison de la force élastique. 25.

Dans les chocs des corps parfaitement élastiques, la vîtesse respective après le choc est égale à la vîtesse respective avant le choc: dans les Corps moins élastiques elle est moindre à proportion que l'effort du ressort qui produit la vîtesse respective après le choc est moins fort. Le celebre M. *Newton* témoigne qu'il a trouvé ce principe conforme à l'experience. Voyez son *Scholium* sur les Loix du mouvement, dans le 1. liv. de ses Principes. Il trouva, par exemple, que deux Spheres de verre se separoient toûjours après le choc avec une vîtesse respective, qui étoit à la vîtesse respective de leur rencontre, comme

15 eſt à 16 à peu près, & que la proportion entre ces vîteſſes reſpectives étoit conſtante dans les Corps de même nature, à moins que le choc ne dérangeât les parties du Corps, en ſorte qu'elles ne ſe puſſent rétablir dans leurs premieres ſituations. Il s'enſuit de cette obſervation que la vîteſſe du Corps A après le choc dans le cas du 2. Corol. de la Prop. 3. ſuppoſant que ce Corps eſt une boule de verre, doit être $\frac{16AV - 31Bu - 15BV}{16A + 16B}$.

On pourra raiſonner de la même ſorte ſur les autres Corps, lorſque leur force élaſtique ſera déterminée par les experiences.

SECTION IV.

Du Choc indirect.

Problême.

Les directions, les vîteſſes & les diamétres de deux Corps ſpheriques étant données avec leur ſituation dans quelque inſtant avant le choc, trouver l'endroit où ils ſe rencontreront.

26. Soient les deux Corps A, B; & ſuppoſons qu'ils ſortent
Fig. 1. en même tems des endroits marquez A & B dans les directions AC, BC, & que la vîteſſe du Corps A eſt à la vîteſſe du Corps B comme AC eſt à BD. Décrivez le parallelogramme ABHC, & tirez DH. Du centre C avec un rayon égal à la ſomme des demi-diametres des deux Corps A & B, décrivez un arc de cercle qui coupe la droite DH en L & *l*; tirez LN parallele CA, & NR parallele à CL. Je dis que les centres des deux Corps arriveront en même tems aux points N & R, & que c'eſt alors que les Corps ſe rencontreront; car DN eſt à NL ou CR, comme DB eſt à BH ou AC; & par diviſion BN eſt à AR comme BD eſt à AC, ou comme la vîteſſe du Corps B eſt à la vîteſſe du Corps A. Ces eſpaces donc BN & AR ſeront parcourus dans le même tems, & les centres des Corps arriveront en même tems aux points N & R; Or

NR étant égale à CL, ſomme des demi-diamétres des deux Corps par la ſuppoſition : il faut alors que les deux Corps ſe touchent & ſe choquent.

COROLLAIRE. I.

Le cercle décrit du centre C & du rayon CL, coupe la droite DH en deux points L & *l* ; mais quand les Corps viennent ſe rencontrer des côtez marquez A & B, l'interſection *l* eſt inutile. Si le Corps A venoit du côté oppoſé F, & CF & CA étant égales, ſi les Corps partoient des points F & B enſemble ; dans ce cas pour trouver leur rencontre, il faudroit ſe ſervir de l'autre interſection *l*, pour avoir la ſituation des Corps dans le choc.

COROLLAIRE II.

Si la droite DH n'entre pas dedans le cercle L *l*, il n'y aura point de choc ; ſi la droite DH touche le cercle, les Corps ſe toucheront en paſſant ; mais il n'y aura point de choc. Si le ſinus de l'angle CDL n'eſt pas moindre que la ſomme des demi-diamétres des Corps A & B, en prenant DC pour rayon, il n'y aura point de choc.

PROPOSITION V.

Soient BM, AQ, perpendiculaires ſur NR, & les actions des Corps l'un ſur l'autre ſeront les mêmes que ſi le Corps A avec une vîteſſe comme RQ, rencontroit le Corps B avec une vîteſſe comme MN dans la ligne droite NR. Fig. 12.

Les vîteſſes des Corps A, B, ſont proportionnelles aux droites AR, BN, & peuvent être repreſentées par ces droites. On ſçait qu'une force comme AR peut être reſoluë en deux forces AQ & RQ, & une force comme BN en deux forces BM & MN. Les forces comme AQ & BM ayant des directions paralleles & agiſſantes dans la direction de la tangente des deux Corps, n'ont point d'effet dans le choc. Ainſi les deux Corps agiront l'un ſur l'autre, comme s'ils ſe rencontroient dans la direction NR avec des vîteſſes comme RQ & MN. 27.

COROLLAIRE.

Fig. 2. Il s'enſuit de cette Propoſition que pour déterminer leurs mouvemens après le choc, il faut ſuppoſer que le choc eſt direct, & que les Corps A & B ſe rencontrent avec des vîteſſes comme QR & MN, & on trouvera par les Propoſitions de la Section precedente leurs vîteſſes après le choc dans cette même direction. Suppoſons que la vîteſſe du Corps A après le choc doit être R*g*, & la vîteſſe du Corps B égale à N*m*; ſoit R*q* égale & parallele à AQ, & N*l* égale & parallele à BM: ſoient décrits les parallelogrammes R*q*A*g*, N*l*B*m*, & les Corps A & B continueront leur mouvement après le choc dans les diagonales R*a*, N*b*, de ces parallelogrammes avec des vîteſſes comme R*a* & N*b*. Il n'eſt pas neceſſaire d'expliquer tous les cas particuliers du choc indirect; il eſt aiſé d'appliquer toûjours cette conſtruction generale.

Voilà les Principes & les Loix fondamentales du choc des Corps. Pour expliquer les cas plus compoſez des chocs des Corps irreguliers, il faudroit entrer dans un long détail de la Géométrie profonde. Mais il ſuffit d'avoir établi les principes les plus eſſentiels, qui pourront ſervir de fondement à ceux qui deſireront de pouſſer plus loin leurs recherches.

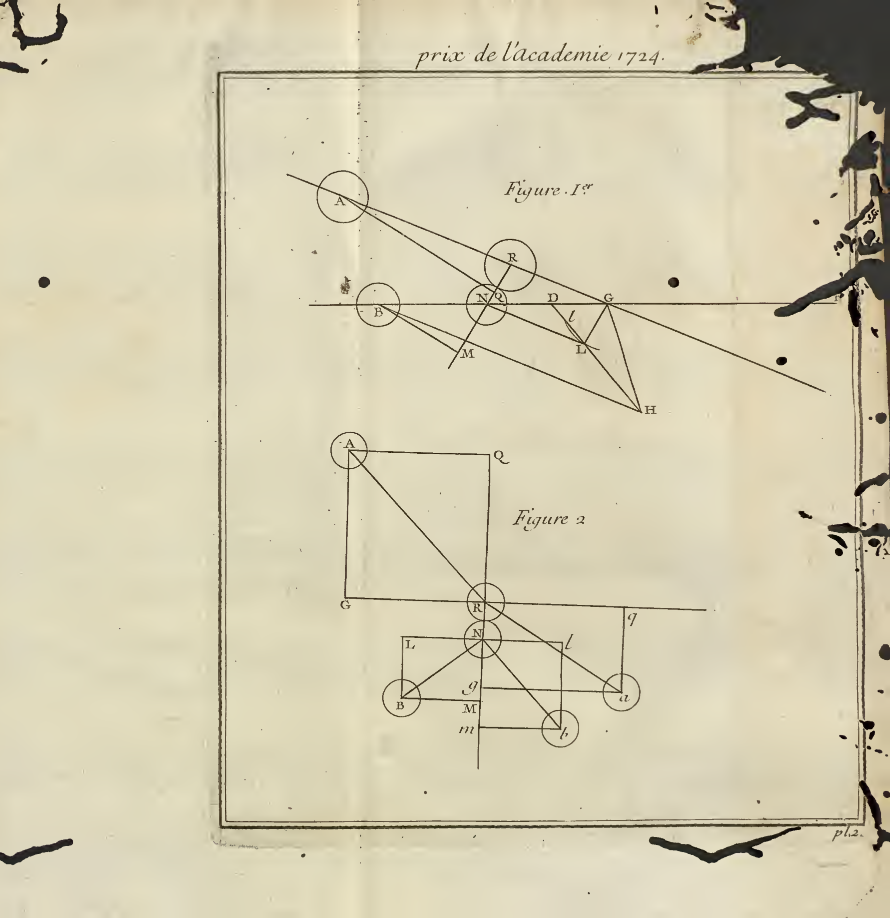
Ac veteres quidem Philoſophi in Beatorum Inſulis fingunt, qualis natura ſit vita Sapientium, quos cura omni liberatos.... nihil aliud eſſe acturos putant, niſi ut omne tempus in quærendo, ac diſcendo, in naturæ cognitione conſumant. Cic. de fin. lib. V.

FIN.

ERRATA.

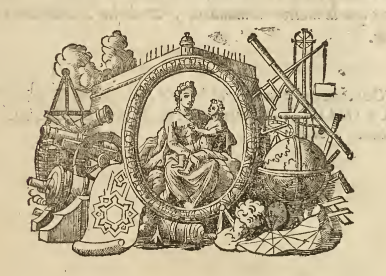
Dernieres lignes de l'Avertiſſement, MACLORRINS, *liſ.* MAC-LAURIN. D'Alberdéen, *liſ.* d'Aberdéen, & Membre de la Societé Royale de Londres.
Page 2. *lig.* 19. *du Mem.* commu-, *liſ.* communi.
Page 14. *lig.* 14. qu'il y a, *liſ.* qu'il n'y a pas.

L'Approbation & le Privilege ſont à la Piece qui a remporté le premier Prix.


Figure .Ier
A
R
N
Q
D
G
B
l
L
M
H
Figure 2
A
Q
G
R
q
N
L
l
g
B
a
M
m
b

PIECE
QUI A REMPORTÉ LE PRIX
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Proposé pour l'année mil sept cens vingt-cinq, selon la Fondation faite par feu M. Roüillé-de Meslay, ancien Conseiller au Parlement de Paris.



A PARIS, ruë S. Jacques,

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

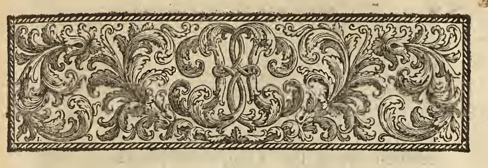
M. DCC. XXV.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

L'Académie ne peut s'empêcher d'avertir le Public, que dans les Pieces qui ont été envoyées pour cette année 1725. *elle n'a point trouvé les Experiences & les Recherches de Pratique que le Sujet & le Prix méritoient. Elle avouë même qu'à cet égard la Piece victorieuse ne répond pas à ce qu'on pouvoit attendre de la sagacité & du sçavoir que l'Auteur y fait paroître; & elle exhorte ceux qui travailleront à l'avenir sur des Sujets de cette nature, d'être plus soigneux de faire les Experiences que la matiere demandera, & de les inserer dans leurs Ecrits.*

L'Ouvrage qui a remporté le Prix, est de M. DANIEL BERNOULLY, fils du celebre M. JEAN BERNOULLY, Professeur à Basle.



DISCOURS

SUR LA MANIERE LA PLUS PARFAITE *de conserver sur Mer l'égalité du mouvement des Clepsidres ou Sabliers.*



Es Sabliers requierent deux choses pour la conservation de l'égalité de leur mouvement : sçavoir, un repos parfait de leurs parties internes, qui est détruit par les secousses & une continuelle position verticale, à laquelle sont opposées les differentes inclinaisons : tant les secousses que les inclinaisons, retardent le mouvement des Clepsidres ; & pour en comparer les effets, j'ai mis un Sablier sur une table, que je battois des mains durant tout le mouvement du même Sablier, qui en fut retardé de deux ou trois minutes. Ensuite je mis ce Sablier de sorte qu'il inclina de 10 degrez, & cette inclinaison le retarda environ d'une minute. Quoiqu'on ne puisse pas faire fort exactement ces experiences, à cause de quelque inégalité naturelle des Sabliers, elles ne laissent pas de montrer que le premier point merite autant d'attention que le second : c'est pourquoi en examinant la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement des Clepsidres, & remarquant d'abord que tout ce qui a communication avec les Vaisseaux battus impetueusement des

vagues, en doit necessairement être secoüé: mon premier soin fut d'empêcher les secousses des Sabliers; ensuite j'examinai quelle pourroit être la maniere la plus parfaite de tenir sur Mer les Sabliers dans une continuelle situation verticale, même pendant les plus violentes agitations du Vaisseau. Je me flatte de n'avoir pas tout-à-fait échoüé dans l'examen de ces deux points: cependant comme l'on ne peut être trop exact dans cette matiere, je suis allé plus avant, en recherchant des manieres de construire les Horloges à sable, telles que leur inclinaison ne retarde pas sensiblement ou rien du tout leur mouvement: & enfin sçachant que les meilleurs Sabliers ne sont guéres propres à mesurer le tems assez exactement, pour en pouvoir faire un jugement précis & solide des longitudes (car c'est-là qu'aboutit la question) je me suis formé une idée de quelques autres especes de Clepsidres, qui promettent plus d'égalité de mouvement, que les Sabliers ordinaires, & qui pourront fort commodément être mises en usage sur Mer. Voici les quatre points qui sont le sujet de mon Discours present, que j'ai l'honneur de soûmettre au jugement de l'Académie.

I. Les Sabliers étant ordinairement suspendus sur les Vaisseaux par une ficelle, il est évident que les vagues battant avec impetuosité le Vaisseau, la ficelle s'en tremoussera, & ébranlera par-là le Sablier même. Si l'on chargeoit le Sablier d'un grand poids, cette commotion en deviendroit moins sensible aux yeux; mais les petits chocs se feroient plus rapidement, & même avec plus de force. Il est clair aussi que chaque petit coup que reçoit le Sablier, arrête ou diminuë, selon qu'il est plus ou moins fort, le passage du sable, comme on en peut faire l'experience en donnant à une Clepsidre un coup de doigt. Pour prévenir donc ces retardemens & ces inégalitez de mouvement, il faudra tenir les Sabliers d'une maniere que le choc des vagues contre le Vaisseau ne puisse pas se communiquer ausdits Sabliers. On en viendra à bout,

en faisant nager dans un liquide un corps solide, sur lequel on mettra la Clepsidre, dont on veut se servir sur Mer. Je montrerai ci-dessous tout ce qu'il faudra observer sur ce point. De cette maniere les chocs du vase qui contient le liquide, ne pourront faire aucune impression sur le corps, qui y nage librement, ni par consequent sur le Sablier, dont il est chargé. Il ne s'agit donc plus que d'empêcher qu'un tel corps ne fasse sortir par ses flottemens le Sablier hors de sa situation verticale. C'est ici le sujet de notre second article.

II. Avant que d'exposer les mesures qu'il faut prendre pour conserver le plus qu'il est possible la situation verticale des Clepsidres, j'examinerai la maniere ordinaire dont on se sert pour cette fin. Elle ne consiste qu'à suspendre les Sabliers par un cordeau ou une ficelle. Voici ce qui en arrive. Soit (*fig.* 1.) A le point du Vaisseau, où la ficelle est attachée. Soit au lieu du Sablier un poids P suspendu par le fil AP. Si on conçoit maintenant que le point A soit transporté par l'agitation du Vaisseau en *a*, il est constant que P ne sera environ qu'en *p*; lorsque A est déja parvenu en *a*, & qu'ensuite il fera plusieurs oscillations *pc*, avant qu'il s'arrête au point *m*, & que le fil se tienne en repos dans sa situation verticale *am*. Quel moyen après cela de conserver entierement le parallelisme des Sabliers, dont la direction est la même que celle du fil? Il faudroit pour cet effet que le mouvement de P égalât celui de A, & que précisément dans le même tems que A fait le chemin A*a*, P fist celui de P*m* semblable & égal à l'autre : mais cela ne peut pas être, pour deux raisons. Premierement, parce que la vîtesse des corps qui tombent est au commencement de la chûte infiniment plus petite que celle du point A, qui est finie. Et en second lieu, parce que le poids P perd la plus grande partie de sa vîtesse naturelle, puisque la direction de son mouvement vers *m*, ne peut être que fort oblique avec la direction verticale qu'ont les corps qui tombent avec leur vîtesse naturelle. La premiere de ces raisons

n'eſt conſiderable que pour le premier moment, puiſque ſi le corps P pouvoit tomber verticalement, ſa vîteſſe ſurpaſſeroit bien-tôt celle du point A, quelque violente que pût être l'agitation du Vaiſſeau. Selon M. *Huguens*, un corps qui tombe fait dans le tems d'une ſeconde plus de 15 pieds de Roy; ou, ce qui revient au même, acquiert une vîteſſe avec laquelle étant mû uniformement, il peut parcourir l'eſpace de 30 pieds en moins d'une ſeconde. Il faut donc attribuer la plus grande partie de ces oſcillations, à ce que le poids P ne peut employer qu'une petite partie de ſa peſanteur naturelle pour ſuivre le mouvement du point A.

Il eſt facile de voir après ce que je viens de dire, qu'une liqueur dans un vaſe qu'on remuë, conſervera infiniment mieux ſon niveau qu'un fil tendu par un poids qui lui eſt attaché, ne conſerve ſa poſition verticale, quand il eſt agité par l'autre bout. Ainſi ſi (*fig.* 2.) ACE eſt un vaſe en forme d'un grand ſegment ſpherique; & ſi on conçoit que ce vaſe rempli d'une liqueur pour le moins juſqu'au centre F, faſſe un mouvement infiniment petit autour de ſon centre (je ne conſidere pas le mouvement progreſſif, lequel conſervant le paralleliſme des parties dudit Vaiſſeau, ne peut cauſer aucun mouvement dans le fluide) en prenant la ſituation *ace*; il faudra que la ſurface du fluide pour conſerver ſon niveau, vienne de *bd* en *mn*; mais elle ſera fort prompte à faire ce petit mouvement, parce que le fluide y employe toute ſa peſanteur directement, & que chaque goute *o* deſcend perpendiculairement en *p*, & force de l'autre côté la goute *q* à monter en *r*. On voit donc que quelque mouvement que faſſe le vaſe, le fluide ſera toûjours fort prompt à reprendre le niveau, qu'il n'abandonnera jamais, pour ainſi dire, que pendant un inſtant, particulierement ſi le liquide eſt de l'argent vif, qui eſt également peſant & fluide : auſſi voit-on qu'un tel vaſe ceſſant de ſe mouvoir, le mercure ſe met auſſi tôt en repos, & ne fait tout au plus que de petits mouvemens ondoyans,

presqu'insensibles, & point du tout à comparer avec les balancemens qui restent à un corps suspendu après le mouvement du point de suspension. On pourra donc admettre sans peine que la surface du mercure dans un vase spherique, conservera son niveau, nonobstant les agitations du Vaisseau. Je ferai usage de ce principe, après avoir examiné auparavant la nature des corps qui nagent dans les liqueurs.

On démontre facilement qu'un corps étant plongé dans une liqueur d'une pesanteur specifique, plus grande que celle du corps, il surnage ayant une partie enfoncée, qui a la même raison à tout le corps, que la pesanteur specifique du corps à celle du liquide. Mais comme chaque corps peut être divisé en raison donnée en une infinité de manieres, ce Théoreme ne suffit pas pour déterminer la situation des solides dans les liquides; on y ajoûte pour cet effet un autre principe, qui est que le centre de gravité commun tant à la liqueur qu'au corps submergé, doit toûjours être le plus bas qu'il soit possible. Je remarque ici qu'un corps ayant sa situation naturelle, la ligne qui joint le centre de gravité de la partie submergée avec celui de l'autre partie, est toûjours verticale ou perpendiculaire à la surface du liquide. Le principe nous menera à la solution d'une question qui fait à notre propos, sçavoir, quelle figure il faut donner à un corps, afin que la force requise pour le faire sortir hors de sa situation naturelle, soit la plus grande qu'il est possible, ou quelles sortes de corps reprennent le plus promptement leur situation naturelle, lorsqu'ils en ont été détournez. Il ne faut que remarquer pour la solution de cette question, que plus la ligne qui passe par les centres de gravité des deux parties du corps divisé par le plan de la surface du liquide, que plus, dis-je, cette ligne panche vers l'horison, plus promptement se tournera le corps, & prendra sa situation naturelle.

Soit donc (*fig.* 3.) AB une perche longue, mais fort mince, & d'une pesanteur specifique moindre que celle

de la liqueur, dont la surface est CD. Cette perche étant mise dans le liquide, se mettra horisontalement, & lesdits centres de gravité seront fort proches l'un de l'autre, & se confondront presque en M, N ; en sorte pourtant que la ligne FE tirée par les mêmes centres, soit verticale : je dis que cette perche ne pourra faire le moindre mouvement, sans que la ligne FE de verticale soit devenuë tout d'un coup horisontale. [Il faut pourtant remarquer que je ne considere pas le mouvement autour de l'axe AB, & que je suppose que la partie submergée soit toûjours d'un même volume.] Car imaginons-nous qu'elle ait fait un mouvement fort petit en prenant la situation *ab*, il est évident que ce mouvement, quelque petit qu'il soit, ne se peut faire, sans qu'un des bouts sorte tout-à-fait hors du liquide, puisque je suppose la perche fort mince ; il faut donc que la ligne qui passe par les deux centres de gravité *n* & *m*, ait la même direction que la perche même, laquelle ne differe pas sensiblement de la direction horisontale. Mais si la perche étoit composée de deux matieres héterogenes, une plus pesante que le liquide & l'autre plus legere ; & si on la plongeoit dans la liqueur, elle prendroit d'abord une position verticale ; de laquelle si on l'écarte, la ligne des centres de gravité ne panchera jamais plus que la perche même ; en sorte qu'on peut dire qu'il faut infiniment plus de force pour changer la situation de la perche homogene que celle de l'héterogene. S'il y avoit en *n* & *m* deux forces qui tinssent la perche dans la situation oblique, ces deux forces souffriroient une résistance égale, puisque le centre de gravité en *n* est sollicité avec la même force à descendre, que l'autre à monter. Si donc la pesanteur absoluë de la partie *aq* est exprimée par *g*, la somme de ces deux forces sera *2g*. Il suit de-là (ce qui est assez paradoxe) que si la pesanteur specifique du liquide est plus que double de celle du corps, il faut plus de force pour tenir la perche obliquement dans le fluide, que pour la tenir suspenduë dans l'air ; & si la pesanteur du liquide étoit

étoit infinie, la premiere seroit double de la seconde, puisqu'il n'y auroit qu'une partie infiniment petite submergée en b; mais qui ne laisseroit pas d'être poussée avec autant de force à monter, que toute la perche à descendre. Mais reprenons le fil de notre discours. Je dis donc qu'entre les corps d'un même volume, celui qui est le plus plat, satisfera à notre question; ce qui n'a plus besoin de preuve. Voici encore une autre question de la même nature, qui servira pareillement de Lemme à ce qui suivra. On demande la raison de la pesanteur specifique du corps à celle du liquide, afin que la force requise pour mettre le corps hors de sa situation naturelle, soit la plus grande qu'il est possible. Soit la pesanteur specifique du liquide a, celle du corps x, le volume du corps b; la pesanteur absoluë de tout le corps sera bx, celle de la partie submergée $\frac{bxx}{a}$, & celle de l'autre partie $\frac{abx-bxx}{a}$; & par consequent la force requise pour tenir le corps hors de sa situation naturelle, sera $\frac{2abx-2bxx}{a}$, laquelle quantité devant être entre toutes les possibles la plus grande, il s'ensuit $\frac{2abdx-4bxdx}{a}=0$, ou $x=\frac{1}{2}a$; ce qui marque que la pesanteur specifique du solide doit être égale à la moitié de celle du liquide.

Pour appliquer ces deux Lemmes, qui ont fait le sujet principal de notre digression, je ferai quelques reflexions sur le corps, qui nageant dans le mercure, doit soûtenir le Sablier. Je remarque donc premierement que ce corps doit avoir la forme d'une grande médaille, qui n'a que deux ou trois lignes d'épaisseur sur environ six pouces de diamétre, ou plus, si le vase du mercure le permet. Cette plaque étant mise dans le mercure, se couchera d'abord horisontalement; & de même que le mercure conserve son niveau pendant tout le tems que le vase change de situation (par le principe ci-dessus page 7) ainsi la plaque conservera sa situation naturelle en se tournant

à mesure que le vase se tourne, & que le mercure roule dans le vase; car elle ne peut quitter tant soit peu cette situation, qu'elle n'y soit repoussée directement tant par sa propre pesanteur, que par celle du liquide, au lieu que les autres corps (qui sont plus ou moins indifferens pour toutes les situations, selon qu'ils sont plus ou moins spheriques) ne peuvent être si prompts à reparer par leur propre mouvement celui du vase. Tout cela est clair par notre premier Lemme. On voit donc qu'en mettant la Clepsidre sur une telle plaque plongée dans le mercure, non seulement on la garantira des secousses, mais on conservera en même tems infiniment mieux que par la suspension ordinaire, sa situation verticale; & de ces deux points dépend l'égalité du mouvement des Sabliers. Au reste on pourra faire au milieu de la plaque un petit bord concentrique, qui empêchera que le Sablier ne puisse glisser, si par hazard la plaque venoit à pancher un peu, & qui en même tems servira pour mettre toûjours exactement le Sablier au milieu; il sera bon aussi de faire que la pesanteur du Sablier soit la moindre qu'il est possible.

Je remarque en second lieu, que la plaque doit être faite de fer, non seulement parce que le fer se conserve dans l'argent vif, mais aussi parce que sa pesanteur specifique est à peu près la moitié de celle du mercure; & qu'ainsi il a la qualité indiquée dans notre second Lemme.

Je dirai encore deux mots sur la maniere de tenir le vase même qui contient le mercure; on pourra l'affermir à une verge longue & ployable, qu'on fiche verticalement dans quelque endroit du Vaisseau: cette verge sera ployée par le poids du vase, alors que le Vaisseau panche de quelque côté que ce soit; si elle étoit infiniment flexible, elle feroit le même effet qu'une ficelle, & le vase seroit sujet à faire des balancemens, comme j'ai dit page 5. lesquels donneroient au mercure quelque force centrifuge, qui pourroit peut-être dimnuer sa promptitude à se mettre toûjours horisontalement; mais

par contre-coup le vaſe n'eſt jamais mis dans une grande obliquité. Si au contraire la verge eſt ſuppoſée n'avoir aucune flexibilité, le vaſe ne ſe remuë qu'avec le Vaiſſeau ; mais en échange ce mouvement met toûjours le vaſe dans la même obliquité, dans laquelle ſe trouve le Vaiſſeau.

L'experience enſeignera donc à quel point il faut moderer la flexibilité de la verge pour prendre le meilleur parti. Je crois pourtant que les Sabliers ne manqueront pas d'avoir, ſans ces dernieres précautions, toute la préciſion dont ils ſont capables. Je m'aſſûre auſſi que ſi on faiſoit le vaſe & la plaque de fer aſſez grands pour y pouvoir mettre une pendule, cette maniere de les tenir ſur Mer ſeroit beaucoup meilleure que celles que M. *Huguens* enſeigne dans ſon *Horologium oſcillatorium.*

III. Notre maniere de conſerver la ſituation verticale des Clepſidres ſur Mer, eſt ſans doute la plus parfaite de toutes ; ce que nous avons établi par des principes trop évidens pour en pouvoir douter. J'avouë pourtant volontiers, qu'elle ne ſera pas d'une préciſion ſi juſte qu'on pourroit la demander à la rigueur ; mais auſſi cette exactitude n'eſt pas trop neceſſaire, puiſqu'une continuelle inclinaiſon de 10 degrez (à laquelle les Sabliers n'arriveront ſans doute jamais) emporte à peine une minute. Cependant pour ne rien omettre de ce qui pourroit contribuer à la derniere perfection de notre ſujet, je donnerai dans ce Chapitre deux manieres de conſtruire les Sabliers, telles que leur mouvement ne ſçauroit être dereglé par leurs differentes inclinaiſons. Pour donner une idée de ces conſtructions, & pour en établir en même tems la validité, je mettrai ici toute la méthode que j'ai ſuivie dans la recherche de ces Clepſidres.

Il n'y a rien de plus facile que de voir que les inclinaiſons doivent retarder le mouvement des Sabliers ; car les Sabliers étant inclinez, le plan du trou devient oblique à la direction du ſable coulant, qui eſt toûjours verticale, dans quelque ſituation que ſe trouve la Clepſidre ; le fil

du ſable coulant formera donc un cylindre oblique; dont la baſe eſt le trou rond, mais dont la ſection perpendiculaire ou horiſontale forme une Ellipſe, qui eſt au trou ou à la baſe circulaire, comme le ſinus du complement de l'angle d'inclinaiſon du Sablier, ou comme le ſinus de l'angle d'inclinaiſon du plan du trou au ſinus total: c'eſt donc la même choſe que ſi le Sablier reſtoit dans ſa ſituation verticale, & que le trou rond fut changé en un trou plus petit & elliptique; ce qui ne ſçauroit ſe faire, ſans que la quantité de ſable qui s'écoule dans un tems fixe, ne diminuë, ou ſans que le tems dans lequel tout le ſable s'écoule, n'en ſoit augmenté. [J'entens par les angles d'inclinaiſon du Sablier & du plan du trou, les angles que font leurs directions avec la ligne verticale.] Il ſeroit facile de déterminer par les angles d'inclinaiſon les retardemens, ſi on ſuppoſoit que les quantitez de ſable qui paſſent dans des tems égaux, mais par des trous differens, ſont en raiſon des trous. Cette ſuppoſition ſi-bien fondée en apparence, n'eſt pourtant pas tout-à-fait conforme à l'experience: c'eſt peut-être parce que les grains de ſable ne ſont pas infiniment petits, comme on le ſuppoſe dans la Théorie. J'ai remarqué plûtôt que ces retardemens ſont à peu près en raiſon des angles d'inclinaiſon, lorſque ces angles ne ſont pas trop grands. Cette remarque peut avoir lieu juſques aux angles de 24 à 30 degrez. Je n'ai pas manqué de faire les experiences avec la derniere exactitude, ayant particulierement attention que la feüille de laiton, qui diviſe les deux empoules, fût bien parallele aux deux ſurfaces planes du Sablier; & après avoir réïteré pluſieurs fois les experiences (qui ne ſont jamais tout-à-fait conformes; ce qui eſt le défaut naturel des Sabliers) j'ai pris le moyen arithmétique des réſultats.

Il ſuit de cette obſervation, qu'en faiſant une planche (*fig.* 4.) ABC. dont l'angle en C n'excede pas 24 ou 30 degrez, & qu'en mettant ſur chaque côté AC & BC un Sablier de même durée, il paſſera toûjours une même

quantité de sable dans les deux Sabliers, de quelque maniere qu'on mette la planche, pourvû que le plan ACB soit droit avec l'horison, & que la ligne verticale tirée du sommet C, soit entre les deux jambes CA & CB ; la raison en est, qu'un des Sabliers s'approche autant de la situation verticale, que l'autre s'en éloigne, & par consequent l'acceleration de l'une est détruite par le retardement de l'autre : ceci m'a donné lieu de m'aviser qu'au lieu de la feüille plane, qui sépare les deux ampoules, on pourroit faire une autre séparation de laiton mince en forme d'un petit cone, dont la section par l'axe seroit MNP (*fig.* 5.) où l'angle MNP est de 156 ou de 150 degrez : ce cone est percé par deux trous égaux, & en des endroits opposez, comme en *o* & *q* ; cette Clepsidre feroit le même effet que les deux Clepsidres dans la quatriéme figure, & on pourroit l'incliner jusqu'à 12 ou 15 degrez, sans déregler son mouvement, puisque la somme du sable qui s'écouleroit par les deux trous, seroit toûjours la même. Il faut pourtant remarquer que les centres des deux trous doivent être dans le même plan avec la ligne verticale tirée du point N ; sans quoi cette structure ne pourra plus lever entierement les inégalitez du mouvement des Sabliers, causées par leurs differentes & incontestables inclinaisons. Elle diminuera pourtant ces inégalitez sensiblement ; & cela plus ou moins, selon que la ligne qui joint les centres des trous *o* & *q*, est éloignée de la ligne verticale tirée du point N. Si on vouloit suivre d'autres manieres de tenir les Sabliers sur les Vaisseaux, que la nôtre, il y auroit plusieurs moyens de faire que les balancemens ausquels les Sabliers sont sujets, se fassent toûjours dans un même plan ; & en ce cas notre construction obtiendroit tout son effet ; mais il seroit difficile en suivant notre maniere, de procurer que les petits flottemens qui resteront peut-être aux Sabliers pendant les plus violentes agitations du Vaisseau, se fassent aussi dans un même plan. C'est pourquoi j'ajoûterai encore une autre maniere de construire les Sabliers, telle que les inclinai-

ſons, quelque grandes qu'elles ſoient, & de quelque côté qu'elles ſe faſſent, ne pourront aucunement troubler ou déregler leur mouvement. Mais il ſera neceſſaire d'établir auparavant une verité, qui n'eſt peut-être pas univerſellement reçûë ; ſçavoir, que le ſable ſort avec une vîteſſe conſtante depuis le commencement du mouvement du Sablier juſqu'à la fin, en ſorte que la vîteſſe du ſable qui s'écoule, ne dépend nullement de la hauteur du ſable dans la phiole, comme cela eſt dans les fluides. Pour m'aſſûrer de ce que je viens de dire, j'ai pris au lieu de l'ampoule des Sabliers ordinaires, un tuyau par tout également large, & j'ai trouvé que les abaiſſemens de la ſurface du ſable dans le tuyau étoient toûjours proportionnez aux tems de l'écoulement : & ſi quelquefois j'ai trouvé quelque petite difference entre la raiſon des abaiſſemens & celle des tems, au moins n'a-t'elle jamais été conſiderable par rapport à la difference des hauteurs. Cette experience me fait croire que le ſable ne fait que tomber par le trou avec ſa peſanteur naturelle, ſans y être aucunement ſollicité par la preſſion du ſable ſuperieur. Voici la maniere de laquelle ce Phenomene aſſez paradoxe, me paroît pouvoir s'expliquer. AFED (*fig.* 6.) étant le tuyau rempli de ſable juſqu'en BC de la hauteur d'environ un demi pouce, on remarque qu'il ſe forme ſur le trou *q p* une cataracte B*qp*C à peu près telle que M. *Jurin* Medecin Anglois s'eſt imaginée dans les fluides ; & le ſable ne fait que gliſſer le long des remparts ou des côtez de la cataracte pour ſortir du tuyau. Il eſt donc manifeſte en ce cas que le ſable ne fait que tomber d'une petite hauteur, & qu'il paſſe par le trou avec cette vîteſſe qu'il peut acquerir par une telle chûte. Suppoſons maintenant que le tuyau ſoit plein de ſable juſqu'en AD, & il ſe formera de même une petite cataracte pendant que les grains de ſable s'accrochent en *o r*, & forment comme une voûte qui empêche que la colonne de ſable qui repoſe ſur *o r*, ne puiſſe faire aucun effet ſur le ſable coulant, juſqu'à ce que les côtez de la cataracte



n'étant plus capables de soûtenir la pression de tout le sable, la voûte creve & donne lieu à la formation d'une nouvelle cataracte : & ainsi quelque grande que soit la hauteur du sable, la vîtesse du sable qui s'écoule n'en pourra jamais être augmentée. Ceci bien établi, je m'en vais donner la description de ma nouvelle Clepsidre.

CB & AF (*fig.* 7.) sont les deux verres de la Clepsidre separez par le corps AM*af*NB, qui a la forme d'un chapeau, dont les aîles AMNB sont un peu plus fortes que la coupe M*af*N, qui doit être fort mince. Cette coupe a la forme d'un segment de Sphere plus ou moins grand, selon qu'on trouvera à propos. Elle est aussi criblée en toute sa surface par un grand nombre de trous petits, égaux, & également distans. Cela étant, le sable ne passera que par les trous les plus horisontaux, comme *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, dont le nombre sera plus ou moins grand, selon que le sable est subtil & fin, & que les trous sont grands ; car le sable ne pourra passer par les autres trous, qui sont notablement inclinez, par la même raison qui fait que les Sabliers ordinaires s'arrêtent quand on les incline trop. On voit aussi que si le Sablier CF panche de quelque côté que ce soit, il n'en arrivera sinon que le sable passe par d'autres trous, mais dont le nombre & l'obliquité seront les mêmes ; & comme en même tems la pression du sable superieur (dont on change véritablement la hauteur, en inclinant le Sablier) ne contribuë rien au passage du sable inferieur ; il faut qu'il s'en écoule la même quantité dans la situation oblique & dans la verticale en des tems égaux: & ainsi on pourra changer à tout moment la situation du Sablier, & même le coucher quelque tems horisontalement, si le segment de Sphere M*af*N est assez grand, sans que son mouvement en soit dereglé.

Au reste le corps AM*af*NB doit être mis d'une maniere qu'on le puisse tourner par dehors, afin qu'en tournant le Sablier, on puisse toûjours faire regarder la concavité en haut.

IV. J'ai déja dit, que les meilleurs Sabliers ont quelque inégalité de mouvement, qui apparemment est causée par la diversité de figure & de grandeur des grains de sable. Cela étant, les Anciens n'avoient pas tort de se servir dans leurs Clepsidres au lieu de sable d'un fluide, dont les parties peuvent passer pour égales & infiniment petites: mais d'un autre côté l'eau qui est le fluide dont ils se servoient, est si peu propre pour les Clepsidres, qu'il ne faut point s'étonner qu'elles ayent été entierement abolies parmi nous. L'eau est sujette à la corruption, congelation, évaporation, condensation, &c. elle s'attache outre cela aux côtez de la Clepsidre; elle passe plus ou moins vîte, selon qu'il fait chaud ou froid. M. *Ozanam* dans ses Observations sur le Traité des Horloges Elementaires de *Martinelli*, qu'il a traduit en François, examine au long quelle liqueur on pourroit substituer à l'eau simple pour éviter tous ces inconveniens. Mais je m'étonne qu'il n'y fasse point mention du mercure, qui n'en a aucun, à moins qu'on ne veüille compter pour tel une petite condensation pendant les grands froids, qui, selon M. *Amontons*, n'est que d'une cent quinziéme partie de la plus cuisante chaleur au plus grand froid, & qui par consequent peut passer pour insensible. Je crois donc qu'une Clepsidre à mercure sera bien plus juste qu'un Sablier; & on s'en servira avec d'autant plus d'utilité sur Mer, que les plus violens mouvemens du Vaisseau ne pourront la déregler, si elle est faite de la maniere que je dirai ci-dessous, & qui n'est pas plus composée que la maniere ordinaire. Je me propose donc ici à peu près le même Problême que j'ai fait par rapport aux Sabliers; sçavoir, que la vîtesse du mercure soit la même dans chaque situation de la Clepsidre. La difference qu'il y a à cet égard entre les Sabliers & les Horloges à mercure est, que dans ceux-là il n'y a à considerer que les inclinaisons du plan du trou, sans avoir égard aux hauteurs du sable, pendant que dans celles-ci les inclinaisons du plan du trou, ne changent aucunement

ment la quantité du mercure, la direction du mercure qui sort étant toûjours perpendiculaire audit plan, & que cette même quantité dépend entierement des hauteurs du mercure, ou des vîtesses qui sont en raison des racines quarrées des hauteurs : on voit donc qu'il suffit pour la solution dudit Problême, de faire que la distance du centre du trou à la surface du mercure, soit la même dans toutes les situtions de la Clepsidre.

Voici maintenant la simple construction d'une telle Clepsidre. AMB & AFB (*fig. 8.*) sont deux hemispheres de verre parfaitement égaux, qui sont séparez par le diaphragme AB, qui est de fer, & qui est percé dans son centre d'un trou *c*. Il est manifeste que la distance du centre du trou à la surface du mercure DE (qui est toûjours horisontale) est la même dans quelque position que se trouve la Clepsidre, pourvû que les extrêmitez de la surface ne touchent pas la separation AB ; mais afin que cela n'arrive jamais sur Mer, on tournera la Clepsidre, quand le mercure n'est descendu que jusqu'en NO, & l'arc NA ou OB, se déterminera par la plus grande inclinaison, dans laquelle la Clepsidre pourroit être jettée pendant les plus violentes agitations du Vaisseau. Je sçai que feu M. *Amontons* a construit avec beaucoup de peine sa Clepsidre, dans l'esperance qu'elle pourroit servir sur Mer ; mais je ne puis pas croire qu'elle soit si simple & si sûre que celle que je viens de décrire. Je suis pourtant fâché de n'avoir pû trouver dans ces Pays son Livre intitulé : *Remarques & Experiences Physiques sur la construction d'une nouvelle Clepsidre*, &c. où j'esperois trouver de très-belles choses sur notre sujet. Je ferai, à son exemple, quelques remarques sur notre Clepsidre.

Il faut bien prendre garde qu'on mette d'abord une même quantité de mercure dans chaque hemisphere, avant que de les souder avec le diaphragme ; & cela afin qu'il y ait dans chacun une même quantité d'air ; sans quoi le tems de l'écoulement de M vers F, ne sçauroit être égal au tems de l'écoulement reciproque. Cette égale

diſtribution d'air étant une fois établie, ſe conſervera toûjours, ſi la quantité du mercure eſt plus grande que la capacité d'un ſeul hemiſphere, puiſqu'en ce cas le même mercure bouchera toûjours le trou, & empêchera l'air d'aller d'un hemiſphere à l'autre.

On doit obſerver auſſi que les deux orifices du trou (que je conſidere comme un petit tuyau) ſoient parfaitement égaux ; ce qui eſt encore neceſſaire pour que les deux paſſages ſoient d'une même durée. Cette remarque eſt fondée ſur une experience que M. *Poleni* Profeſſeur à Padouë, a inſerée dans une Lettre publiée depuis quelques mois : je tranſcrirai ici le paſſage mot à mot. *Secundum* (*experimentum*) *inſtitutum fuit rotundo foramine diametro jam conſtitutâ linearum* 3. *in lamella ex orichalco craſſitiei pauxillo excedentis quartam lineæ partem* ; *hujus autem craſſitiei pars dimidia in foramine intacta erat, dimidia verò altera pars, deroſo, ut ita dicam, angulo figuram ſuperficiei fruſti coni rectanguli* (*cujus baſis radius æqualis altitudini ipſius coni*) *obtinebat* ; *cum ita poſita eſſet lamella, ut pars illius intacta tubi cavitati* (ce *Tubus* eſt le vaiſſeau rempli d'eau, laquelle s'écouloit par le trou de la feüille de laiton) *reſponderet, tempore unius minuti effluxerunt pollices aquæ cubici* 627. *Tertium experimentum habui eadem lamella, ſed contrario modo poſita, ut ejus ſuperficies, quâ parte ora foraminis erat intacta, exterius foret* ; *tempore autem unius minuti pollices aquæ cubicos* 713 *fluxiſſe obſervatum eſt.* J'ai rapporté cette experience, non ſeulement parce qu'elle éclaircit notre remarque, mais auſſi parce qu'elle eſt nouvelle & curieuſe. Pour cette raiſon & quelques autres, on pourra faire le diaphragme fort mince vers le milieu, tel qu'on le voit dans la 9e figure.

Quant à la quantité de mercure, on y mettra, à mon avis, les deux tiers de ce que pourroient contenir tous les deux hemiſpheres : de ces deux tiers, ou ſix neuviémes, on laiſſera couler d'un hemiſphere à l'autre deux neuviémes, en ſorte qu'il y ait toûjours au commencement du mouvement $\frac{4}{9}$ dans l'hemiſphere ſuperieur, & $\frac{2}{9}$ dans

l'autre. Pour déterminer exactement le moment que lesdites $\frac{2}{9}$ se sont écoulées, on pourroit faire de part & d'autre un tuyau fort étroit, mais assez long & oblique, qui eût communication avec la cavité de l'hemisphere ; les abaissemens du mercure dans ces tuyaux seroient plus sensibles ; mais ce ne sont pas là des choses fort essentielles.

DE (*fig.* 8. & 10.) étant la surface du mercure au commencement du mouvement de la Clepsidre, & NO l'étant à la fin, j'ai trouvé qu'en donnant 100 parties au rayon, & en suivant les hypotheses que je viens de faire, CH sera $=36$, HG$=43$, & GM$=21$; l'arc AN ou BO sera de 21 degrez ; l'arc ND ou OE de 31, & DM ou EM de 36. Si on veut graduer la Clepsidre, & diviser le tems qu'employe le mercure à s'abaisser de G en H, en quelques parties égales, on pourra les déterminer ou par experience ou par le calcul. Pour faire le calcul, je supposerai après Galilée, & avec tous les Géométres de notre tems, que la vîtesse qu'a le mercure en sortant, diminuë selon la proportion des racines quarrées des hauteurs : dans cette hypothese, & en nommant MG$=a$, GC$=b$, GH$=d$, GS$=f$, le tems que le mercure employe à s'abaisser de G en S$=t$, on trouve cette équation

$$\overline{xx-2bx-4bb=10ab-5aa}\sqrt{\overline{b-x}}=t-\overline{5aa-10ab-4bb}\sqrt{b},$$

où il faut supposer successivement $t=c$, $t=2c$, $t=3c$, $t=4c \ldots\ldots t=nc$, où n est le nombre des parties égales, dans lesquelles on veut diviser le tems total, & nc est la valeur de t dans le cas $x=d$; on cherchera chaque fois la valeur de x, & ces differentes valeurs montreront les abaissemens dans une, deux, trois, quatre, &c. parties de tems. En faisant les suppositions que j'ai faites ci-dessus, c'est-à-dire, en supposant $a=21$, $b=79$, $d=43$, & en voulant diviser le tems qu'employe le mercure en descendant de G en H, en quatre parties égales, j'ai trouvé par une approximation aux racines des équations qui sont de cinq dimensions, que le mercure s'abaisse

dans le premier quart de 16 parties ; dans le second de $11\frac{1}{2}$; dans le troisiéme de $8\frac{1}{2}$, & dans le quatriéme de 7. Si on veut faire les divisions sur la surface de la Sphere par des cercles paralleles au diaphragme AB, il faut remarquer que le premier arc est de 13 degrez, le second de 8, le troisiéme de $5\frac{1}{2}$, & le quatriéme de $4\frac{1}{1}$.

Si les hemispheres sont vuides d'air, & si le mercure est bien purifié, le fil CR (*fig.* 8.) sera luisant, & pourra servir à marquer les heures de nuit, comme M. *Nebel* l'a remarqué dans une These qu'il a soûtenuë à Basle *de Mercurio lucente in vacuo.*

Je finirai mon discours par la description d'une autre Clepsidre à mercure, laquelle ne sera point dereglée non plus par le mouvement du Vaisseau, tenant son principe de mouvement d'un ressort, sur lequel les differentes positions ne peuvent faire aucun effet, comme elles font sur les corps dont l'action consiste dans la pesanteur.

AB (*fig.* 11.) est le corps de la Clepsidre en forme d'un tuyau de verre, divisé en deux également par le diaphragme CD percé en O. EF & GH sont deux ronds mobiles, dont les surfaces cylindriques se joignent bien avec le verre. LM & RS sont deux ressorts d'une force égale, dont les extrêmitez M & S s'appuyent sur lesdits ronds, pendant que les deux autres bouts sont affermis aux fonds AT & NB. Il y a aussi en L & R deux trous, par lesquels on passe deux bouts de ficelle attachez aux ronds EF & GH, moyennant lesquels on peut tirer ces ronds vers les fonds AT & NB, en bandant les ressorts.

Pour mettre en usage cette Clepsidre, je suppose qu'au commencement chaque ressort soit bandé sans pouvoir se débander, à cause d'un nœud ou obstacle qu'on peut lever dans un moment, je mets la Clepsidre verticalement, en sorte que la partie qui contient le mercure soit en haut. Je leve l'obstacle en L, laissant cependant l'autre en R. De cette maniere le ressort LM pressera le mercure en ED, qui s'écoulera dans l'autre cavité vuide, jusqu'à ce qu'après une, deux ou plusieurs heures (selon

l'amplitude du tuyau, la force du reſſort & la grandeur du trou) tout le mercure ſoit paſſé: après quoi je bande le reſſort LM (ce que je fais avant que de renverſer la Clepſidre, afin que le paſſage de l'air en CP par le trou O ſe conſerve ouvert; ſans quoi il ſeroit difficile de de tirer le rond EF vers AT) & débande l'autre, en renverſant immédiatement après la Clepſidre. Je ſuppoſe ici que le reſſort ſoit incomparablement plus fort que la preſſion du mercure ED; avec quoi il eſt clair que ni les ſecouſſes, ni les changemens de ſituation, ne pourront déregler cette Clepſidre. On remarquera au reſte la même choſe par rapport au diaphragme & au trou, que dans la Clepſidre ſpherique.

Je ne parle pas de quelques autres manieres que j'ai trouvées, de meſurer le tems ſur Mer, parce qu'il me ſemble que l'intention de l'Académie n'eſt que de regler le mouvement des Clepſidres.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & féal le *Sieur Jean Paul Bignon, Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat, & President de notre Academie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il Nous a plû donner à notredite Academie, par un Reglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices; en sorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713. Et desirant donner au sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéïssance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon lui semblera, *toutes ses Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées* ; comme aussi *les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent*, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître sous son nom, aprés avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression ; & ce pendant le tems de *quinze années* consecutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie, en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Academie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur, de trois

Fig. 1.er

Fig. 2.e

Fig. 3.e

Fig. 4.e

Fig. 5.e

Fig. 6.e

Fig. 7.e

Fig. 8.e

Fig. 9.e

Fig. 10.e

Fig. 11.e

	C M =	100
	C H =	36
	H G =	43
	G M =	21
Arc	A N ou B C =	21 deg
	N D ou O E =	31
	D M ou E M =	38
	d a =	13
	a b =	8
	b c =	5 ½
	c N =	4 ½
lig	G d =	16
	d e =	11 ½
	e f =	8 ½
	f H =	7

Gavé par F. Baillieul.

mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts; à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caractères, conformément aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau; le tout à peine de nullité des Presentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire joüir ladite Academie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & féaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & necessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le vingt-neuviéme jour du mois de Juin l'an de grace mil sept cens dix-sept, & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roy en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le present Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.

Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné Président de l'Academie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le present Privilege à ladite Academie, pour par elle & les differens Academiciens qui la composent, en joüir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le premier Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.

Extrait des Regiſtres de l'Academie Royale des Sciences.

Du 6. Decembre 1724.

PAr déliberation faite ſelon la forme ordinaire, la Compagnie a reſolu de permettre au ſieur JOMBERT, Marchand Libraire, d'imprimer la *Piece qui a remporté le Prix de l'Académie Royale des Sciences*, & de lui ceder à cet égard le Privilege qu'elle a obtenu du Roy en datte du 29. Juin 1717. En foi de quoi j'ai ſigné le preſent Certificat. A Paris ce 6. Decembre 1724.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Ac. R. des Sc.*

PIECE

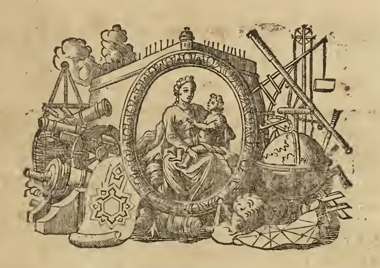
QUI A REMPORTÉ LE PRIX

DE

L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

Proposé pour l'année mil ſept cens vingt-ſix, ſelon la Fondation faite par feu M. Roüillé de Meſlay, ancien Conſeiller au Parlement de Paris.



A PARIS, ruë ſaint Jacques,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

L'*Academie a jugé que la Piece N° 5. & 4. qui a pour Devise ,* In magnis voluisse sat est *, quoiqu'elle n'ait pas remporté le Prix, étoit fort belle, & remplie d'excellentes Recherches ; & qu'après elle, celle qui avoit le plus approché, étoit la Piece N° 2. dont la Devise est ,* Leges numero paucæ, principiaque summæ exiguitatis, non minus varios quam stupendos effectus exerunt.

L'Ouvrage qui a remporté le Prix, est du Pere MAZIERE, *Prêtre de l'Oratoire.*

FAUTES A CORRIGER.

Page 5. *dans la marge*, * 4. *lis.* * 5.

Ligne 4. *de l'Article* 12. *page* 6. avec les forces égales, *lisez*, avec des forces égales.

Page 54, *ligne* 5. $\overline{c - rA \times c}$; *lis.* $\overline{c - rB \times c}$.



LES LOIX

DU CHOC DES CORPS A RESSORT, PARFAIT OU IMPARFAIT,

Déduites d'une explication probable de la cause physique du ressort.



LES Corps qui nous environnent, sont dans une agitation continuelle, & se communiquent des mouvemens, suivant des regles toujours uniformes que l'on nomme *les Loix du choc.*

C'est par ces loix que l'Auteur de la Nature produit ces variétez infinies qui doivent être l'objet de l'admiration de tous les hommes, & des recherches de ceux qui s'appliquent à la Physique. L'Académie ne pouvoit proposer un sujet qui répondît mieux aux vûes qu'Elle a * *de contribuer au progrès de cette Science*, que l'examen des *loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait*; c'est-à-dire, de tous les corps qui sont dans la Nature, depuis ceux dont le ressort est parfait, jusqu'à ceux qui n'en ont point ou très-peu. Ces deux cas extrêmes embrassent tous les autres corps de chaque espece, dont les ressorts approchent plus ou moins de la perfection, sui-

* *Termes de l'annonce des Prix.*

vant tous les differens rapports que l'esprit apperçoit entre l'unité & *zero*.

Ainsi cette question tient à toute la Physique, soit par l'étenduë de l'objet, soit par le principe d'où la solution doit dépendre. Car on demande que cette solution soit *déduite d'une explication probable de la cause physique du ressort* : mais on ne peut gueres approfondir la cause physique du ressort, sans avoir en vûë dans cet examen divers effets naturels ; & après l'avoir approfondie, on croit avoir trouvé par une suite de conséquences, que le ressort & les autres effets naturels que l'on a eu en vûë, ont la même cause physique appliquée diversement.

Dans une matiere qui est en même tems, & si compliquée avec d'autres, & si vaste par elle-même ; que doit-on le plus craindre, ou de ne pas * *se renfermer assez dans les bornes de la question proposée*, ou d'être obligé au contraire de les trop restraindre ?

* *Termes d'un Avertissement de l'Académie.*

Je suppose dans ce Memoire les trois Principes suivans, & les notions dont ils dépendent.



PRINCIPE I.

Les espaces parcourus sont en raison composée des vîtesses des mobiles, & des tems qu'ils employent à les parcourir uniformément. 1.

D'où il suit que les vîtesses des corps qui se meuvent uniformément, sont en raison des espaces parcourus, lorsque les tems sont égaux, & en raison renversée des tems, lorsque les espaces sont égaux. 2.

PRINCIPE II.

Les forces des corps où leurs mouvemens sont en raison composée de leurs masses & des vîtesses qu'ils ont dans l'instant qu'on les considere. 3.

C'est en vain que des Auteurs celebres ont essayé de donner atteinte à ce principe, & de lui en substituer un autre. On les a refutez avec tant de solidité, qu'il n'y a pas lieu de craindre, que desormais l'on s'avise de soutenir après eux, que *les forces sont en raison composée des masses & des quarrez des vitesses.*

Il suit de ce second Principe,

1°. Que les forces des corps sont en raison des vîtesses, lorsque les masses sont égales, & en raison des masses, lorsque les vîtesses sont égales. 4.

2°. Que les forces des corps sont égales, lorsque les vîtesses sont en raison renversée des masses. 5.

3°. Que la vîtesse d'un corps est égale à sa force divisée par sa masse. 6.

PRINCIPE III.

7. *Les forces centrifuges des corps, sont comme les quarrez de leurs vîtesses, divisez par les diametres des cercles qu'ils décrivent par un mouvement uniforme.*

Ce principe est démontré dans divers Ouvrages imprimez.

8. Il s'ensuit, 1°. que les forces centrifuges des corps, sont en raison renversée des diametres des cercles qu'ils décrivent uniformément, avec des vîtesses égales.

9. 2°. Que les corps qui ont des forces centrifuges en raison renversée des diametres des cercles qu'ils décrivent, ont des vîtesses égales.

Je divise ce Memoire en deux parties.

La premiere, *contient une explication probable de la cause physique du ressort.*

La seconde, *contient les loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait, reduites en Problêmes.*



PREMIERE PARTIE.

Qui contient une explication probable de la cause physique du ressort.

AVERTISSEMENT.

Pour découvrir plus facilement la cause physique 10.
du ressort, nous nous bornerons au cas le plus simple de la question proposée ; & nous supposerons, à moins que le contraire ne soit énoncé, que deux corps étant mûs avec des directions opposées, se rencontrent avec des forces égales ; c'est-à-dire, * avec des vîtesses qui * a.
soient en raison renversée des masses ; que de plus ils se rencontrent *directement*, c'est-à-dire, en se mouvant sur une ligne droite qui passe par leurs centres de gravité, & par les points de leur rencontre.

Pour abréger les expressions, au lieu de dire que deux corps se rencontrent directement avec des forces égales, & des directions opposées, nous dirons simplement qu'ils se rencontrent avec des forces égales.

SUPPOSITION OU PRINCIPE D'EXPERIENCE.

On sçait par diverses experiences, que plusieurs es- 11.
peces de corps durs, tels que sont le Verre, l'Yvoire, l'Acier, le Marbre, le Jaspe, &c. lorsqu'ils se choquent avec des forces égales, rejaillissent avec des forces qui

ſont preſque égales à leurs forces primitives : Que, par exemple, les forces que deux boules ſolides de verre ont après le choc, ſont à celles qu'elles avoient avant le choc, à peu près comme 15 à 16*. Je demande qu'il me ſoit permis de ſuppoſer que ces corps rejailliroient avec des forces égales à leurs forces primitives, ſi l'effet de la cauſe qui produit les mouvemens en arriere, n'étoit diminué, ſoit par les imperfections de ces corps, ſoit par la réſiſtance des milieux.

* *Voyez les principes de Phyſique de M. Nevvton p. 21.*

PROPOSITION I.

12. *Les corps qui ſe choquent avec des forces égales, ne retournent en arriere, que parce qu'ils ont du reſſort.*

Examinons d'où vient qu'il y a pluſieurs corps, qui après s'être choquez avec les forces égales, rejailliſſent avec des forces qui ſont égales ou preſque égales à leurs forces primitives. Eſt-ce qu'ils ont une *dureté parfaite* ? Eſt-ce qu'ils ont un *reſſort parfait* ? Ou bien pour attacher des idées claires à ces termes *Dureté*, *Reſſort* ; Eſt-ce parce que les parties intégrantes de ces corps, ne peuvent être dérangées de leurs ſituations reſpectives ? Eſt-ce parce que ces parties ayant été dérangées de leurs ſituations reſpectives au commencement du choc, elles y ſont parfaitement rétablies à la fin du choc par une force inconnuë, dont nous cherchons la cauſe phyſique, & que l'on appelle *Reſſort*, ou *Vertu élaſtique* ?

Si les parties intégrantes des corps qui ſe choquent avec des forces égales, ne peuvent être abſolument dérangées de leurs ſituations reſpectives, toutes les parties des deux corps agiront enſemble dans un même inſtant indiviſible. Ainſi le centre de gravité de chaque corps, & par conſéquent dans ce cas chaque corps ſera mû en même tems en deux ſens oppoſez par des forces égales.

Car la force avec laquelle chaque corps est poussé par l'autre, dans le cas que nous examinons, est égale à la force que chaque corps avoit avant d'être poussé. Or il est évident qu'un corps qui est mu directement, en même tems à droite & à gauche par deux forces égales & opposées, doit par l'effet de cette double action, demeurer en repos. Il est donc évident qu'en supposant, que des corps *parfaitement durs* ou *inflexibles* se choquent avec des forces égales, ils doivent demeurer en repos après l'instant où le choc commence & finit, s'il ne survient quelque nouvelle cause de mouvement.

M. *Descartes* a crû que deux corps parfaitement durs, lorsqu'ils sont égaux, & qu'ils se choquent avec des vîtesses égales, doivent rejaillir après le choc avec des forces égales à leurs forces primitives. Mais s'il s'agit de décider cette question par des autoritez, je puis opposer à ce grand homme des Auteurs celebres, qui ont sçu profiter de ses lumieres, sans le suivre jusques dans ses erreurs. Et à ne juger des choses que sur des idées claires, toute autorité mise à part, n'est-il pas évident que des forces contraires doivent se détruire les unes les autres, se détruire entierement lorsqu'elles sont égales, comme on le suppose ; & qu'étant une fois détruites, elles ne peuvent renaître sans une nouvelle cause ?

On peut donc supposer comme un principe constant, que les corps qui se choquent avec des forces égales, ne rejailliroient pas si leurs parties intégrantes ne se dérangeoient un peu de leurs premieres situations au commencement du choc. Or ils ne rejailliroient pas encore, si leurs parties integrantes, après avoir souffert quelque dérangement, ne se rétablissoient point du tout dans leur premiere situation ; ce qui arrive aux corps que l'on appelle *moûs*. Donc afin que deux corps puissent rejaillir, il faut nécessairement que ces deux choses concourent, sçavoir, 1°. Que leurs parties soient un peu dérangées de leur premiere situation dans le premier tems du choc ; 2°. Qu'elles y soient rétablies dans le second tems du

choc, plus ou moins exactement, suivant que les ressorts sont plus ou moins parfaits ; c'est-à-dire, en d'autres termes que les corps qui se rencontrent avec des forces égales, ne rejaillissent, que parce que leurs ressorts ayant été bandez dans *le tems de la compression*, ils sont rétablis dans *le tems de la restitution*, par une force inconnuë dont nous cherchons la cause physique.

13. Il s'ensuit que sans l'action de la cause physique du ressort, les forces primitives des corps qui se choquent avec des forces égales, seroient détruites.

PROPOSITION II.

14. *LA cause physique du ressort est un fluide.*

Une cause physique (*a*) n'est pas une intelligence ; ainsi la cause physique que nous cherchons, est un corps, & un corps en mouvement, car le repos n'a pas de force. Or pour distinguer de quelle espece est ce corps, reprenons l'exemple des boules de verre que nous avons considerées d'abord. Ces boules sont transparentes ; elles ont quantité de pores, & nous sçavons que c'est au travers de ces pores que passent les corpuscules de la lumiere : n'y a-t-il pas quelque lieu de croire que ces corpuscules sont eux-mêmes la cause physique du ressort ? Examinons.

Il ne faut pas chercher cette cause ailleurs que dans les corps mêmes qui se choquent : or qu'y a-t-il dans les corps que nous considerons ? deux choses. 1° Des parties dures qui sont liées les unes avec les autres ; & ce sont les parties intégrantes du solide. 2°. Des parties qui ne sont pas liées les unes avec les autres, ni avec les parties du solide ; & ce sont les corpuscules du fluide qui remplit

(a) *Je dis une cause physique, car Dieu est cause premiere, ou pour mieux dire, cause unique de tous les mouvemens qu'il produit comme il lui plaît, suivant les loix invariables que nous expliquons.*

remplit les pores de ces corps. Ce sont les deux choses, & les seules choses qui puissent produire le mouvement en arriere dans les boules de verre, & dans tous les autres corps solides.

Or les parties intégrantes du solide ne peuvent pas produire de mouvement en arriere. Car pour le produire, il seroit necessaire que d'elles-mêmes elles eussent des forces pour se rétablir au second tems du choc, en l'état dont elles ont été dérangées pendant le premier; & par consequent pour aller dans un sens opposé à celui vers lequel elles ont été poussées. Or il est évident que par elles-mêmes, elles n'ont point de force pour aller dans un sens opposé à celui vers lequel elles ont été poussées; puisqu'elles sont dans un repos mutuel, soit dans l'instant que la compression commence, soit dans l'instant qu'elle finit; & que le repos ne produit jamais de mouvement. Donc les parties du solide ne peuvent pas par elles-mêmes se rétablir dans leur premier état, & par consequent faire retourner en arriere les deux corps dont elles sont les parties intégrantes. Donc les corps que nous considérons ne peuvent avoir de mouvement en arriere, & par consequent * de ressort, que par le mouvement des corpuscules du fluide qui coule par les canaux imperceptibles des corps les plus durs, & qui en remplit tous les pores.

* 12.

PROPOSITION III.

La cause physique du ressort n'est pas l'air, mais la matiere subtile. 15.

Le fluide qui remplit les pores des boules de verre que nous considerons, est celui qui transmet l'action de la lumiere; & l'on ne dira pas avec quelque vraisemblance, que le fluide qui transmet l'action de la lumiere, n'est simplement que de l'air. Car on a beau pomper l'air

qui est sous un recipient de verre ; ce verre & tout l'espace qu'il renferme, n'en seront pas moins transparens. Mais il restera & dans le verre, & sous le verre, une matiere sans comparaison plus déliée que n'est l'air le plus subtil ; & cette matiere continuëra de traverser le verre, & de prendre la place de l'air à mesure qu'il sera pompé.

Cependant il y a des Auteurs d'un grand nom, qui soutiennent que l'air est la cause physique du ressort. Ils prétendent le faire voir par quantité d'experiences qui sont connuës, & dont on me dispensera de faire le détail. Toutes ces experiences prouvent bien à la verité que l'air a du ressort ; mais elles ne prouvent pas qu'il est la cause physique du ressort.

En effet, suivant ces Auteurs, l'air est composé de petites parties branchuës, ou de petites lames, soit spirales, soit d'une autre figure ; & ces parties branchuës ou ces lames qui sont les parties intégrantes de l'air, ont du ressort. J'en conviens ; mais l'ont-elles par elles-mêmes ? Il n'y a pas lieu de douter qu'elles ne l'empruntent d'un autre fluide dans lequel elles nagent, & qui en remplit tous les pores. Il est facile de le prouver.

Si je presse fortement un ballon plein d'air entre mes mains, j'en fais sortir une assez grande quantité de matiere ; plus je le presse, plus il en sort ; de spherique qu'il étoit, il devient à peu près elliptique. L'air qui est dans le ballon se condense, son volume diminuë, les lames spirales se resserrent de plus en plus : le ressort se bande, à mesure que je presse ce ballon. Dès que je cesse de le presser, la même quantité de matiere qui en étoit sortie, ou à peu près, y rentre en moins d'un clin d'œil : l'air qui est comprimé dans le ballon se dilate, son volume augmente, les lames spirales se déployent : le ressort se debande, & le ballon reprend à peu près la figure spherique qu'il avoit d'abord.

Il est évident que c'est la matiere qui sort du ballon, & qui y rentre ensuite, qui doit être la cause physique

du ressort. Or certainement la matiere qui sort du ballon, en assez grande quantité, n'est pas de l'air. S'il en sort, ce n'est qu'en petite quantité ; & cette petite quantité ne doit pas y rentrer. Car l'air est plus pressé dans le ballon, qu'il ne l'est hors du ballon. Donc les corpuscules de l'air grossier, & même de l'air subtil, ne doivent pas y rentrer, par cette loy invariable, *que les corps vont du côté vers lequel ils sont moins pressez.* Donc ce n'est ni l'air grossier, ni l'air subtil qui est la cause physique du ressort du ballon ; & ce que je dis d'un ballon qui sert ici d'exemple sensible, je puis le dire à proportion de tous les autres corps.

A moins donc que l'on ne veüille avoir recours aux *qualitez occultes, &c.* à des termes vagues qui ne presentent rien à l'esprit ; il faut convenir que la cause physique du ressort est une matiere dont l'air emprunte sa fluidité & sa force. C'est cette matiere que l'on nomme *subtile* ou *etherée*, dans laquelle tous les hommes vivent, & dont peut-être tous les hommes ont ignoré l'existence avant M. *Descartes*. Mais il ne suffit pas de sçavoir qu'elle existe, & qu'elle est sans comparaison plus déliée que l'air ; il faut tâcher d'en découvrir les proprietez.

PROPOSITION IV.

La matiere subtile a une force infinie, ou comme infinie. 16.

Quoique nous n'ayons pas encore donné une notion assez claire & assez distincte de cette matiere, nous la connoissons au moins par ses effets, puisque nous sçavons quelle est la cause physique du ressort. Or une matiere qui est la cause physique du ressort, a une force infinie. Essayons de le prouver.

Si * deux boules de verre se choquent avec des forces égales, de 16 degrez, elles rejailliront avec 15 degrez de force ; & si elles pouvoient se choquer avec 16 mille * 11.

degrez de force, ſans ſe briſer, elles retourneroient en arriere avec 15 mille degrez de force ; par conſequent elles ne perdroient que la 16ᵉ partie de leurs forces pri-
*13. mitives. Or * leurs forces primitives ſeroient entiere-
ment aneanties ſans le reſſort ; dont la cauſe phyſique
*15. * eſt la matiere ſubtile. Donc la matiere ſubtile par ſon action ſeule, fait renaître preſque toutes les forces primitives des deux boules, & il ne s'en faut tout au plus que la 16ᵉ partie. Or nous pouvons ſuppoſer que la matiere ſubtile par la force qu'elle a reçûë de l'Auteur de la Nature, feroit renaître toutes les forces pri-
*11. mitives des deux boules, ſans * les imperfections qui ſe trouvent dans les corps ; & cela juſqu'à l'infini ; c'eſt-à-dire, qu'en concevant que les forces primitives ſont infinies, les forces après le choc devroient dans ce cas même, par l'efficacité de leur cauſe, égaler les forces primitives. Donc dans ce cas, la matiere ſubtile par ſon action toute ſeule, ſeroit conçûë produire une force infinie. Or une force finie ne peut pas être conçûë produire une force infinie. Donc la matiere ſubtile qui produit le reſſort, a reçû de l'Auteur de la Nature une force infinie, ou ſi l'on veut, une force qu'il eſt permis en Phyſique de ſuppoſer infinie.

PROPOSITION V.

17. *LA matiere ſubtile eſt un fluide parfait.*

On ne peut avoir une autre idée d'une matiere qui s'inſinuë ſans peine dans les pores imperceptibles des corps les plus durs, tels que ſont le Verre, l'Yvoire, le Marbre, le Jaſpe, l'Aimant, le Fer, le Diamant, &c. d'une matiere qui, par des eſpaces immenſes, tranſmet preſque dans un moment l'action de la lumiere depuis les Aſtres juſqu'à nous ; d'une matiere enfin (pour me borner à mon ſujet) qui fait que les reſſorts des corps les plus

durs, se bandent & se débandent dans des tems si courts, qu'on peut les prendre pour des instans indivisibles.

Il suffit, par exemple, que l'on frape un bloc de marbre ; le mouvement se distribuë par tout le marbre presque dans l'instant qu'on le frape ; il n'y a aucune de ses parties qui ne soit ébranlée ; la partie même la plus éloignée du choc, & qui lui est opposée directement, s'avance vers la partie que l'on frape, & dans l'instant suivant toutes les parties de ce vaste corps, sont rétablies dans leur premiere situation. Cette vibration, cette double action de la matiere subtile, est si insensible & si prompte, que nous n'avons pas de mesures assez précises, pour en déterminer ni la longueur ni la durée.

Ce n'est pas tout. Cette premiere vibration est bien-tôt suivie d'une autre en sens contraire ; c'est-à-dire, que la partie que l'on avoit avancée en la frapant, & la partie opposée au coup qui s'en étoit approchée, après s'être rétablies dans leurs premieres situations, s'écartent l'une de l'autre dans l'instant qui suit. Cette seconde vibration est suivie d'une troisiéme semblable à la premiere. Cette troisiéme d'une quatriéme semblable à la seconde, & ainsi de suite. Toutes ces vibrations sans nombre, ne sont occasionnées que par un choc unique, & toutes ensemble ne durent pas une seconde de tems. Elles échapent à l'œil le plus attentif ; elles sont sensibles à l'ouïe, & même au toucher, lorsque le coup est violent, & que l'on met l'oreille ou la main sur la partie directement opposée au coup ; on en juge mieux par d'autres * effets analogues, & qui sont beaucoup plus sensibles.

* *V. M. Mariotte de la percussion des corps. I. Partie. Proposition XXVII.*

Comment s'empêcher de conclure qu'un fluide qui produit tous ces effets, est un fluide parfait, ou au moins un fluide qu'on peut supposer parfait dans la Physique ? C'est de cette proprieté de la matiere subtile que je vais déduire les suivantes.

COROLLAIRES.

I.

18. La matiere subtile doit couler dans tous les corps avec une extrême facilité par les plus petits canaux, comme par les plus grands, & par conséquent elle ne doit laisser aucun vuide dans les espaces immenses qu'elle occupe.

II.

19. Elle doit ceder au choc sans aucune résistance, & aller toujours vers où elle est poussée, & à proportion qu'elle est plus poussée.

III.

20. Elle doit être composée de corpuscules très-petits, qui puissent suivant les differens besoins, être divisez sans aucune peine, & subdivisez en d'autres plus petits à l'infini ; en un mot, qui soient eux-mêmes infiniment fluides, & qui n'ayent de dureté que par la compression de ceux qui les environnent.

Car il est évident que la fluidité d'une matiere, dépend de la fluidité & de la petitesse de chacune de ses parties. Ainsi on ne peut, ce me semble, donner des bornes ni à la petitesse, ni à la fluidité d'aucune des parties de la matiere subtile, sans lui ôter quelque chose de cette fluidité parfaite qu'on lui a accordée.

21. REMARQUE. *Ainsi un corpuscule d'air, par exemple, pourra contenir un million de corpuscules de matiere subtile, quoiqu'il soit peut-être lui-même un million de fois plus petit qu'un Ciron ; car nos yeux armez des meilleurs Microscopes, n'apperçoivent pas les corpuscules d'air ; & avec ces mêmes Microscopes, ils découvrent dans les liqueurs des animaux qui sont des millions de fois plus petits qu'un Ciron,*

L'imagination s'effraye de ces consequences ; l'esprit les apperçoit. Car il apperçoit dans l'idée claire d'un fluide parfait, que ses petites parties peuvent être divisées à l'infini, en d'autres petits fluides parfaits, avec la même évidence, qu'il apperçoit dans l'idée d'un solide, que ses petites parties peuvent être divisées à l'infini en d'autres petits solides.

IV.

Les (*a*) corpuscules de la matiere subtile, sont *ordinairement* de figure spherique ; car les angles, les enfoncemens, les élevations qui se trouvent dans les figures qui ne sont pas spheriques, apporteroient quelque obstacle au mouvement d'un fluide que l'on suppose parfait. 22.

Je dis *ordinairement* ; car 1°. il se peut faire que les pores de certains corps, de l'Aimant, par exemple, servent comme de moules aux corpuscules de la matiere subtile ; de sorte qu'ils y prennent des figures irregulieres qu'ils conservent pendant quelque tems. 2°. Lorsqu'il arrive quelque changement dans les corps dont ces petites boules occupent les pores, elles doivent changer de figure, soit qu'elles se divisent en plusieurs boules encore plus petites, soit qu'elles s'incorporent à d'autres, soit enfin qu'elles prennent des figures à peu près elliptiques.

REMARQUE. *Le mercure peut servir à rendre sensible cette proprieté de la matiere subtile. Si l'on presse avec le doigt une petite boule de mercure, elle s'enfonce comme un petit ballon ; si on la presse plus fort, elle se divise en plusieurs parties, qui sur le champ prennent la figure de petites boules. La petitesse de ces boules, & partant leur nombre, a rapport à la force que l'on a employée à comprimer celle dont* 23.

(a) *Ceci s'accorde avec ce que M. de Mairan a démontré, que les corpuscules de la lumiere doivent être spheriques, afin que l'angle de reflexion soit parfaitement égal à l'angle d'incidence.*
Voyez les Memoires de l'Académie de l'année 1722.

elles faisoient partie. Cette comparaison, quoique très-imparfaite, peut aider l'imagination, & donner au moins quelque idée de la promptitude & de la facilité infinie avec lesquelles ces changemens se doivent faire dans une matiere qui est infiniment plus agitée & plus déliée que n'est le mercure.

V.

24. La matiere subtile est infiniment comprimée. Une matiere très-fluide qui a un mouvement infiniment rapide, s'échaperoit infailliblement au delà de ses bornes, si elle n'y étoit contenuë ou comprimée par une main invisible. La force de la matiere subtile répond à la force avec laquelle elle est comprimée ; & la force avec laquelle elle est comprimée, répond à la toute puissance de celui qui la comprime, en la maniere & suivant les directions qu'il lui plaît.

25. REMARQUE I. *Nous ne sentons pas le poids immense de cette compression, par les mêmes raisons que nous ne sentons pas le poids de l'Athmosphere, quoiqu'il equivale à 28 pouces de mercure. Si le poids de l'Athmosphere, qui s'étend peut-être à une vingtaine de lieuës, peut unir deux marbres l'un contre l'autre, de telle sorte qu'on ne puïsse aisément les séparer : Que sera-ce de la compression d'une matiere qui a une force infinie, qui s'étend à un très-grand nombre de millions de lieuës ? N'auroit-elle pas assez de force pour rendre tous les corps durs, ou même infiniment durs ; si elle ne s'insinuoit entre toutes leurs parties, & dans toutes leurs parties ; soit pour separer ces parties, soit pour les unir ensemble ; c'est-à-dire, pour rendre ces corps ou liquides ou élastiques ?*

26. REMARQUE II. *Mais comment la matiere subtile ne s'insinuëroit-elle pas dans tous les corps creez ? C'est elle qui les engendre, pour ainsi dire, & qui les fait croître par des végétations, fermentations, &c. Sans elle que seroit l'Univers ? Si Dieu qui l'a créée cessoit un instant de la conserver, ou de la comprimer ; les Astres n'auroient plus de lumiere,*

lumiere, ni de mouvement ; le feu perdroit sa chaleur, l'eau sa liquidité, & l'aimant toutes ses vertus : l'air que nous respirons se reduiroit à un amas confus de lames spirales sans aucune force ; les corps n'auroient plus ni dureté, ni ressort, ni fluidité, ni pesanteur ; ils ne tendroient plus vers le centre de la terre ; & la terre elle-même que deviendroit-elle? Otez la matiere subtile, l'Univers entier disparoît.

V I.

La matiere subtile n'est composée que d'une infinité de tourbillons qui tournent sur leurs centres avec une extrême rapidité, & qui se contrebalancent les uns les autres, comme les grands tourbillons que M. Descartes a expliquez dans ses principes de Philosophie. J'emprunte les paroles de l'illustre Auteur * de cette découverte. 27.

Tout corps, dit-il, *allant du côté vers lequel il est moins pressé ; si quelque partie de l'éther étoit moins pressée que les autres, il est clair que les autres retomberoient sur elle.*

Mais on ne concevra jamais que les portions d'une matiere extrêmement agitée, & comprimée suivant diverses directions qui ne tendent pas à un même centre, puissent conserver toutes leurs forces, & se contrebalancer en même tems, si elles ne forment divers grands tourbillons.

D'ailleurs on ne peut admettre ces grands tourbillons qui sont ceux de M. *Descartes*, & les principes dont ils dépendent, sans être forcé par ces mêmes principes, (en concluant du très-grand au très-petit) d'admettre les petits tourbillons du P. *Malebranche*. Voici ses termes.

Toutes les parties de la matiere subtile étant extrêmement agitées, & se résistant reciproquement par leurs mouvemens divers & particuliers, il est necessaire qu'elles se divisent sans cesse & forment de petits tourbillons ; & dans ceux-ci d'autres encore plus petits, & même encore d'autres moins durables dans les intervales concaves que laissent entr'eux les tourbillons qui se touchent, &c.

* *Le Pere Malebranche dans la recherche de la verité Eclaircissement* XVI.

VII.

28. Les tourbillons grands & petits se contrebalancent par leurs forces centrifuges.

Les corpuscules de la matiere subtile, étant obligez pour remplir leurs mouvemens, de circuler autour des centres de leurs tourbillons, doivent tendre à s'en éloigner par une force que l'on nomme *centrifuge*. Ainsi deux tourbillons voisins doivent par leurs forces centrifuges, se repousser mutuellement. On peut concevoir qu'ils s'avancent un peu l'un vers l'autre, & les vîtesses avec lesquelles ils s'avancent, sont la mesure de leurs forces centrifuges.

Mais comme un tourbillon est pressé dans tous ses points, par les tourbillons qui l'environnent, on peut concevoir que deux tourbillons voisins, ne se touchent en se comprimant, que dans un cercle infiniment petit. Je demande pour la démonstration de la proposition suivante que cette supposition me soit accordée. Je prie le Lecteur de remarquer que le seul Corollaire premier de cette même Proposition, me suffit pour résoudre la question proposée, & qu'il est facile de le prouver par le principe de l'article 7. D'ailleurs quelque supposition que l'on fasse, le rapport de la force centrifuge du grand tourbillon, à celle du petit, deviendra encore plus petit que celui que je trouve par la supposition que je fais.

Au reste le peu de tems que j'ai eu pour méditer cette Proposition, me donne lieu de craindre qu'elle ne m'ait ébloui par un faux éclat, & de demander qu'on n'y ait aucun égard, si on la trouve fausse ou superfluë.

PROPOSITION VI.

FONDAMENTALE.

LEs forces centrifuges de tous les tourbillons grands & petits, sont en raison renversée de leurs diametres. 29.

Soient deux tourbillons voisins & inégaux, *BMN*, *HMN*, dont les centres soient *C*, *K*, & les diametres *BG*, *DH*: je dis que la force centrifuge du tourbillon *BMN*, est à la force centrifuge du tourbillon *HMN*, comme *DH* est à *BG*. *Fig.* V.

DEMONSTRATION.

Concevons que les extrêmitez *D*, *G* des diametres des deux tourbillons, se touchent au point *F*, lorsque ces tourbillons commencent à se comprimer dans ces points *D*, *G*. Puisque les tourbillons doivent être en équilibre *, & se contrebalancer par leurs forces centrifuges ; les points *D*, *G* où se fait la compression, ne doivent point s'écarter du point *F* pendant tout l'instant qu'elle se fait en ces deux points *D*, *G*. Car si les trois points *D*, *F*, *G*, qui sont réunis au commencement de la compression des points *D*, *G*, ne demeureroient pas réunis pendant tout l'instant infiniment petit que dure cette compression, & que le point *D* fût repoussé du point *F*, où il étoit d'abord vers le point *H* ; alors le grand tourbillon *BMN* l'emporteroit sur le petit *HMN* ; & si ce même point *D* avançoit vers *B*, du point *F* où il étoit d'abord, alors le petit tourbillon l'emporteroit sur le grand. Ainsi dans l'une & l'autre supposition, il n'y auroit pas d'équilibre dans cet instant, & partant dans tous les autres. Afin donc que les tourbillons puissent se contrebalancer, il est necessaire que les deux points comprimez *D*, *G*, demeurent réunis au point *F* pendant tout l'instant que dure la compression.

* 28.

Maintenant il faut considerer que les deux tourbillons

en ſe comprimant mutuellement, doivent un peu s'aplatir & ſe toucher dans un cercle infiniment petit, dont le centre eſt F, & dont le diametre eſt MN, perpendiculaire aux diametres des deux tourbillons. Pendant que le point F, (qu'il faut maintenant regarder comme mobile, & comme faiſant partie des diametres BFG & DFH) pendant, dis-je, que ce point conſideré dans le grand tourbillon, parcourt uniformément dans cet inſtant infiniment petit, la diſtance infiniment petite FG; & qu'étant conſideré dans le petit tourbillon, il parcourt de même la diſtance infiniment petite FD.

*22 Ainſi * FG eſt la vîteſſe avec laquelle le grand tourbillon s'avance vers le petit; & DF eſt la vîteſſe avec laquelle le petit tourbillon s'avance vers le grand, pendant l'inſtant que les deux tourbillons ſe compriment mutuellement par leurs forces centrifuges en leurs
*28. points G, D; * c'eſt-à-dire, que la force centrifuge du grand tourbillon eſt à celle du petit, comme FG eſt à FD. Or par la proprieté du cercle on a ces deux proportions continuës.

$\div\!\div\, FG.\ FM.\ FB$, & $\div\!\div\, DF.\ FM.\ FH$. d'où l'on tire $\overline{FM}^2 = FG \times FB$, & $\overline{FM}^2 = DF \times FH$. d'où l'on déduit $FG.\ DF :: FH.\ FB$.

Or FG eſt une diſtance infiniment petite par rapport au diametre BG; & DF par rapport au diametre DH. Ainſi on peut ſuppoſer $BF = BG$, & $FH = DH$. On aura donc enfin $FG.\ DF :: DH.\ BG$.

C'eſt-à-dire, que les forces centrifuges des deux tourbillons, ſont en raiſon renverſée de leurs diametres. Or tous les tourbillons grands & petits, ſe touchent de l'un
*27.&18. à l'autre, parce que * l'Univers eſt plein de tourbillons, ſans aucun vuide: & tous ces tourbillons ſe
*28. * contrebalancent par leurs forces centrifuges. Donc les forces centrifuges de tous les tourbillons, ſoit infiniment grands, ſoit infiniment petits, ſont en raiſon renverſée de leurs diametres. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRES.

I.

Donc la force centrifuge des petits tourbillons augmente, lorsque leurs diametres diminuënt. 30.

II.

Donc la force centrifuge des tourbillons infiniment petits, est infiniment grande par rapport à la force centrifuge des tourbillons infiniment grands. 31.

REMARQUE. *C'est, par exemple, la force centrifuge d'un grand tourbillon qui tient la terre en équilibre, & qui l'oblige de demeurer à une distance du Soleil, laquelle est de plusieurs millions de lieuës. Cependant cette force (je craindrois de le dire même avec la démonstration, si personne ne l'avoit dit avant moi) est infiniment petite par rapport à la force centrifuge des petits tourbillons qui circulent dans les pores imperceptibles des corps à ressort ; puisque celle-là est à celle-ci comme le diametre d'un pore imperceptible, est à celui d'un globe qui est comme infiniment grand par rapport au globe de la terre.* 32.

III.

Donc la force centrifuge des petits tourbillons est infinie. 33.

La proposition que j'ai démontrée me dispense par la lumiere qu'elle répand d'elle-même, d'entrer dans le détail des autres consequences que j'en pourrois tirer.

PROPOSITION VII.

34. *La matiere subtile est la cause physique du ressort par la force centrifuge de ses petits tourbillons.*

Voici l'idée que je me forme d'un corps à ressort parfait. Il est rempli d'une infinité de pores que la matiere subtile a arrondis par ses mouvemens circulaires. Tous ces pores imperceptibles communiquent les uns aux autres, & au dehors par une infinité de canaux qui par leurs petitesses extrêmes, ne donnent passage à aucun autre fluide qu'à la matiere subtile. Chaque pore contient un ou plusieurs tourbillons ; & ce sont ces tourbillons, qui par leurs forces centrifuges donnent de la consistence aux parties intégrantes du solide, & qui les unissent ensemble. Plus ils sont petits, & plus toutes choses égales le corps est dur, & plus en même tems son ressort est prompt ; car plus les tourbillons sont petits, & plus ils ont de force centrifuge pour unir ensemble les parties intégrantes du solide, & pour repousser promptement les forces exterieures qui tendroient à les separer.

On peut concevoir outre cela, que les parties d'un corps à ressort, sont elles-mêmes de petits corps à ressort, qui ont encore des pores, des canaux, & des tourbillons proportionnez à leur petitesse ; d'où il arrive encore que ces parties ont plus de dureté que les solides dont elles sont les parties intégrantes.

35. La promptitude est une des perfections des corps à ressort. Les ressorts qui se débandent avec toute la force par laquelle ils ont été bandez, sont parfaits par rapport à leurs forces ; mais ils peuvent être plus ou moins parfaits par rapport aux differens degrez de promptitude avec laquelle ils se bandent & se débandent. Ainsi le genre seul des ressorts que l'on appelle *parfaits*, en

renferme une infinité d'especes ; mais ici & dans toute la suite, je ne considere les ressorts que par rapport à leurs forces, & non par rapport à leur promptitude.

36. Supposons maintenant que deux corps tels à peu près que je viens de les décrire, se choquent directement avec des forces égales & opposées ; car c'est * le seul cas que je me suis proposé d'examiner dans cette premiere Partie, pour expliquer la cause physique du ressort.

*10.

Les corps ne se communiquent par leurs mouvemens dans un instant indivisible ; mais successivement dans un tems très-court ; & ils employent leurs forces primitives à se comprimer mutuellement. La matiere subtile qui par sa nature, * ne résiste point au mouvement, doit abandonner en partie les pores comprimez. Le mouvement se communique des premiers pores aux seconds, & de là successivement aux autres : & à mesure que le mouvement se communique, la matiere subtile continuë de sortir du côté vers lequel elle est poussée. Ainsi les pores s'aplatissent, & prennent des figures à peu près elliptiques ; & continuënt de s'aplatir jusqu'à l'instant précis que les corps ayent épuisé toutes leurs forces primitives par ces compressions mutuelles.

*18.

Il est donc clair que la matiere subtile doit sortir des corps pendant le tems que dure la compression. Mais il n'est pas moins évident qu'elle doit commencer à y rentrer dans l'instant que la compression cesse ; car dès l'instant que la compression cesse, il doit y avoir un parfait équilibre entre tous les tourbillons exterieurs & interieurs, parce que ceux-ci cessent dans cet instant de sortir & de repousser ceux-là ; de sorte qu'un tourbillon à moitié sorti d'un pore, doit rester dans cet état, jusqu'à ce qu'il survienne quelque changement qui l'oblige de sortir ou de rentrer.

D'ailleurs il est évident que dans ce même instant les forces centrifuges des tourbillons exterieurs, sont égales à celles qu'ils avoient avant le choc des deux corps ; mais dans ce même instant les forces centrifuges des tourbil-

lons intérieurs sont augmentées, parce que * leurs diametres sont diminuez. Avant le choc les tourbillons interieurs tendoient par leurs forces centrifuges à élargir les pores où ils circuloient ; mais inutilement ; parce que les tourbillons exterieurs avoient des forces centrifuges qui suffisoient alors pour empêcher l'action des tourbillons interieurs.

A la fin de la compression, les tourbillons interieurs ont acquis des degrez de force centrifuge, & les tourbillons exterieurs n'en ont point acquis. Ainsi dans l'instant que nous considerons, les tourbillons exterieurs n'ont pas des forces centrifuges qui soient capables d'arrêter l'action par laquelle les tourbillons interieurs tendent à élargir leurs pores. Il n'y a donc point de doute qu'ils ne doivent commencer à les élargir ; mais ils ne peuvent commencer à les élargir, que les tourbillons exterieurs ne rentrent ; & ils doivent continuer de rentrer à mesure que les pores s'élargissent. Ainsi toute la matiere qui étoit sortie des corps, y rentre successivement à mesure que les parties comprimées se rétablissent, de la même maniere qu'elles ont été comprimées ; mais dans un ordre renversé.

C'est ainsi que les ressorts parfaits se débandent avec des vîtesses égales à celles avec lesquelles ils ont été bandez, par la force infinie des petits tourbillons ; & il est clair que les ressorts en se débandant avec des forces égales à celles par lesquelles ils ont été bandez, doivent repousser les corps en arriere avec des forces égales à leurs forces primitives, dans le cas que je m'étois proposé d'examiner dans cette premiere Partie.

Ce cas le plus simple de tous, m'a coûté plus de peine à résoudre dans cette premiere Partie, que je n'en aurai à résoudre dans la seconde, une infinité d'autres cas plus compliquez.

Quoiqu'il en soit de cette explication, que j'ai taché au moins de rendre probable, je ne puis douter que la matiere subtile par son action, ne soit la cause physique du ressort. On pourroit donner d'autres solutions ; mais je me suis arrêté à celle qui m'a paru avoir le plus de vrai-semblance.

SECONDE

SECONDE PARTIE,

Qui contient les loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait, réduites en Problêmes.

SUPPOSITIONS.

I.

L'Idée que nous avons donnée d'un corps parfaitement élastique, fait assez voir de combien de circonstances dépend la perfection des ressorts. La grandeur des canaux par lesquels coule la matiere subtile & des pores où elle circule, leurs figures, leurs arrangemens; les proprietez des parties intégrantes, leur consistence, leur grosseur, la maniere dont elles sont unies les unes avec les autres; toutes ces choses & autres combinées ensemble, produisent ces differences infinies que l'on observe dans la force des ressorts. 37.

Néanmoins si l'on suppose que les corps qui se choquent, ont toutes leurs parties intégrantes homogenes; on pourra réduire les effets du choc des corps à des loix très-uniformes, & les exprimer par des formules très-simples. En effet si l'on fait des experiences avec une machine semblable à celle de M. *Mariotte*, on trouvera que ces loix s'étendent à tous les corps homogenes ou heterogenes, à ressort parfait ou imparfait, prompt ou lent; en un mot à tous les corps depuis ceux dont les ressorts sont les plus accomplis dans tous les genres, jusqu'à ceux que l'on appelle *moûs*. Mais pour éviter un détail immense qui ne peut convenir à un Memoire qui a des bornes si étroites, je suppose dans toute la suite, que

les reſſorts, quoi qu'imparfaits, ſont aſſez prompts, & que les corps qui ſe choquent ſont homogenes, & ont toutes leurs parties intégrantes homogenes.

II.

38. La varieté infinie des reſſorts imparfaits demande, que l'on connoiſſe la force élaſtique du reſſort de chaque corps par une experience ; & voici la maniere de la faire. Il faut faire choquer les deux corps donnez avec des forces égales connuës, & obſerver les forces qu'ils auront après le choc.

Le rapport de la force d'un corps après le choc à ſa force primitive, ou * ce qui revient au même, le rapport de la vîteſſe de ce corps après le choc à ſa vîteſſe primitive, exprimera le rapport de la force avec laquelle le reſſort de ce corps s'eſt débandé, à celle avec laquelle il a été bandé *.

* 4.

* 12.

Le *rapport élaſtique* d'un corps, eſt le rapport de la force qui fait débander ſon reſſort à celle qui la fait bander.

III.

39. *Fig.* I. II. III. & IV. Il faut dans la queſtion propoſée, diſtinguer avec grand ſoin les *forces poſitives*, & les *forces négatives*. Celles dont la direction eſt de *M* vers *N*, ſeront les poſitives, & celles dont la direction eſt de *N* vers *M*, ſeront les négatives. Les poſitives ſe marqueront avec le ſigne +, & les négatives avec le ſigne — ; ſi ce n'eſt dans les cas où il s'agit de comparer les *forces abſoluës*. Car alors ſoit qu'une force ſoit dans la direction des poſitives, ſoit qu'elle ſoit dans la direction des negatives, le ſigne + ſignifie qu'elle doit être ajoûtée, & le ſigne —, qu'elle doit être retranchée.

IV.

40. On ſuppoſe que le choquant *A*, a plus de vîteſſe que

le choqué *B*, lorsque les mouvemens sont *de même part*, avant le choc ; & que le choquant *A*, a plus de force que le choqué *B*, lorsque les mouvemens sont *contraires* ; que ce corps *A* se meut toujours avant le choc dans la direction des forces positives ; que les points d'attouchement des boules *A*, *B* (ou dont les masses sont *A*, *B*) répondent aux points *a*, *b* de la ligne *MN*, dans un tems donné avant le choc ; qu'ils se rencontrent ensuite au point *v* dans le tems du choc ; & qu'enfin ils parviennent après le choc aux points *a'*, *b'*, après avoir parcouru uniformément les distances *va'*, *vb'* dans un tems égal à celui qu'ils auront employé à parcourir uniformément avant le choc les distances *va*, *vb*.

V.

Ainsi * les distances *va*, *vb* & *va'*, *vb'*, representent 41.
*2.
les vîtesses que les points d'attouchement, & partant les centres des boules, & les masses entieres des boules *A*, *B* ont avant & après le choc ; & les distances *ab* avant le choc, *a' b'* après le choc, representent les *vîtesses respectives*, sçavoir la somme des vîtesses absoluës lorsqu'elles sont contraires, & leur difference lorsqu'elles sont de même part.

VI.

Pour abreger les expressions, on sous-entendra toujours dans le calcul la lettre *v*. Ainsi *a* sera la vîtesse du corps *A* avant le choc ; *b* sera la vîtesse du corps *B* avant le choc ; *a'* la vîtesse du corps *A* après le choc ; & *b'* la vîtesse du corps *B* après le choc. * Ainsi la force du corps *A* avant le choc, sera *Aa*, & après le choc *Aa'* ; de même la force du corps *B* avant le choc, sera *Bb*, & après le choc *Bb'*. 42.
*3.

VII.

43. S'il arrive que le corps *A* vienne à choquer une seconde fois le même corps *B*, ou un troisiéme corps *C*; a'' sera la vîtesse du corps *A* après ce second choc, a''' après le troisiéme choc; & de même *c* sera la vîtesse d'un corps *C* avant le choc, c' après le premier choc, c'' après le second, c''' après le troisiéme, &c.

LOIX DU CHOC

Des corps à ressort parfait ou imparfait.

I.

44. *Dans l'instant que la compression cesse, les deux corps ont une égale vîtesse, soit que leurs mouvemens soient contraires avant le choc, soit qu'ils soient de même part.*

Car dans l'un & l'autre cas, la matiere subtile ne cesse de sortir que lorsque le choquant n'est plus en état d'agir sur le choqué; & qu'après lui avoir communiqué une partie de son mouvement, il lui en reste une telle quantité, qu'il puisse aller avec lui de compagnie sans le comprimer. Donc dans l'instant que la matiere subtile cesse de sortir, ou que la compression finit, les deux corps ont une égale vîtesse.

II.

45. *Dans l'instant que la compression finit, le choquant & le choqué ont perdu une égale quantité de leurs forces primitive, lorsque les mouvemens sont contraires.*

Car jusqu'à cet instant les deux corps se sont comprimez mutuellement; & dans ces compressions mutuelles, ils ont employé des forces égales; & ces forces qu'ils ont employées, ils les ont perduës.

III.

DAns l'inſtant que la compreſſion finit, le choquant a perdu autant de force que le choqué en a gagné, lorſque les mouvemens ſont de même part. 46.

Car dans ce cas, comme dans le précedent, la compreſſion eſt mutuelle ; mais le choquant * qui a plus de vîteſſe que le choqué, doit dans cet inſtant avoir perdu une partie de ſa vîteſſe, * ou une partie de ſa force ; & la force que le choquant perd, le choqué doit la gagner.

*40.

*4.

IV.

LE rapport élaſtique eſt conſtant dans les corps de même nature. 47.

C'eſt-à-dire, que ſi dans un choc la force avec laquelle les reſſorts ſe rétabliſſent dans deux corps, eſt à celle avec laquelle ils ont été comprimez, par exemple, comme 15 eſt à 16 ; dans tous les autres chocs de ces deux mêmes corps, ou de deux autres corps de même nature, ces deux forces ſeront toujours comme 15 eſt à 16. On ſera convaincu de la verité de ce principe, qui eſt conforme à l'experience, ſi l'on fait attention à la force infinie des petits tourbillons qui ſont la cauſe du reſſort, & aux loix qui proportionnent les effets à leurs cauſes.

C'eſt pourquoi ſi l'on * connoît le rapport élaſtique (que je nomme r) & la force que perd ou gagne l'un des deux corps dans le tems de la compreſſion, on aura celle qu'il perd ou qu'il gagne dans le tems de la reſtitution, en multipliant la force qu'il perd ou qu'il gagne dans le tems de la compreſſion, par le rapport élaſtique r, qui eſt égal à l'unité, lorſque les reſſorts ſont parfaits, & moindre que l'unité, lorſque les reſſorts ſont imparfaits.

*38.

PROBLEME I.

FONDAMENTAL.

48. *LEs masses* A, B *de deux corps, leurs vîtesses* a, b *avant le choc, & leur rapport élastique* r *étant donnez; trouver leurs mouvemens après le choc.*

On peut réduire ce Problême à deux Cas principaux.

Le premier, est lorsque les mouvemens sont de même part avant le choc, comme dans les Figures I. & III.

Le second, est lorsque les mouvemens sont contraires avant le choc, comme dans les Figures II. & IV.

CAS I.

Fig. I. & III. Lorsque les mouvemens sont de même part, le choquant A que l'on suppose * avoir plus de vîtesse que le choqué B, en perd une partie dans le premier tems du choc, & une autre partie dans le second. Nommant x la vîtesse qu'il perd dans le premier tems du choc; la force qu'il perd dans ce premier tems * est Ax, & celle qu'il perd dans le second, * est rAx : sa force avant le choc, est * Aa, & après le choc Aa'. Ainsi on a cette équation, $Aa' = Aa - Ax - rAx$, ou bien

*40. *3. *47. *42.

$$Aa' = Aa - A \times \overline{r+1} \times x.$$

Or dans le premier tems du choc, le choqué B gagne * autant de force que le choquant en perd. Ainsi il gagne la force $+Ax$ dans le premier tems; & * par consequent la force $+rAx$ dans le second. * Sa force avant le choc est $+Bb$, & après le choc $+Bb'$. On a donc cette seconde équation, $Bb' = Bb + Ax + rAx$, ou bien

*46. *47. *42.

$$Bb' = Bb + A \times \overline{r+1} \times x.$$

Dans l'instant que la compression cesse, la force du choqué est $Bb + Ax$; par consequent * sa vîtesse est $\frac{Bb+Ax}{B}$; & la vîtesse du choquant A dans ce même

*6.

instant, est $a-x$. Or dans cet instant la vîtesse du choqué * est égale à celle du choquant. On a donc cette équation, $\frac{Bb+Ax}{B}=a-x$; d'où l'on déduit

$$x=B\times\frac{\overline{a-b}}{A+B}.$$

En mettant cette valeur de x dans les deux équations qui précedent, on aura les formules suivantes, qui donnent la resolution du premier cas du Problême.

$$Aa'=Aa-AB\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a-b}}{A+B},\ Bb'=Bb+AB\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a-b}}{A+B}.$$ 49.

CAS II.

Fig. II. & IV.

Lorsque les mouvemens sont contraires, le choquant que l'on * suppose avoir plus de force que le choqué, en perd une partie Ax dans le premier tems du choc, & une autre partie * rAx dans le second. Ainsi dans ce second cas, comme dans le premier, on aura cette équation, *40. *47.

$$Aa'=Aa-A\times\overline{r+1}\times x.$$

Or dans le premier tems du choc, le choqué B perd * autant de sa force negative, que le choquant perd de sa force positive. Ainsi le choqué gagne la force $+Ax$ dans le premier tems; & par consequent * la force $+rAx$ dans le second; & sa force primitive, qui est negative, est * $-Bb$. Ainsi on aura cette seconde équation, *45. *47. *39. & 42.

$$Bb'=-Bb+A\times\overline{r+1}\times x.$$

Dans l'instant que la compression cesse, la force du choqué B est $-Bb+Ax$. Ainsi dans cet instant sa vîtesse * est $\frac{-Bb+Ax}{B}$; & la vîtesse du choquant est $a-x$. Or dans cet instant la vîtesse du choqué est * *6. *44.

égale à celle du choquant; C'est-à-dire, que l'on aura $\frac{-Bb+Ax}{B}=a-x$. D'où l'on tire

$$x=B\times\frac{a+b}{A+B}.$$

En mettant cette valeur de x dans les deux équations qui précedent, on aura les deux suivantes, qui donnent la resolution du second cas du Problême.

50. $$Aa'=Aa-AB\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a+b}}{A+B},\ Bb'=-Bb+AB\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a+b}}{A+B}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

REMARQUES.

I.

51. *Les formules du second cas, ne different de celles du premier, qu'en cela seul, que la vîtesse* b *est marquée dans ces deux cas avec des signes contraires. Ce qui est bien naturel, puisque la seule difference qui se trouve entre ces deux cas, consiste en ce que la vîtesse* b *a la direction des positives dans le premier, & celle des negatives dans le second. Ainsi j'aurois pû déduire ce second cas du premier; & si je l'ai déduit immediatement de mes principes, ce n'a été que pour en faire mieux apercevoir l'accord & l'étenduë.*

Pour abreger, je ne me servirai dans la suite que des formules du premier cas, qui suposent des mouvemens de même part avant le choc. Lorsque les mouvemens seront suposez contraires avant le choc; il ne s'agira que de changer le signe de la vîtesse b.

II.

52. *De même lorsque les mouvemens seront suposez contraires*
Fig. III. *après le choc, on marquera le mouvement* Aa'*, ou la vîtesse*
& IV. a' *avec le signe* $-$*; c'est-à-dire, que l'on aura dans ces cas,*
$-Aa'=$

$-Aa' = Aa - AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a \mp b}}{A+B}$. *Ainſi le mouvement abſolu du corps* A, *ſera dans ces cas*,

$$+Aa' = -Aa + AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a \mp b}}{A+B}.$$

COROLLAIRES.

I.

Si l'on diviſe la premiere formule * du premier cas par A, & la ſeconde par B, on aura les formules des vîteſſes * des corps A, B ; & ces formules, où l'on ſupoſe que les mouvemens ſont ſemblables ou de même part, ſerviront dans les cas où l'on ſupoſe qu'ils ſont contraires, en y changeant quelques ſignes, ſuivant les remarques précedentes. 53. *49. *6.

Formules generales des loix du choc.

$$a' = a - B \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B},\quad b' = b + A \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B}.$$ 54.

On peut réduire ces formules à ces autres équivalentes.

$$a' = \frac{Aa - rBa + Bb + rBb}{A+B},\quad b' = \frac{Bb - rAb + Aa + rAa}{A+B}.$$ 55.

On bien encore à celles-ci,

$$a' = \frac{\overline{A - rB} \times a + \overline{r+1} \times Bb}{A+B},\quad b' = \frac{\overline{B - rA} \times b + \overline{r+1} \times Aa}{A+B}.$$ 56.

On voît par les formules generales de l'article 54. *que la vîteſſe d'un corps après le choc, a deux parties.* Fig. I. II. III. IV.

La premiere, eſt la vîteſſe primitive a, *qui eſt toujours poſitive ; ou la vîteſſe primitive* b, *qui eſt poſitive, lorſque les mouvemens ſont de même part, & negative lorſque les mouvemens ſont contraires.*

E

La seconde, est la vîtesse totale que chaque corps gagne ou perd par le bandement & le débandement des ressorts dans les deux tems du choc. Celle du choquant est toujours negative ; & celle du choqué est toujours positive.

I I.

57. D'où je déduis cette REGLE GENERALE, pour trouver la vîtesse de l'un des deux corps après le choc.

1°. On fera cette proportion. La somme des masses est à la vîtesse respective ($a \mp b$) * multipliée par le rapport élastique, augmenté de l'unité ; comme la masse d'un corps est à la vîtesse que l'autre corps gagne ou perd dans les deux tems du choc.

* Voyez l'art. 41.

2°. On prendra suivant les cas, la somme ou la difference de la vîtesse primitive d'un corps, & de la vîtesse qu'il gagne ou qu'il perd dans le choc, sçavoir, la somme pour le choqué, lorsque les mouvemens sont de même part ; & la difference, soit pour le choqué, soit pour le choquant, lorsque les mouvemens sont contraires. Cette somme ou cette difference donnera la vîtesse soit positive, soit négative, que ce corps doit avoir après le choc.

I I I.

58. Lorsque les corps ont des ressort parfaits, le rapport élastique est égal à l'unité, & partant $r+1=2$. Ainsi en mettant 2 au lieu de $r+1$ dans les formules generales * ; on aura celles qui suivent :

* 54.

$$a'=a-2B\times\frac{a-b}{A+B},\ b'=b+2A\times\frac{a-b}{A+B}.$$

Lesquelles se réduisent à celles-ci :

$$a'=\frac{Aa-Ba+2Bb}{A+B},\ b'=\frac{Bb-Ab+2Aa}{A+B}.$$

Ces formules expriment d'une maniere generale les

loix du choc des corps à reſſort parfait, leſquelles ſont démontrées par de longs circuits dans pluſieurs ouvrages.

I V.

Lorſque les corps n'ont point de reſſort, ſoit qu'on les ſuppoſe parfaitement durs, ſoit qu'on ſuppoſe parfaitement moûs (car ces deux cas qui ſembleroient extrêmes, ſe réüniſſent) le rapport élaſtique ſera dans cette ſuppoſition égal à *zero*, & par conſequent $r+1=1$. Ainſi au lieu des formules generales*, on aura celles qui ſuivent : 59. *54.

$$a'=a-B\times\frac{a-b}{A+B},\quad b'=b+A\times\frac{a-b}{A+B}.$$

Dans ces formules les valeurs de a' & de b' ſont égales ; ce qui eſt évident d'ailleurs, puiſque les corps doivent aller de compagnie après le choc. Ces formules ſe réduiſent à cette ſeule expreſſion :

$$a'=b'=\frac{Aa+Bb}{A+B}.$$

J'étends le Problême juſqu'à ce cas, pour en mieux faire voir toute l'étenduë, & avoir lieu d'en comparer les deux cas extrêmes.

V.

Lorſque le rapport élaſtique eſt égal au rapport de la maſſe du choquant à celle du choqué ; on aura pour ce CAS REMARQUABLE $r=\frac{A}{B}$, & par conſequent $r+1=\frac{A+B}{B}$. Si l'on met cette valeur de $r+1$ dans les formules generales *, on trouvera pour ce cas celles qui ſuivent : 60. *54.

$$a'=b,\ b'=\frac{Bb+Aa-Ab}{B}$$

Ainſi le choquant A, que l'on ſuppoſe ici être le plus petit, prend toujours la vîteſſe du choqué, lorſque le rapport des maſſes eſt égal au rapport élaſtique.

VI.

61. Lorſque les maſſes A, B ſont égales, en mettant A au
*56. lieu de B dans les formules generales *, on aura pour ce cas les deux ſuivantes:

$$a' = \frac{\overline{1-r}\times a + \overline{1+r}\times b}{2},\quad b' = \frac{\overline{1-r}\times b + \overline{1+r}\times a}{2}.$$

Et lorſque les reſſorts ſont parfaits, ou lorſque le rapport des maſſes eſt égal au rapport élaſtique, on aura,

$$a' = b,\ b' = a.$$

C'eſt-à-dire, que dans ces cas qui ſe réuniſſent ici, les corps ſont échange de leurs vîteſſes.

VII.

62. Lorſque le choqué B eſt en repos avant le choc, en
*55. effaçant b dans les formules *,

On aura en general,

$$a' = \frac{\mathrm{A}a - r\mathrm{B}a}{\mathrm{A}+\mathrm{B}},\quad b' = \frac{\overline{r+1}\times \mathrm{A}a}{\mathrm{A}+\mathrm{B}}.$$

*58. On aura pour les reſſorts parfaits *,

$$a' = \frac{\mathrm{A}a - \mathrm{B}a}{\mathrm{A}+\mathrm{B}},\quad b' = \frac{2\,\mathrm{A}a}{\mathrm{A}+\mathrm{B}}.$$

*59. On aura pour les corps ſans reſſort *,

$$a' = b' = \frac{\mathrm{A}a}{\mathrm{A}+\mathrm{B}}.$$

On aura pour les corps dont le raport des maſſes eſt
*60. égal au raport élaſtique *,

$$a' = 0,\ b' = \frac{\mathrm{A}a}{\mathrm{B}}.$$

C'eſt-à-dire, que dans ce dernier cas le choquant demeure toujours en repos après le choc, & que le choqué prend tout le mouvement du choquant : ce que l'on trouvera conforme à l'experience.

VIII.

Lorſque le choqué étant en repos, la vîteſſe du choquant eſt égale à la ſomme des maſſes, (c'eſt-à-dire, lorſque le nombre des dégrez de vîteſſe du choquant, eſt le même que celui des parties égales que l'on aura diſtinguées dans la ſomme des maſſes) on aura par cette ſuppoſition $a = A + B$, & par conſequent les formules du Corollaire VII. deviendront, 63.

$$a' = A - rB, \quad b' = \overline{r + 1} \times A.$$

D'où l'on déduit $r + 1 = \frac{b'}{A}$. *Ce qui donne une maniere facile de trouver en nombres dans les experiences, la valeur de l'expreſſion* $\overline{r + 1}$, *& par conſequent la formule propre à deux corps donnez avec leſquels on veut faire des experiences, ou à deux autres corps de même nature.*

Lorſque les corps ont des reſſorts parfaits, on aura dans le cas du Corollaire preſent,

$$a' = A - B, \quad b' = 2A.$$

Et lorſque les corps n'ont point de reſſort, on aura,

$$a' = A, \quad b' = A.$$

IX.

Si le choqué B étant en repos, eſt ſuppoſé infiniment grand par rapport au choquant A, on ſuppoſera $A = o$. Ainſi en effaçant A dans les formules du Corollaire VII. on trouvera pour ce cas, 64.

$$a' = -ra.$$

C'eſt-à-dire, que dans ce cas qui eſt celui de la *refle-*

xion directe, le choquant *A* rejaillira avec sa vîtesse primitive, multipliée par le rapport élastique ; par consequent avec une vîtesse moindre que la primitive, lorsque les ressorts sont imparfaits ; & avec une vîtesse égale à la primitive, lorsque les ressorts sont parfaits.

X.

65. J'oubliois le cas qui nous a occupé lui seul dans toute la premiere Partie ; sçavoir, lorsque les mouvemens sont égaux & contraires avant le choc. Celui d'un corps infiniment grand me le rappelle. Car on trouvera encore pour ce cas $a' = -ra$, en faisant dans les formules generales *, tous les changemens qui conviennent à cette supposition.

* 55.

AVERTISSEMENT.

Les Problêmes suivans dépendent du premier, & n'en sont, à proprement parler, que des Corollaires que l'on pourroit ajouter à ceux qui précedent. On verra par la solution de ces Problêmes, l'étenduë immense des formules, & les divers usages que l'on peut en faire, pour résoudre toutes les questions qui regardent les loix du choc.

PROBLEME II.

66. *Le rapport élastique* r *de deux corps* A, B *étant donné, trouver le rapport des vîtesses respectives ; c'est-à-dire, le rapport de la vîtesse respective qui suit le choc, à celle qui le précede.*

On peut réduire ce Problême aux quatre cas generaux, qui sont exprimez par les figures.

CAS I.

Fig. I.

Lorsque les mouvemens sont de même part, soit avant

soit après le choc, la vîtesse respective * est $a-b$ avant le choc, & $b'-a'$ après le choc. Or dans ce cas qui est celui des formules generales, on trouve *, *41. *54

$$b'-a' = b + A\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a-b}}{A+B} - a + B\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a-b}}{A+B}.$$

D'où l'on déduit $b'-a' = b - a + \frac{\overline{r+1}\times\overline{A+B}\times\overline{a-b}}{A+B}$,

& après avoir abregé, on trouve $b'-a' = r\times\overline{a-b}$.

D'où l'on tire pour ce premier cas,

$$\frac{b'-a'}{a-b} = r.$$

CAS II.

Fig. II.

Lorsque les mouvemens sont contraires avant le choc, & de même part après le choc, au lieu de l'équation $\frac{b'-a'}{a-b} = r$ que donne le premier cas *, on aura celle-ci, *51

$$\frac{b'-a'}{a+b} = r.$$

CAS III.

Fig. III.

Lorsque les mouvemens sont de même part avant le choc, & contraires après le choc, au lieu de l'équation $\frac{b'-a'}{a-b} = r$, que donne le premier cas *, on aura celle-ci, *51

$$\frac{b'+a'}{a-b} = r.$$

CAS IV.

Fig. IV.

Lorsque les mouvemens sont contraires, soit avant, soit après le choc, au lieu de cette équation

51. $\frac{b'-a'}{a-b}=r$, que donne le premier cas *, on aura celle-ci,

$$\frac{b'+a'}{a+b}=r.$$

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRES.

I.

67. (a) Dans tous les cas possibles que renferment les quatre cas précedens, le rapport des vîtesses respectives est égale au rapport élastique r.

Pour s'en convaincre, il suffit de comparer les expressions des quatre cas avec les figures correspondantes, dans lesquelles les distances ab, $a'b'$ * marquent les vîtesses respectives avant & après le choc. * 41.

II.

68. Lorsque les ressorts sont parfaits, la vîtesse respective est la même avant & après le choc.

III.

69. Le rapport des vîtesses respectives des corps de même nature, est constant ; puisqu'il est égal au rapport élastique *, lequel est constant. * 47.

IV.

70. Lorsque l'on connoîtra par une seule experience le rapport des vîtesses respectives de deux corps donnez ;

(a) *On suppose ordinairement plusieurs des principes que je déduis ici de mes formules ; mais il me semble que ces principes ne sont bien évidens, que lorsqu'ils sont démontrez.*

on aura deslors le rapport r des forces élastiques de ces deux corps, ou de deux autres corps de même nature; on aura par consequent les formules qui conviennent à ces deux corps.

V.

Si deux corps se choquent plusieurs fois, quelques soient les vîtesses absoluës, pourvû que les vîtesses respectives qui précedent les chocs, ne changent pas; les vîtesses respectives qui suivent les chocs, seront égales. 71.

VI.

Si deux corps après s'être choquez avec la vîtesse respective $a-b$, se choquent une seconde fois avec la vîtesse respective $r\times\overline{a-b}$, qui suit le premier choc, la vîtesse respective après ce second choc, sera $r^2\times\overline{a-b}$; s'ils se choquent une troisiéme fois avec cette vîtesse $r^2\times\overline{a-b}$, la vîtesse respective après ce troisiéme choc, sera $r^3\times\overline{a-b}$. Enfin après un nombre de chocs quelconque, que je nomme n, la vîtesse respective sera $r^n\times\overline{a-b}$. Et si le corps B est en repos avant le premier choc, la vîtesse respective après un nombre n de chocs, sera $r^n a$. 72.

PROBLEME III.

La somme des mouvemens absolus de deux corps A, B *avant le choc, & leur rapport élastique* r, *étant donnez, trouver la somme de leurs mouvemens absolus après le choc.* 73.

On peut réduire ce Problême comme le précedent, aux quatre cas generaux, qui sont exprimez par les figures.

Fig. I.

CAS I.

Lorſque les mouvemens ſont de même part, ſoit avant, ſoit après le choc, la ſomme des mouvemens abſolus après
*49. le choc * ſera,

$$Aa' + Bb' = Aa - AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B} + Bb + AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B}.$$

D'où l'on déduit,

$$Aa' + Bb' = Aa + Bb.$$

C'eſt-à-dire, que dans ce premier cas, la ſomme des mouvemens abſolus eſt toujours la même avant & après le choc.

Fig. II.

CAS II.

Lorſque les mouvemens ſont contraires avant le choc, & de même part après le choc ; au lieu de l'équation
*51. $Aa' + Bb' = Aa + Bb$ que donne le premier cas, * on aura,

$$Aa' + Bb' = Aa - Bb.$$

C'eſt-à-dire, que dans ce cas la ſomme des mouvemens abſolus après le choc, eſt égale à la difference des mouvemens avant le choc.

Ainſi dans ce cas il y a moins de mouvement après le choc, qu'avant le choc ; & la difference de ces deux mouvemens eſt égale au double du mouvement du choqué avant le choc.

Car avant le choc, la ſomme des mouvemens abſolus
*39. étoit * $Aa + Bb$. Or après le choc la ſomme des mouvemens abſolus, n'eſt que $Aa - Bb$. Donc la difference des deux mouvemens eſt

$$Aa + Bb - Aa + Bb = 2\,Bb.$$

Fig. III.

CAS III.

Lorſque les mouvemens ſont de même part avant le

choc, & contraires après le choc; au lieu de l'équation $Aa' + Bb' = Aa + Bb$ que donne le premier cas, * on aura, *51.

$$-Aa' + Bb' = Aa + Bb.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la difference des mouvemens absolus après le choc, est égale à la somme des mouvemens absolus avant le choc. En ajoutant $2Aa'$ de part & d'autre, on aura,

$$Aa' + Bb' = Aa + Bb + 2Aa'.$$

C'est-à-dire, que la somme des mouvemens absolus après le choc, * ($Aa' + Bb'$) est plus grande que la somme des mouvemens avant le choc; & que cet excès est égal au double du mouvement du choquant après le choc. *32.

Enfin si au lieu de $2Aa'$, on met dans l'équation précedente sa valeur qui dans le cas present, * doit être, *52.

$$-2Aa + 2AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B}$$, on aura,

$$Aa' + Bb' = Bb - Aa + 2AB \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a-b}}{A+B}.$$

CAS IV.

Fig. IV.

Lorsque les mouvemens sont contraires avant & après le choc; au lieu de l'équation $Aa' + Bb' = Aa + Bb$, que donne le premier cas, * on aura *51.

$$-Aa' + Bb' = Aa - Bb.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la difference des mouvemens absolus après le choc, est égale à leur difference avant le choc. Ajoutant $2Aa'$ de part & d'autre, on aura,

$$Aa' + Bb' = Aa - Bb + 2Aa'.$$

C'est-à-dire, que dans ce cas la somme des mouvemens après le choc, * ($Aa' + Bb'$) surpasse la difference des *32.

mouvemens avant le choc, & que cet excès est égal au double du mouvement du choquant après le choc.

Enfin si au lieu de $2\,Aa'$, on met dans l'équation précedente sa valeur, qui dans le cas present * doit être,
* 52.

$$-2Aa+2AB\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a+b}}{A+B}\text{, on aura,}$$

$$Aa'+Bb'=-Aa-Bb+2AB\times\frac{\overline{r+1}\times\overline{a+b}}{A+B}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

REMARQUE.

74. *Il faut observer que le second & le troisiéme cas du Problême, ne regardent pas les corps égaux à ressort parfait; parce que lorsque les mouvemens de ces corps sont de même part avant le choc, ils sont aussi de même part après le choc: & que lorsqu'ils sont contraires avant le choc, ils sont aussi contraires après le choc. Ce qui est évident *.*
* 61.

COROLLAIRES.

I.

75. Si le choqué est en repos avant le choc, & que le choquant ne rejaillisse pas; il y aura avant & après le choc, une égale quantité de mouvement: & si le choquant rejaillit, il y aura plus de mouvement après le choc qu'avant le choc; & cet excès sera égal au double du mouvement du choquant après le choc.

II.

76. Les ressorts étant parfaits, il y a une égale quantité de mouvement avant & après le choc dans ces deux cas.

1°. Lorsque les mouvemens sont égaux & contraires avant le choc. Ce qui est évident d'ailleurs.

2°. Lorsque les masses sont égales. Ce qui est encore
* 61. évident d'ailleurs, puisque dans ce cas * les corps font

toujours échange de leurs vîtesses, & par consequent * 4
de leurs mouvemens.

III.

La quantité absoluë du mouvement, n'est pas toujours 77.
la même avant & après le choc, comme l'ont prétendu des Auteurs celebres.

Cette proposition n'est vraie que dans les suppositions du premier cas du Problême, & des deux Corollaires précédens.

Mais il est évident que dans tous les cas possibles qui sont exprimez generalement par les quatre Cas du Problême, & par les quatre Figures, il y a toujours une égale quantité de mouvement dans le même sens. C'est-à-dire, si on n'a égard qu'aux seuls mouvemens qui ont la même direction; & que l'on regarde comme nulles, d'égales quantitez de mouvement, qui ont des directions opposées.

IV.

De la formule du premier Cas, sçavoir $Aa' + Bb' = Aa + Bb$, on déduit $Aa - Aa' = Bb' - Bb$. D'où l'on tire, 78.

Pour le Cas I. $\frac{A}{B} = \frac{b' - b}{a - a'}$.

Pour le Cas II. $\frac{A}{B} = \frac{b' + b}{a - a'}$.

Pour le Cas III. $\frac{A}{B} = \frac{b' - b}{a + a'}$.

Pour le Cas IV. $\frac{A}{B} = \frac{b' + b}{a + a'}$.

Ainsi dans tous les Cas possibles, il est facile de connoître le rapport des masses, lorsque l'on connoît les quantitez & les directions des vîtesses avant & après le choc.

V.

79. C'eſt pourquoi ſi l'on connoît par une experience les quantitez & les directions des vîteſſes de deux corps avant & après le choc ; deſlors il ſera facile de connoître les vîteſſes que les mêmes corps auront après tous les autres chocs, dans toutes les ſuppoſitions que l'on pourra faire.

Car cette ſeule épreuve ſuffit pour connoître, 1°. les

*78. maſſes A, B, ou leur rapport * $\frac{A}{B}$; 2°. le rapport élaſtique r, puiſque ce rapport eſt toujours égal à celui

*69 & 70. des vîteſſes reſpectives *.

D'où il ſuit que ſi au lieu des grandeurs generales A, B, r, on met dans les formules generales les nombres qui expriment leurs valeurs, on aura des formules qui ſeront propres aux deux corps donnez, & qui ſerviront à faire ſur eux toutes les experiences que l'on pourra ſouhaiter. Il ſuffit d'appliquer tout ceci à un ſeul exemple.

EXEMPLE.

80. Si l'on ſuppoſe que le choqué B ſoit en repos avant le choc, & que les mouvemens ſoient contraires après le choc, on aura dans ce cas,

*78. *66. $$* \; \frac{A}{B} = \frac{b'}{a + a'}, \quad * \; r = \frac{b' + a'}{a}.$$

Suppoſons maintenant que le choquant A ait avant le choc 12 degrez de vîteſſe dans le ſens des poſitives, & deux degrez de vîteſſe après le choc dans le ſens des negatives ; & que le choqué B étant en repos avant le choc, ait après le choc 7 degrez de vîteſſe dans le ſens des poſitives.

On aura dans ces ſuppoſitions $\frac{A}{B} = \frac{7}{12 + 2} = \frac{1}{2}$, & par conſequent $A = 1$, $B = 2$; & de même on aura

$r = \frac{7+2}{12} = \frac{3}{4}$; & par consequent $\overline{r+1} = \frac{7}{4}$.

Si l'on met ces valeurs numeriques de A, B, & de $\overline{r+1}$, dans les formules generales*, on trouvera celles qui suivent, lesquelles seront propres aux deux corps donnez, *54.

$$a' = a - 2 \times \frac{7 \times \overline{a-b}}{4 \times \overline{1+2}},\quad b' = b + 1 \times \frac{7 \times \overline{a-b}}{4 \times \overline{1+2}}.$$

Et l'on pourra réduire ces formules à celles-ci,

$$6a' = 7b - a,\quad 12b' = 7a + 5b.$$

Enfin par le secours de ces dernieres formules, & d'une machine que l'on peut rendre beaucoup plus commode que n'est celle de M. *Mariotte*, il sera facile de faire sur les deux corps donnez, toutes les experiences que l'on souhaitera, en observant les quatre choses suivantes, selon l'état des questions & l'exigence des cas.

I. De changer les signes de celles des vîtesses a, b, a', b', qui doivent être negatives.

II. D'écrire avec les mêmes lettres celles qui doivent être égales.

III. D'effacer celles de ces vîtesses qui doivent être nulles.

IV. De mettre à la place de ces lettres des nombres qui marquent les degrez de vîtesse que l'on souhaitera que les corps ayent, soit avant, soit après le choc.

REMARQUE.

Si l'on fait ces experiences avec quelque soin, on aura le plaisir de voir qu'elles s'accordent toujours avec les formules. Car il n'en est pas des corps à ressort imparfait, comme de ceux que l'on appelle à ressort parfait. Ceux-ci ne sont tels que par une supposition qui s'écarte toujours sensiblement de la vérité; parce que nous ne trouvons pas dans la nature de corps dont le rapport élastique ne soit sensiblement moindre que l'unité. Au lieu que le rapport élastique de deux corps pris au hazard, 81.

& de plus le rapport de leurs masses sont sensiblement, ou au moins A PEU PRE'S *tels que l'épreuve les fait connoître ; & que d'ailleurs on peut réïterer cette épreuve en la faisant en differentes manieres. Par exemple, en laissant successivement les deux corps en repos.*

J'ai dit A PEU PRE'S. *Car la résistance de l'air, le petit espace que les deux corps parcourent ensemble dans la durée du choc, les moindres frottemens, diverses imperfections qui viennent ou de la construction de la machine, ou de la maniere dont on s'en sert ; toutes ces choses & autres jointes ensemble, sur tout lorsqu'elles concourent à augmenter, ou à diminuer les vîtesses dans le même sens, doivent causer quelques dérangemens dans les operations, & ne permettent pas d'y trouver une exactitude mathematique.*

Ainsi les experiences ne peuvent representer aux yeux, qu'assez imparfaitement, les veritez que l'esprit pur apperçoit distinctement, & comme tout d'une vûë, dans des expressions aussi simples, que le sont les formules generales.

Mais pour mieux faire connoître toute l'étenduë de ces formules, & l'accord des veritez qu'elles presentent à l'esprit, il est bon de les considerer sous differentes faces. C'est ce que nous allons faire dans les deux Problêmes suivans.

PROBLEME IV.

82. *PRoportionner les mouvemens du choquant de telle sorte, qu'après le choc il ait une vîtesse donnée.*

On suppose que les grandeurs r, B, b *étant connuës, il s'agit de trouver la vîtesse* a *que le choquant doit avoir avant le choc, lorsque sa masse* A *est donnée, ou de trouver la masse* A *lorsque la vîtesse* a *est donnée ; afin que ce corps ait après le choc une vîtesse donnée* a'.

RESOLUTION.

* 55. Si l'on multiplie la premiere formule generale * par $A+B$,

$A+B$, on aura $Aa'+Ba'=Aa-rBa+rBb+Bb$. D'où l'on déduit,

1°. $Aa-rBa=Aa'+Ba'-rBb-Bb$.

2° $Aa-Aa'=Ba'+rBa-rBb-Bb$.

D'où l'on tire enfin les deux formules suivantes, qui sont celles du Problême.

$$a=\frac{Aa'+Ba'-rBb-Bb}{A-rB},\quad A=\frac{Ba'+rBa-rBb-Bb}{a-a'}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRES.

I.

Si l'on veut proportionner les mouvemens du choquant; 83. de telle sorte qu'après le choc, il prenne la vîtesse du choqué : on aura par cette supposition $a'=b$; & en mettant b au lieu de a' dans les deux formules du Problême, on trouvera, après avoir abregé, qu'elles se réduisent à ces expressions,

$$a=b\ ,\quad A=rB\ ,\ \text{d'où l'on déduit}\ \frac{A}{B}=r.$$

Ainsi afin que le choquant ait après le choc la vîtesse que le choqué avoit avant le choc, il faut de ces deux choses l'une :

I. Que les vîtesses soient égales avant le choc.

II. Que le rapport des masses soit égal au rapport élastique.

Or le premier de ces deux cas, à proprement parler, n'en est pas un, puisque deux corps qui ont des vîtesses égales de même part, ne peuvent se choquer. Donc le choquant ne prend jamais la vîtesse du choqué, que dans le second cas : & dans le second cas (comme je l'ai déja trouvé * par une autre voye) le choquant prend toujours la vîtesse du choqué. Ce qui pourroit paroître une espece de paradoxe. * 60.

II.

84. Ainſi de quelque maniere que l'on proportionne les mouvemens de deux corps, on ne viendra jamais about de faire aller le choquant après le choc préciſement avec la même vîteſſe que le choqué avoit avant le choc dans tous les cas ſuivans.

1°. Si le choquant eſt plus grand que le choqué.

2°. Si les deux corps ont des reſſorts imparfaits, & des maſſes égales.

3°. Si les deux corps ont des reſſorts parfaits, & des maſſes inégales.

4°. En un mot ſi de quelque nature que ſoient les deux corps, le rapport des maſſes n'eſt exactement égal au rapport élaſtique.

Au contraire on ne réuſſira jamais à faire aller le choquant plus ou moins vîte que le choqué n'alloit avant le choc, ſi le rapport du choquant au choqué, eſt égal au rapport élaſtique.

Ceux qui voudront ſe donner la peine de conſulter l'experience, la trouveront toujours conforme aux veritez que nos formules nous font ici découvrir.

III.

85. Si l'on veut proportionner les mouvemens du choquant, de telle ſorte qu'après le choc il demeure en repos, on aura par cette ſuppoſition $a' = o$; & en ſuppoſant ici que les mouvemens ſont contraires avant le choc, les formules du Problême deviendront,

$$a = \frac{rBb + Bb}{A - rB}, \quad A = \frac{rBa + rBb + Bb}{a}.$$

Et en ſuppoſant des reſſorts parfaits, on aura,

$$a = \frac{2Bb}{A - B}, \quad A = \frac{Ba + 2Bb}{a}.$$

IV.

86. Si dans le cas du Corollaire precedent, on ſuppoſe que

les vîteſſes a, b ſont égales, en mettant b à la place de a dans les deux formules du Problême, on trouvera pour ce cas,

$$A = 2rB + B.$$

En ſuppoſant des reſſorts parfait, on aura,

$$A = 3B.$$

C'eſt-à-dire, que ſi deux corps à reſſort parfait, dont l'un eſt triple de l'autre, ſe rencontrent avec des vîteſſes égales, le plus grand demeurera en repos après le choc.

En ſuppoſant des corps ſans reſſort, on aura,

$$A = B.$$

C'eſt-à-dire, que ſi deux corps égaux ſans reſſort, ſe choquent avec des vîteſſes égales, ils demeureront en repos après le choc. Ce qui eſt conforme à nos principes *. *12.

PROBLEME V.

PRoportionner les vîteſſes avant le choc, de telle ſorte que les vîteſſes après le choc ayent des rapports donnez. 87.

On ſuppoſe ici que les grandeurs r, A, B *ſont données, & qu'il s'agit de trouver les vîteſſes* a, b *qu'il faut donner aux deux corps avant le choc, afin qu'aprés le choc ils ayent des vîteſſes données* a', b'.

RESOLUTION.

On dégagera des deux formules generales * les vîteſſes a, b que l'on ſuppoſe ici inconnuës, & on les égalera à des expreſſions, qui ne contiennent que les autres grandeurs r, A, B, a', b' que l'on ſuppoſe connuës. Le calcul eſt un peu long, en ſe ſervant des formules generales; il ſera beaucoup plus court, ſi l'on ſe ſert des formules qui expriment les premiers cas du ſecond & du troiſiéme Problême; ſçavoir, *55.

1°. $\frac{b' - a'}{a - b} = r.$ 2°. $Aa' + Bb' = Aa + Bb.$

Ce calcul donnera les deux formules ſuivantes, qui ſont celles du Problême.

$$a = \frac{r\text{A}a' - \text{B}a' + r\text{B}b' + \text{B}b'}{r\text{A} + r\text{B}}, \quad b = \frac{r\text{B}b' - \text{A}b' + r\text{A}a' + \text{A}a'}{r\text{A} + r\text{B}}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRES.

I.

88. Si l'on veut faire enſorte que le choquant *A* demeure en repos aprés le choc, & que le choqué ait une vîteſſe donnée b', on effacera dans les formules du Problême les produits où ſe trouve la vîteſſe a', & on aura pour l'effet requis,

$$a = \frac{r\text{B}b' + \text{B}b'}{r\text{A} + r\text{B}}, \quad b = \frac{r\text{B}b' - \text{A}b'}{r\text{A} + r\text{B}}.$$

I I.

89. Si l'on veut faire enſorte que le choqué *B* demeure en repos aprés le choc, & que le choquant *A* retourne en arriere avec une vîteſſe donnée $-a'$, on effacera dans les formules du Problême, les produits où ſe trouve la vîteſſe b', puis on changera les ſignes des autres produits où ſe trouve la vîteſſe a'; & on aura pour l'effet requis les formules ſuivantes,

$$a = \frac{\text{B}a' - r\text{A}a'}{r\text{A} + r\text{B}}, \quad b = \frac{-r\text{A}a' - \text{A}a'}{r\text{A} + r\text{B}}.$$

I I I.

90. Si l'on veut faire enſorte que les corps retournent en arriere avec des vîteſſes égales & connuës a', b', on mettra dans les formules du Problême $-a'$, au lieu de $+b'$, & on aura les formules ſuivantes, qui expriment les valeurs des vîteſſes a, b qu'il faut donner aux deux corps pour l'effet requis,

$$a = \frac{r\text{A}a' - 2\text{B}a' - r\text{B}a'}{r\text{A} + r\text{B}}, \quad b = \frac{-r\text{B}a' + 2\text{A}a' + \text{A}a'}{r\text{A} + r\text{B}}.$$

Et lorsque les ressorts sont parfaits,

$$a = \frac{A a' - 3 B a'}{A + B}, \quad b = \frac{3 A a' - B a'}{A + B}.$$

I V.

On peut reduire les formules du Problême à ces expressions équivalentes, 91.

$$a = a' - B \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a' - b'}}{r \times \overline{A + B}}, \quad b = b' + A \times \frac{\overline{r+1} \times \overline{a' - b'}}{r \times \overline{A + B}}.$$

Soit donc qu'il s'agisse de trouver les vîtesses après le choc, lorsque les vîtesses avant le choc sont données; soit qu'il s'agisse de trouver celles-ci, lorsque celles-là sont données, on a les mêmes formules *, & par consequent la même regle generale * que prescrivent ces formules; avec cette seule difference que dans le cas du Problême present, il faut multiplier la somme des masses $A + B$, par le rapport élastique r: & même cette difference ne subsiste pas, lorsque les ressorts sont parfaits, parce que dans ce cas le rapport élastique r est l'unité. *54. *57.

Mais il est bon de remarquer que dans les formules du Corollaire present, l'expression a′ — b′ *est negative, parce que* b′ *surpasse* a′, *suivant les suppositions des formules generales dont celles-ci sont déduites.*

PROBLEME VI.

Plusieurs corps A, B, C, D, &c. *de même nature, se choquant successivement avec des vîtesses données, trouver les vîtesses qu'ils auront après le choc.* 92.

Je suppose pour le cas principal de ce Problême, que tous les corps donnez se meuvent de même part avant le choc; que d'abord A frappe B, que B frappe ensuite C, que C frappe ensuite D, &c. Il sera facile dans toutes les autres suppositions differentes de celles-ci, de faire les changemens qui conviendront.

RESOLUTION.

1°. Les vîteſſes des corps *A*, *B* après le choc, ſeront,

* 56. $$* \; a' = \frac{\overline{A - rB} \times a + \overline{r + 1} \times Bb}{A + B}, \quad b' = \frac{\overline{B - rA} \times b + \overline{r + 1} \times Aa}{A + B}.$$

2°. Les vîteſſes des corps *B*, *C* après le choc, ſeront,

*43.&56. $$* \; b'' = \frac{\overline{B - rC} \times b' + \overline{r + 1} \times Cc}{B + C}, \quad c' = \frac{\overline{C - rA} \times c + \overline{r + 1} \times Bb'}{B + C}.$$

3°. Les vîteſſes des corps *C*, *D* après le choc, ſeront,

*43&56. $$* \; c'' = \frac{\overline{C - rD} \times c' + \overline{r + 1} \times Dd}{C + D}, \quad d' = \frac{\overline{D - rC} \times d + \overline{r + 1} \times Cc'}{C + D},$$

&c. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRES.

I.

93. Si l'on ſuppoſe que le corps *A* ſoit en mouvement avant le choc, pendant que tous les autres *B*, *C*, *D*, &c. demeurent en repos à quelque diſtance l'un de l'autre.

1°. Les vîteſſes des corps *A*, *B* après le choc, ſeront,

$$a' = \frac{\overline{A - rB} \times a}{A + B}, \quad b' = \frac{\overline{r + 1} \times Aa}{A + B}.$$

2°. Les vîteſſes des corps *B*, *C*, après le choc, ſeront,

$$b'' = \frac{\overline{B - rC} \times b'}{B + C} = \frac{\overline{B - rC} \times \overline{r + 1} \times Aa}{\overline{A + B} \times \overline{B + C}},$$

$$c' = \frac{\overline{r + 1} \times Bb'}{B + C} = \frac{\overline{r + 1}^2 \times ABa}{\overline{A + B} \times \overline{B + C}}.$$

3°. Les vîteſſes des corps *C*, *D* après le choc, ſeront,

$$c'' = \frac{\overline{C - rD} \times c'}{C + D} = \frac{\overline{C - rD} \times \overline{r + 1}^2 \times ABa}{\overline{A + B} \times \overline{B + C} \times \overline{C + D}},$$

$$d' = \frac{\overline{r+1}\times C c'}{C+D} = \frac{\overline{r+1}^{3}\times ABC a}{\overline{A+B}\times\overline{B+C}\times\overline{C+D}},\ \&c.$$

II.

Si dans la ſuppoſition du Corollaire precedent ; 94.
∺ *A. B. C. D.* &c. c'eſt-à-dire, ſi tous les corps ſont en progreſſion géometrique, on aura alors $C = \frac{B^2}{A}$, $D = \frac{B^3}{A^2}$, &c. En general nommant *M* un corps quelconque de cette progreſſion, & *n* le rang qu'il tient parmi les corps en repos, dont le premier eſt *B*, on aura alors,

$$M = \frac{B^n}{A^{n-1}}.$$

En mettant ces valeurs dans les formules du Corollaire precedent, on aura celles qui ſuivent.

1°. Pour la vîteſſe de chaque corps après ſon premier choc,

$$b' = \frac{\overline{r+1}^{1}\times A^{1} a}{\overline{A+B}^{1}},\quad c' = \frac{\overline{r+1}^{2}\times A^{2} a}{\overline{A+B}^{2}},\quad d' = \frac{\overline{r+1}^{3}\times A^{3} a}{\overline{A+B}^{3}}\ \&c$$

En general.

$$m' = \frac{\overline{r+1}^{n}\times A^{n} a}{\overline{A+B}^{n}}.$$

2°. Pour la vîteſſe de chaque corps après ſon ſecond choc,

$$b'' = \frac{\overline{r+1}^{1}\times A}{\overline{A+B}^{2}}\times\overline{A-rB}\times a,\quad c'' = \frac{\overline{r+1}^{2}\times A^{2}}{\overline{A+B}^{3}}\times\overline{A-rB}\times a,\ \&c$$

En general.

$$m'' = \frac{\overline{r+1}^{n}\times A^{n}}{\overline{A+B}^{n+1}}\times\overline{A-rB}\times a.$$

III.

95. Des deux formules generales du Corollaire precedent, (à cause de $M = \frac{B^n}{A^{n-1}}$) on déduit les deux formules suivantes, qui expriment generalement les quantitez des mouvemens d'un corps quelconque M, d'une progression géometrique, soit après le premier choc, soit après le second,

$$Mm' = \frac{\overline{r+1}^n \times B^n}{\overline{A+B}^n} \times Aa, \quad Mm'' = \frac{\overline{r+1}^n \times B^n}{\overline{A+B}^{n+1}} \times Aa \times \overline{A-rB}.$$

IV.

96. Si dans la supposition du Corollaire I. le corps B est moyen proportionnel entre ses deux voisins A, C; le troisiéme corps C acquerera une plus grande vîtesse, étant choqué par le moyen B, que l'on suppose avoir été choqué par le premier A, que s'il étoit choqué de la même maniere par tout autre corps.

* 93. Car la valeur de c' sera *, $\frac{\overline{r+1}^2 \times ABa}{\overline{A+B} \times \overline{B+C}}$, qui doit être *un plus grand*. En prenant * la difference de cette fraction, dans laquelle il n'y a que B de variable, & l'égalant à *zero*, on trouvera $BB = AC$.

* *Suivant les regles des Sections I. & III. de l'Analyse des Infiniment petits.*

C'est-à-dire, que le corps B doit être moyen proportionnel entre les deux autres A, C; afin que le troisiéme C ait après le choc la plus grande vîtesse qu'il est possible.

* *Plusieurs Auteurs avoient démontré cette proposition à l'égard des corps à ressort parfait. Elle s'étend, comme l'on voit ici à tous les corps.*

* *Messieurs Huyguens, Saurin, Carré, Herman, &c.*

V.

97. Si le rapport du choqué au choquant est égal au rapport

port élaſtique r, c'eſt-à-dire, ſi $\frac{B}{A} = r$; on aura,

$$r + 1 = \frac{A + B}{A}, \text{ \& par conſequent } \overline{r + 1}^n = \frac{\overline{A + B}^n}{A^n}.$$

En mettant cette valeur de $\overline{r+1}^n$ dans les Formules generales du Corollaire II. on aura dans ce cas pour un corps quelconque d'une progreſſion géometrique,

$$m' = a, \quad m'' = \frac{A - B}{A} \times a.$$

C'eſt pourquoi ſi dans le cas du Corollaire II. le rapport du choqué au choquant, eſt moindre que le rapport élaſtique ; plus il y aura de corps interpoſez entre le premier A & le dernier M, & plus la vîteſſe m' de ce dernier ſera grande ; & elle ſera la plus grande qu'il eſt poſſible, * puiſque tous ces corps ſont en progreſſion géometrique. * 26.

Plus j'avance, & plus j'aperçois de veritez par le ſecours de mes Formules. Je ne finirois pas ſi je mettois ici tous les Problêmes qu'elles m'ont donné lieu de réſoudre ; je me ſuis contenté d'en donner des exemples. Je n'ai point parlé du choc indirect des corps : il me faudroit, ou copier ſur cette matiere ce que l'on en trouve dans les Livres ; ou bien (pour la traiter à fond) groſſir ce Memoire d'une troiſiéme Partie plus longue encore que n'eſt celle-ci.

DEUS NOBIS HÆC OTIA FECIT.

FIN.

Le même Libraire vend séparément ou conjointement les Ouvrages qui ont remporté les Prix de l'Academie Royale des Sciences, & ceux qui ont été composez à leur occasion; sçavoir,

Discours sur le Principe, la Nature, & la communication du Mouvement. *Cet Ouvrage qui a remporté le premier Prix en* 1720. *est de M.* Crousaz, *alors Professeur en Philosophie & en Mathematiques dans l'Academie de Lausane.*

Systême du Mouvement, *par M.* de Gamaches, *Chanoine Regulier de Sainte Croix de la Bretonnerie.*

Propositions sur une Pendule. *Cet Ouvrage qui a remporté le second Prix en* 1720. *est de M.* Massy.

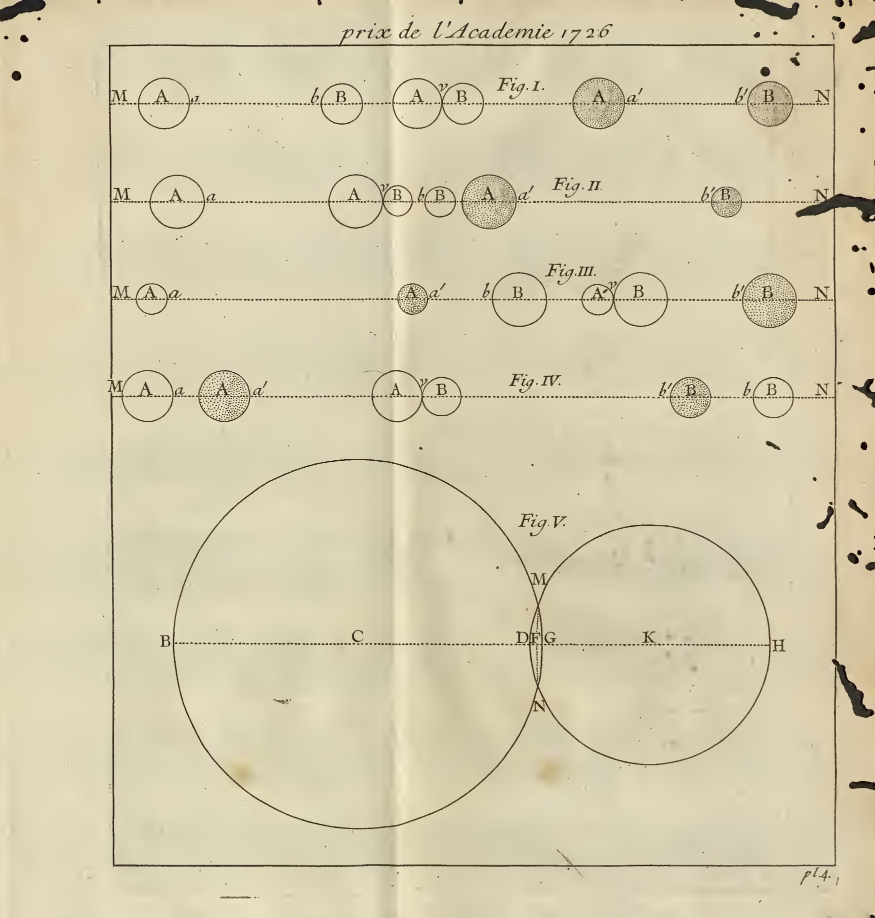
Démonstration des Loix du choc. *Cet Ouvrage qui a remporté le Prix en* 1724. *est de M.* Mac-laurin, *Professeur en Mathematiques dans l'Université d'Aberdeen.*

Discours sur le Mouvement des Clepsidres ou Sabliers. *Cet Ouvrage qui a remporté le Prix en* 1725. *est de M.* Daniel Bernoulli, *fils du celebre M.* Jean Bernoulli, *Professeur à Basle.*

Discours sur les Loix de la communication du Mouvement, *qui a merité les Eloges de l'Academie Royale des Sciences aux années* 1724. & 1726. *& qui a concouru à l'occasion des Prix distribuez dans lesdites années, par M.* Jean Bernoulli, *Professeur des Mathematiques à Basle, & Membre des Academies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.*

Traité des petits Tourbillons de la matiere subtile, *pour servir d'introduction à une nouvelle* Physique, *& d'éclaircissement à la* Piece *qui a remporté le Prix de l'Academie en* 1726. *par l'Auteur de cette* Piece.

Il va mettre inceſſament ſous Preſſe les trois Pieces qui ont été composées sur *la meilleure maniere de Mâter les Vaisseaux, &c.* dont l'une à remporté le Prix de cette Année 1727. & les deux autres ont été annoncées avec Eloges par l'Academie Royale des Sciences.


Fig. I.
M
A
a
b
B
A
v
B
A
a'
b'
B
N
Fig. II.
M
A
a
A
v
B
b
B
A
a'
b'
B
N
Fig. III.
M
A
a
A
a'
b
B
A
v
B
b'
B
N
Fig. IV.
M
A
a
A
a'
A
v
B
b'
B
b
B
N
Fig. V.
M
B
C
D
F
G
K
H
N

TRAITÉ
DES PETITS TOURBILLONS DE LA MATIERE SUBTILE.

Où l'on fait voir par les ſeuls effets du choc, que l'Univers eſt rempli d'une matiere très-fluide, très-agitée, & composée d'une infinité de Tourbillons de figure ſpherique, qui produiſent tous les reſſorts de la Nature.

Pour ſervir d'introduction à une nouvelle Phyſique, *& d'Eclairciſſement à la* Piece *qui a remporté le Prix de l'*Academie *Royale des Sciences en* 1726.

Par un Prêtre de l'Oratoire.



A PARIS,

Chez { CLAUDE JOMBERT, ruë ſaint Jacques, près les Mathurins, à l'Image Notre-Dame.
ET
PISSOT, à la deſcente du Pont-Neuf, Quai de Conti, au coin de la ruë de Nevers, à la Croix d'Or. }

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.



A MONSIEUR
BIGNON,
ABBÉ DE SAINT-QUENTIN,

Conseiller d'Etat Ordinaire, Bibliothecaire du Roy, President de l'Academie Royale des Sciences.


ONSIEUR,

J'AY *l'honneur de vous presenter des Traitez, dont vous m'avez vous-même inspiré le goût & le dessein. Ce fut à l'occasion du jugement que vous prononçâtes il y a quelques mois en faveur d'un de mes Ouvrages, au nom de l'illustre Corps, dont vous êtes depuis long-tems le digne Chef & le plus ferme appui.*

Que ne me dîtes-vous pas, MONSIEUR, *quelques jours après, pour m'encourager à éclaircir mes sentimens, & à étendre mes premieres vûës sur les Sciences Physico-Mathematiques? Vous fîtes naître en moi cette hardiesse si necessaire dans la Physique, pour y faire des découvertes. Vous le fîtes,* MONSIEUR, *avec ce ton persuasif dont vous sçavez animer les Sciences, & les porter*

par des progrès rapides au point de leur perfection.

A votre voix je sentis se reveiller en moi toutes les idées qui m'avoient fortement occupé huit mois auparavant, lorsque je composois la Piece *qui a merité l'attention & les suffrages de Messieurs de l'Academie Royale des Sciences. Cette voix,* MONSIEUR, *me soutenant dans mon travail, mes éclaircissemens se sont multipliez : En moins de trois mois, il s'en est formé un Ouvrage indépendant de la* Piece *pour laquelle je les destinois : Et cet Ouvrage s'étant depuis grossi insensiblement, se trouve aujourd'hui partagé en plusieurs Traitez.*

Ce sont ces Traitez, MONSIEUR, *que j'ai l'honneur de mettre sous votre Protection, & que je me dispose à donner successivement au Public ; après avoir essayé, en suivant les vûës que vous m'avez inspirées, de les rendre à la portée de tous ceux qui ont les premieres teintures des Sciences. La permission que vous m'accordez de les faire paroître sous vos Auspices, doit former un préjugé en leur faveur ; Et un préjugé d'un si grand poids, est necessaire à un Auteur qui s'étant fait une loi de ne s'écarter jamais des idées claires, se trouve souvent forcé de contredire les préjugez qui naissent des sens & de l'imagination.*

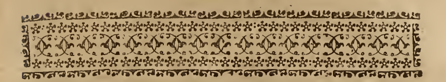
Quoiqu'il en soit du succès de mon travail par rapport au Public, il a déja sa récompense ; puisque vous en agréez ces premiers fruits, & qu'il me procure l'honneur de donner des marques publiques du très-profond respect avec lequel je suis,

MONSIEUR,

Votre très-humble & très-obéissant serviteur,

A Paris le 15. Decembre 1726.

MAZIERE, *Prêtre de l'Oratoire.*



PREFACE.



EN commençant le Memoire (*a*) que Messieurs de l'Academie Royale des Sciences ont honoré de leurs suffrages, je connoissois mal les petits Tourbillons de l'Ether; je m'imaginois même en voir le foible; & bien éloigné encore de les croire capables de produire tous les ressorts de l'Univers, je me disposois à les combattre.

Mais en examinant de près les effets naturels du choc, je fus agréablement surpris de trouver dans ces petits êtres plus de réalité & de force que je ne pensois; & m'étant d'abord reconcilié avec eux, je me fis ensuite un devoir de m'appliquer à les connoître à fonds.

Après quelques recherches inutiles, je crus enfin les appercevoir très-distinctement sous un nouveau jour, à la faveur d'un principe (*b*) très-simple qui vint s'offrir à moi. S'il me jetta dans l'er-

(a) *Ce Memoire est intitulé :* Les Loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait, déduites d'une explication probable de la cause physique du ressort. *Ce sont les propres termes du sujet du Prix proposé par l'Academie pour l'année* 1726.

(b) *C'est la Proposition* VI. *du Memoire* des Loix du choc, *ou de la Piece qui a remporté le Prix de l'Academie en* 1726. *Elle est conçuë en ces termes :* Les forces centrifuges de tous les Tourbillons grands & petits, sont en raison inverse de leurs diametres. *Art.* 29.

reur, j'y ſuis encore, & tout ſemble m'y confirmer. Il m'éclaira beaucoup, & me troubla encore davantage. Je l'avois cherché & attendu longtems ; il vint un peu tard ; je finiſſois mon ouvrage ; & le tems preſcrit pour le faire preſenter à l'Academie, alloit expirer. Quelles circonſtances pour un Auteur qui apperçoit un Principe très-étendu pour la premiere fois !

Bien-tôt ſa lumiere par ſon éclat même, me le rendit ſuſpect ; d'ailleurs il me paroiſſoit en quelque ſorte ſurabondant, puiſque ſans lui j'avois déja la cauſe phyſique du reſſort : Mais auſſi ſans lui, je ne la voyois qu'imparfaitement, comme au travers d'un nuage. Devois-je le negliger par cette ſeule raiſon, qu'il venoit m'effrayer par ſon étenduë & ſa nouveauté ?

Dans ces perplexitez, je ne voyois que l'un de ces deux partis à prendre, ou de faire uſage de mon Principe, ou de le ſupprimer, pour m'en tenir aux vûës plus bornées que j'avois deux jours auparavant, par rapport à la premiere Partie de mon Memoire. Car quant à la ſeconde, qui eſt la principale, je l'avois meditée plus à loiſir. J'avois inventé des Formules, & très-ſimples & très-generales. Elles me conduiſoient, & je ne pouvois m'égarer. Les Formules Algebriques *portent avec elles*, dit M. Saurin *, *une lumiere ſuffiſante, une lumiere propre ; & c'eſt d'ordinaire de leur ſein même, que ſort toute celle que peut recevoir le ſujet que l'on traite.*

* Dans les Memoires de l'Acad. 1723. p. 249.

En prenant le parti de ſupprimer la Propoſi-

tion VI. j'aurois eu le tems de faire un ouvrage plus orné ; mais il eut été plus ſuperficiel. Je pris le parti de préferer le ſolide à tous les ornemens ; & ce fut apparemment le meilleur.

Cependant la juſte défiance que j'ai de mes lumieres, & le reſpect infini que j'ai toujours eu pour celles de l'Academie, ne me permirent pas de laiſſer dépendre ſon jugement, d'une Propoſition que je n'avois pas eu le loiſir d'examiner par toutes ſes faces, & de démontrer auſſi clairement que je l'appercevois ; quoiqu'elle me parût être *Fondamentale*, non ſeulement pour le ſujet que je traitois, mais encore pour toute la Phyſique.

C'eſt pourquoi je crus devoir prendre la précaution de repreſenter à mes Juges dans un Avertiſſement * qui précede la Propoſition VI. qu'indépendamment de cette Propoſition, je prouvois celle de l'Article 30. d'où dépend principalement, & même (à ce que je crois) uniquement la ſolution de la queſtion propoſée.

* *V.* Art. 28. vers la fin.

Dans *une explication probable d'une cauſe phyſique*, lorſqu'on ne peut faire mieux, il doit être permis de hazarder quelque choſe. Je l'ai fait, & je n'ai pas lieu de m'en repentir. Aujourd'hui que j'ai tout le loiſir de refléchir ſur mes premieres idées, j'aurois quelque choſe à me reprocher, ſi je ne penſois à les mettre dans tout leur jour. Je m'y trouve inſenſiblement engagé par le deſir que je ſens croître en moi, de contribuer quelque choſe de ma part au progrès des Sciences Phyſico-Mathematiques.

C'eſt dans ces vûës que je me diſpoſe à donner ſucceſſivement au Public quelques petits Traitez, où j'expliquerai le plus clairement qu'il me ſera poſſible, de *nouveaux Principes de Phyſique*, qui ſont le fruit de pluſieurs reflexions que j'eus lieu de faire en méditant la cauſe phyſique du reſſort, & les Loix du choc. Car ce fut alors que j'apperçûs ces Principes, ou que je crus les appercevoir. Les bornes étroites d'un Memoire (ſans parler du peu de tems que j'eus pour le compoſer) m'euſſent-elles pû permettre d'y expoſer tous ces Principes dans leur jour ? Le Lecteur en jugera.

La ſeule Propoſition VI. fournira la matiere d'un Traité qui doit paroître inceſſamment : Et dans celui-ci, en examinant l'idée des petits Tourbillons de la matiere ſubtile, j'ai deſſein d'éclaircir les ſix autres Propoſitions de la premiere Partie de mon Memoire, & leurs conſequences.

Mais j'aurai beau developper l'idée des petits Tourbillons ; je m'attends bien que plus d'un Lecteur continuëra de les traiter de chimeres, parce qu'ils ne tombent pas ſous les ſens ; ou de les regarder par grace comme des êtres, mais des êtres ſans force, parce qu'ils ſont fort petits. Que ce Lecteur aprés s'en être formé des notions juſtes, eſſaye de les combattre ; s'il veut, à mon exemple, éprouver le plaiſir d'en être vaincu. Et peut-être que le moindre Tourbillon qui lui paroît maintenant ſi foible, lui paroîtroit alors avoir aſſez de force pour contrebalancer les plus grands qui ſoient dans l'Univers.

Je veux bien cependant, pour complaire à ce Lecteur, qui ne juge encore des choſes que ſur le rapport des ſens, eſſayer dans ce Traité de lui rendre, pour ainſi dire, palpables, par les effets naturels du choc, les petits Tourbillons que j'ai deſſein de faire appercevoir *à l'eſprit pur.*

Je dis *à l'eſprit pur*; car les effets naturels les plus ſenſibles, ont des cauſes qui doivent échapper à nos yeux armez des meilleurs Microſcopes. Nous voyons tourner les aîles d'un Moulin à vent; & nous ne verrons jamais les corpuſcules d'Air qui les font mouvoir. Nous voyons les Planetes faire leurs revolutions; & nous ne verrons jamais la matiere ètherée qui les emporte dans ſon cours très-rapide.

Par cette raiſon unique, que l'on ne voit pas un fluide, doit-on le rejetter, & lui ſubſtituer *des qualitez occultes, des vuides abſolus, des attractions, &c.* c'eſt-à-dire, donner pour cauſes phyſiques des termes vagues & obſcurs, qui ne reveillent l'idée diſtincte d'aucune des choſes qu'il ſoit permis aux yeux du corps, & à ceux de l'eſprit, d'appercevoir dans la Nature?

Nous tâcherons dans ce Traité de raiſonner toujours ſur des idées plus claires & plus conformes aux Principes d'une bonne Phyſique. Voici ceux de ces Principes que nous ſuppoſerons. *Les corps n'ont de force qu'autant qu'ils ont de mouvement. Le repos n'a pas de force. Dans l'ordre de la Nature, un corps eſt mû par un autre corps : par un corps qui le tou-*

che immediatement : par un corps qui a du mouvement ou de la force.

Ce Traité contient divers éclairciſſemens ſur la partie phyſique de la *Piece* qui a remporté le Prix ; & en eſt neanmoins indépendant. On peut, ou le lire tout de ſuite, ou conſulter cette *Piece* à meſure dans les endroits qui y ont rapport, & que j'ai ſoin de citer en marge. Au reſte ce Traité ne contient que des conjectures : La ſeule maniere de les refuter ſolidement, ſeroit d'en donner de meilleures.

TABLE DES CHAPITRES.

APPROBATION.

J'Ay lû par l'ordre de Monſeigneur le Garde des Sceaux, un Manuſcrit intitulé, *Traité des petits Tourbillons de la matiere ſubtile*, pour ſervir d'introduction à une nouvelle Phyſique, & d'éclairciſſement à la Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1726. par un Prêtre de l'Oratoire. Fait à Paris ce premier Mars 1727. MAHIEU.

Autre Approbation.

J'Ay lû le *Traité des Tourbillons*, compoſé par le R. P. MAZIERE, Prêtre de l'Oratoire ; & il m'a paru que cet Ouvrage contient pluſieurs Principes nouveaux & utiles pour les Sciences Phyſico-Mathematiques. A Paris ce trentiéme Aouſt mil ſept cens vingt-ſix. DE LAGNY.

Permiſſion du T. R. P. General de l'Oratoire.

J. † M.

NOus Pierre-François de la Tour, Prêtre-Superieur General de la Congregation de l'Oratoire de Jeſus-Chriſt Notre-Seigneur ; vû par nous le Privilege du Roy, & l'Approbation des Examinateurs, permettons à la Veuve Michel Garnier, d'imprimer le *Traité des Tourbillons*, compoſé par le P. Jean-Simon Maziere, Prêtre de notre Congregation ; conformément au Privilege à nous accordé par les Lettres Patentes du Roy en date du 26. Mars 1689. enregiſtrées au Grand Conſeil le 26. Avril de la même année ; par leſquelles il eſt défendu à tous Libraires & Imprimeurs ; d'imprimer & vendre aucuns Livres compoſez par ceux de notre Congregation, ſans notre Permiſſion expreſſe, ſous les peines portées par ledit Privilege. Donné à Paris le 7. Mars 1727.

P. F. DE LA TOUR.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la Grace de Dieu Roy de France & de Navarre ; A nos amez & feaux Conſeillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra ; SALUT : notre bien amé le P. MAZIERE, Prêtre de l'Oratoire, Nous ayant fait remontrer qu'il ſouhaiteroit faire imprimer & donner au Public divers *Traitez Mathematiques, & Phyſico-Mathematiques*, s'il Nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de privileges ſur ce neceſſaires ; offrant pour cet effet de le faire imprimer en bon papier & beaux caracteres, ſuivant la feüille imprimée & attachée pour modele, ſous le contre-ſcel des Preſentes : A CES CAUSES, voulant favorablement traiter ledit Expoſant, Nous lui avons permis & permettons par ces Preſentes, de faire imprimer ledit Livre ci-deſſus ſpecifié, en un ou pluſieurs Volumes, conjointement ou ſéparément, & autant de fois que bon

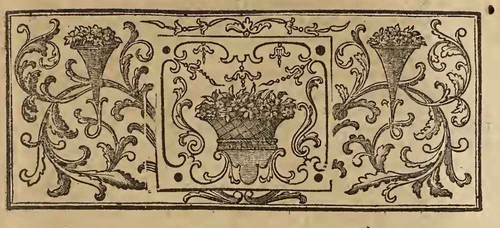
lui femblera, fur papier & caracteres conformes à ladite feüille imprimée & attachée pour modele fous notredit contre-fcel; & de le vendre, faire vendre, & débiter par tout notre Royaume pendant le tems de huit années confécutives, à compter du jour de la datte defdites Prefentes: Faifons défenfes à toutes fortes de perfonnes de quelque qualité & condition qu'elles foient, d'en introduire d'impreffion étrangere dans aucun lieu de notre obéïffance: comme auffi à tous Imprimeurs, Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Livre, en tout ou en partie, ni d'en faire aucuns Extraits, fous quelque prétexte que ce foit d'augmentation, correction, changement de titre ou autrement, fans la permiffion expreffe & par écrit dudit Expofant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confifcation des Exemplaires contrefaits, de quinze cens livres d'amende contre chacun des contrevenans; dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Expofant, & de tous dépens, dommages & interêts: A la charge que ces Prefentes feront enregiftrées tout au long fur le Regiftre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la datte d'icelles Que l'impreffion de ce Livre fera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, & que l'Impetrant fe conformera en tout aux Reglemens de la Librairie, & notamment à celui du dixiéme Avril mil fept cens vingt-cinq; & qu'avant que de l'expofer en vente, le Manufcrit ou Imprimé qui aura fervi de copie à l'impreffion dudit Livre, fera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée és mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le Sieur Fleuriau d'Armenonville, Commandeur de nos Ordres; & qu'il en fera enfuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le Sieur Fleuriau d'Armenonville, Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Prefentes: Du contenu defquelles vous mandons & enjoignons de faire joüir l'Expofant ou fes ayans caufes, pleinement & paifiblement, fans fouffrir qu'il leur foit fait aucun trouble ou empêchement; voulons que la copie defdites Prefentes qui fera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Livre, foit tenuë pour dûëment fignifiée; & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amez & féaux Confeillers & Sécretaires, foi foit ajoûtée comme à l'original: Commandons au premier nôtre Huiffier ou Sergent, de faire pour l'execution d'icelles tons actes requis & neceffaires, fans demander autre permiffion, nonobftant Clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel eft notre plaifir. Donné à Paris le fixiéme jour du mois de Mars, l'an de grace mil fept cent vingt-fept, & de nôtre Regne le douziéme.

Par le Roy en fon Confeil, NOBLET.

Régiftré fur le Régiftre VI. de la Chambre Royale & Syndicale de la Librairie & Imprimerie de Paris, Num. 623. Fol. 500. conformément au Reglement de 1723. qui fait défenfes Article IV. à toutes perfonnes de quelque qualité qu'elles foient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter, & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, foit qu'ils s'en difent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les Exemplaires prefcrits par l'Article 108. du même Reglement. A Paris le 18. Avril 1727.

Signé, BRUNET, *Syndic.*

TRAITE'



TRAITÉ

DES PETITS TOURBILLONS

DE LA MATIERE SUBTILE.

Où l'on fait voir par les seuls effets du choc, que l'Univers est rempli d'une matiere très-fluide, très-agitée, & composée d'une infinité de Tourbillons de figure spherique, qui produisent tous les ressorts de la Nature.



Ous ces effets infiniment variez que les hommes admirent dans la Nature, & qu'ils n'admirent pas assez, parce qu'ils sont sans cesse sous leurs yeux; sont si étroitement liez les uns avec les autres, que pour en expliquer un seul, il est necessaire d'en avoir plusieurs en vûë. Mais il n'est pas moins necessaire (& l'Academie a eu soin d'en * avertir) *de se renfermer dans les bornes de chaque question*, ou

* A la tête de la Piece qui a remporté le Prix en 1724.

de s'en prescrire à soi-même, lorsque les sujets que l'on entreprend de traiter, semblent n'en reconnoître aucunes.

Les effets naturels que j'avois en vûë en écrivant la premiere Partie du Memoire *des Loix du choc des corps à ressort*, & dont j'ai crû qu'il me seroit permis de faire l'énumeration dans une de mes Remarques * ; ne seroient pas étrangers à la question des *petits Tourbillons de la matiere subtile*, & serviroient beaucoup à la mettre dans un très-grand jour. Mais j'espere que dans la suite ces considerations fourniront separément la matiere de plusieurs de mes Traitez. Dans celui-ci, sans étendre les bornes que l'Academie m'avoit prescrites, pour la composition de l'ouvrage qu'elle a distingué des autres, je crois devoir m'arrêter encore à considerer les seuls effets naturels du choc.

* *V.* Loix du choc. Art. 26.

Cette seule consideration nous conduira sans peine à l'idée des Tourbillons ; & l'idée des Tourbillons, à la cause physique des ressorts. La matiere n'étoit pas épuisée dans le Memoire *des Loix du choc*, elle ne le sera pas dans ce Traité ; elle ne le sera jamais, parce que la Nature est inépuisable dans tous les sujets qu'elle offre à nos recherches. Voici donc tout le plan de ce Traité que je divise, pour un plus grand ordre, en six Chapitres.

I. *En considerant les seuls effets naturels du choc dans les corps élastiques, je fais voir que l'Univers est rempli d'une matiere infiniment ou indéfiniment fluide & agitée, que l'on nomme* matiere subtile.

C'est le sujet des trois premiers Chapitres.

II. *En considerant la matiere subtile dans les corps élastiques, je fais voir qu'elle est composée d'une infinité de petites spheres trés-fluides, qui produisent tous les ressorts de l'Univers, & que l'on nomme* petits Tourbillons.

C'est le sujet des trois derniers Chapitres.

Il faut imaginer en lisant ce Traité, que deux corps étant

ſuſpendus à un fil, viennent à ſe rencontrer directement avec des forces égales. Directement, *c'eſt-à-dire, que leurs centres de gravité ſe meuvent ſur une ligne droite, qui paſſe par les points où ils doivent commencer à ſe toucher.* Avec des forces égales, *c'eſt-à-dire, avec des vîteſſes égales, lorſque les maſſes ſont égales; & avec des vîteſſes qui ſoient en raiſon inverſe des maſſes, lorſque les maſſes ſont inégales. Pour une plus grande facilité, on peut ſuppoſer que les deux corps qui ſe choquent, ſont des ſpheres égales, & qu'ils ont toutes leurs parties* homogenes, *ou de même nature.*

CHAPITRE I.

De la matiere qui produit le reſſort.

I. *Les corps durs ne rejailliſſent pas, préciſement parce qu'ils ſont durs.* II. *Les corps ne rejailliroient pas, s'ils étoient inflexibles.* III. *Les corps ne rejailliroient pas, s'ils n'avoient du reſſort.* IV. *Le reſſort eſt produit par un corps mis en mouvement.* V. *Ce corps mis en mouvement eſt un fluide.* VI. *Ce fluide ſort des corps à reſſort au premier tems du choc, & y rentre au ſecond.* VII. *Ce fluide qui ſort & qui rentre, n'eſt pas de l'Air.* VIII. *C'eſt une matiere dont l'Air emprunte ſa fluidité & ſa force: c'eſt la* matiere ſubtile. *V.* Loix du choc. Art. 12. 13. 14. & 15.

I. *Les corps durs ne rejailliſſent pas, préciſement parce qu'ils ſont durs.*



Es corps les plus durs étant ordinairement ceux qui après le choc *rejailliſſent* (a) ou *retournent en arriere* avec le plus de force; on ſeroit aſſez porté à croire que les corps ne rejailliſſent, que parce qu'ils ſont durs.

Pour ſe déſabuſer, il ſuffit de faire attention qu'il y a

(a) *Après le P.* Malebranche, *je me ſers indifferemment de ces deux expreſſions dans le même ſens.*

dans la Nature des corps assez flexibles, tels que sont des ballons, qui rejàillissent avec autant de force, que la plûpart de ceux qui passent pour les plus durs : & que la Nature, qui suivant toujours des loix très-simples, employe souvent les mêmes causes, pour produire des effets differens ; n'employe jamais des causes differentes, pour produire des effets semblables.

Les corps ne rejaillissent donc pas, précisement parce qu'ils sont durs. Ce n'est pas assez dire. Faisons voir qu'ils ne rejailliroient pas, s'ils étoient parfaitement *durs* ou *inflexibles*.

II. *Les corps ne rejailliroient pas s'ils étoient inflexibles.*

LEs deux points du contact ne pourroient s'approcher ni s'éloigner des centres des spheres ; autrement elles seroient flexibles dans ces deux points, contre la supposition. Ainsi les points du contact, les centres, & tous les autres points des spheres, agiroient dans le même instant. Chaque sphere seroit donc poussée dans le même instant par deux forces égales, vers deux côtez directement opposez ; à droite par sa force primitive, & à gauche par la force primitive de l'autre sphere. Deux forces égales & directement contraires qui agissent dans le même instant, ne doivent-elles pas se détruire dans cet instant ? & peuvent-elles renaître dans l'instant qui suit, s'il ne survient quelque nouvelle cause ?

Or ici quelle nouvelle cause de mouvement peut survenir ? Les deux spheres sont dans un repos respectif, puisque leurs forces primitives sont détruites. Les parties de chaque sphere sont aussi dans un repos respectif, puisque les corps sont supposez inflexibles. * Le repos a-t-il jamais produit du mouvement ?

* V. la Recherche de la verité. Liv. 6. Ch. dernier.

III. *Les corps ne rejailliroient pas, s'ils n'avoient du ressort.*

IL faut distinguer deux tems très-courts dans la durée du choc des corps qui ont ce que l'on appelle *ressort*, ou *vertu élastique* ; sçavoir, *le tems de la compression*, & celui *de la restitution*.

Dans le premier tems, *les ressorts se bandent* ; c'est-à-dire, que les points du contact s'approchent du centre de chaque sphere. Dans le second, *les ressorts se débandent* ; c'est-à-dire, que les points du contact cessant d'être comprimez, s'éloignent du centre dont ils s'étoient approchez.

Ces deux actions contraires & successives sont sensibles dans les corps qui ne sont pas fort durs, par exemple, dans des ballons enflez d'Air ; elles sont imperceptibles dans les corps qui paroissent très-durs, comme sont l'Acier, le Fer, l'Aimant, le Verre, l'Yvoire, &c. mais elles n'en ont pas moins de réalité. L'esprit les apperçoit non-seulement par une analogie fondée sur des * experiences incontestables ; mais encore indépendamment de toute experience, dans l'idée claire de deux corps qui rejaillissent après s'être choquez.

* *V.* la percussion des corps de *M. Mariotte* Partie I. Prop. XIV.

En effet sans cette double action, dans laquelle consiste ce que l'on appelle *ressort*, comment concevoir que deux corps homogenes qui se sont choquez avec des forces égales, puissent retourner en arriere ?

Si le point du contact ne s'approchoit du centre de chaque sphere dans le premier tems du choc ; nous avons fait voir dans l'article précedent, que les deux spheres ne rejailliroient pas : & si le point du contact après s'être approché du centre de chaque sphere, ne s'en écartoit pas à la fin du choc ; les deux spheres qui étoient jointes à l'instant que la compression a cessé, demeureroient encore jointes dans l'instant suivant, comme des corps *moûs*.

Car alors d'où pourroit provenir la séparation des deux spheres, ou leur mouvement en arriere ? Seroit-ce des parties comprimées ? Si elles ne se rétablissent pas, elles demeurent en repos, & sont par consequent sans force. Seroit-ce des forces primitives ? Elles ne subsistent plus dans l'instant que les mouvemens en arriere vont commencer.

Il est donc évident que deux spheres homogenes qui

ſe ſont choquées avec des forces égales, ne rejailliroient pas; ſi le point du contact de chaque ſphere ne s'éloignoit du centre de cette ſphere dans le ſecond tems du choc, après s'en être approché dans le premier; en un mot ſi ces ſpheres n'avoient du reſſort, cette force inconnuë dont il s'agit *d'expliquer probablement la cauſe phyſique.*

IV. *Le reſſort eſt produit par un corps mis en mouvement.*

DIre que cette cauſe eſt une *qualité occulte*, ce n'eſt pas l'*expliquer.* Dire que c'eſt le *vuide abſolu*, ce n'eſt pas l'*expliquer probablement.* Dire que c'eſt *Dieu* même, ce n'eſt pas l'*expliquer phyſiquement.*

Si la Toute-puiſſance de *Dieu*, comme le diſent quelques Auteurs, étoit la ſeule cauſe phyſique des effets naturels, il ſuffiroit de dire, pour les expliquer tous en un mot, *Dieu les veut*, & alors la Phyſique ſeroit bien facile.

Expliquer un effet naturel, c'eſt expliquer les loix invariables ſuivant leſquelles, lorſque *Dieu veut* cet effet, il fait que des corps agiſſent ſur d'autres, afin qu'il ſoit produit. J'ai donc eu raiſon de dire dans *les Loix du choc**, que la cauſe phyſique du reſſort n'eſt pas *Dieu* même, ni aucune autre intelligence; que c'eſt un corps; mais un corps mis en mouvement, puiſque les corps n'ont de force qu'autant qu'ils ont de mouvement.

* Art. 14.

V. *Ce corps mis en mouvement eſt un fluide.*

CEs corps mis en mouvement qui produiſent le reſſort dans deux corps durs qui ſe choquent, ne ſont pas leurs parties ſolides; puiſque leurs parties ſolides ſont dans un repos mutuel dans l'inſtant que la reſtitution va commencer. Ce ſont donc leurs parties fluides.

On ne peut ſe diſpenſer de tirer cette conſequence, ſi l'on ne veut raiſonner que ſur des idées claires; car dans un corps élaſtique, l'eſprit n'aperçoit que ces deux choſes; des parties ſolides, & des parties fluides. Si quelqu'un croit y appercevoir de *petits liens*, je le renvoye au Livre *de la recherche de la verité* *; après lui avoir

* Liv. VI. de la Methode, Ch. IX.

fait remarquer, que ſi ces prétendus liens ſont parfaitement durs, ils ne peuvent produire de mouvement en arriere ; & que s'ils ſont flexibles, ils doivent être composez de parties ſolides & fluides : & qu'ainſi j'ai eu raiſon de dire dans *les Loix du choc* *, que les parties ſolides & les parties fluides d'un corps élaſtique, ſont les deux choſes & les ſeules choſes qui puiſſent produire le mouvement en arriere. Or les parties ſolides ne le produiſent pas. Ce ſont donc les parties de quelque fluide ; d'un fluide qui ſort des corps au premier tems du choc, & y rentre au ſecond.

* Art. 14.

VI.

Ce fluide ſort des corps à reſſort au premier tems du choc, & y rentre au ſecond.

POur le mieux concevoir, imaginons que l'on mette un ballon ſous un poid de cinquante livres ; ſes parties diametralement oppoſées, ſe raprocheront ſenſiblement ; ſa peau conſervera ſous une autre figure à peu près la même ſurface qu'elle avoit auparavant ; mais le volume du fluide ou des fluides qu'il contenoit, diminuëra beaucoup.

Ainſi lorſqu'un ballon eſt comprimé, il en ſort de la matiere fluide. Cela eſt ſenſible lorſque la compreſſion eſt conſiderable, & n'eſt pas moins certain, lorſqu'elle eſt très-foible. On en ſera convaincu ſi l'on fait attention qu'entre les figures *iſoperimetres*, la ſpherique eſt la plus grande.

Si l'on vient à retirer le poid qui preſſoit le ballon, le même fluide qui en étoit ſorti, y rentre auſſi-tôt après, & le ballon reprend en très-peu de tems ſa premiere figure.

Il en eſt à peu près de même de deux ballons qui ſe choquent, & par analogie, de tous les corps durs. Lorſque les parties voiſines des points du contact s'applatiſſent au premier tems du choc, il ſort de chaque corps de la matiere fluide ; & lorſque ces mêmes parties ſe rétabliſſent, la même quantité de matiere fluide qui étoit ſortie de ces corps, ou à peu près, y rentre ſucceſſivement. N'eſt-il pas évident que c'eſt ce

fluide (quel qu'il puiſſe être) qui par ſa ſortie & ſa rentrée, produit les reſſorts, ou au moins que ce fluide les facilite, & contribuë à leur production? Mais je vais m'expliquer plus clairement.

VII. *Ce fluide qui ſort & qui rentre, n'eſt pas de l'Air.*

J'Ai conſideré dans *les Loix du choc* *, les parties de l'Air comme de petites lames ſpirales, ou comme de petits floccons de laine; & maintenant, après des Auteurs celebres, je les conſidere comme des petits ballons; car qu'importe ici de quelle maniere on les conſidere?

* Art. 15.

Si délicates que puiſſent être les pellicules de ces petits ballons, ce ne ſont pas elles qui traverſent ſi facilement les pores de la peau du ballon (*a*). C'eſt ſans doute la matiere fluide qui les remplit & qui les inonde de toute part. Ainſi cette matiere plus fluide que l'Air, eſt au moins neceſſaire à la production du reſſort. Mais elle ne le produit pas par cette raiſon ſeule, qu'elle eſt plus fluide que l'Air. Ni l'Air, ni ce fluide plus parfait que l'Air, ne rentreroient pas dans un ballon, par cette raiſon ſeule, qu'ils ſont aſſez fluides pour y rentrer.

Car lorſque la reſtitution va commencer, la matiere fluide qui eſt dans le ballon, eſt plus comprimée que celle qui l'environne. Mais *les corps* les plus fluides, comme tous les autres, *ne doivent pas aller vers le côté où ils ſeroient plus preſſez.* Il eſt donc neceſſaire que la matiere qui produit le reſſort (celle qui reſte dans le ballon à la fin de la compreſſion) ait pour le produire une force (*b*) propre à cet effet; mais une force qu'elle n'emprunte d'aucun autre fluide. Car ſi elle l'empruntoit d'un autre fluide, ce ne ſeroit pas elle, mais cet autre fluide qui

(a) *L'Air n'entre pas dans un ballon, s'il n'y eſt contraint par une force exterieure: l'eau y entre plus facilement que l'Air.* Voyez ſur cette matiere les experiences de M. *de Reaumur*, dans les Memoires de l'Academie 1714. p. 55.

(b) *Il ne s'agit pas encore ici d'expliquer en quoi conſiſte cette force: Cet examen regarde les trois derniers Chapitres de ce Traité.*

ſeroit

seroit la cause physique de la force élastique.

Or dans le ballon que je considere ici, je ne vois que des pellicules & de la matiere subtile. La matiere subtile emprunte-t-elle son mouvement des pellicules ? N'est-ce pas elle au contraire qui leur communique le sien ? C'est donc elle qui est la cause physique du ressort d'un ballon, & à plus forte raison de tous les autres corps qui ont plus de consistance, & dont les ressorts sont plus parfaits.

VIII. *C'est une matiere dont l'Air emprunte sa fluidité & sa force ; c'est la* matiere subtile.

IL est donc au moins très-vraisemblable, que ce fluide qui produit le ressort des corps durs, par exemple, de deux boules de verre, qui en sort dans le premier tems du choc, & qui y rentre dans le second ; est le même que celui qui passe avec tant de facilité par les pores du *recipient de la machine Pneumatique*, lequel est aussi de verre ; qui entre sous le recipient lorsque l'Air en sort, & qui en sort lorsque l'Air y rentre : Que ce fluide est le même que celui qui par des espaces immenses transmet presque dans un moment l'action de la lumiere, depuis les Astres jusqu'à nous : Que *c'est cette matiere* * *que le commun des hommes regarde peut-être comme chimerique ; mais que la plus saine partie des Philosophes admet aujourd'hui, comme la source de tous les mouvemens, & par là de tous les changemens, & de toutes les varietez de la Nature ; en un mot comme le ressort de la machine du Monde.*

* C'est ainsi que s'exprime M. *de Mairan* dans sa Dissertation sur la Glace. P. 3. seconde édition.

Mais j'ai promis de laisser dans ce Traité toutes ces vrai-semblances, qui sont tirées de considerations étrangeres aux effets naturels du choc. Si je les ai employées dans les premieres propositions des *Loix du choc*, ce n'étoit que comme en passant, & pour faire entrer insensiblement les Lecteurs dans mes pensées.

Je veux ignorer ici tout ce que les Physiciens modernes ont écrit de la matiere subtile ou de l'Ether. *La matiere subtile est un fluide dont l'Air emprunte & sa fluidité & sa force* ; ou mieux encore, *c'est un fluide qui sort des corps élastiques dans le premier tems du choc, & qui y rentre*

dans le ſecond ; & qui par cette double action produit le bandement & le débandement des reſſorts. C'eſt l'idée ſous laquelle je me la repreſente, pour me renfermer dans les bornes que je me ſuis preſcrites.

Les effets de la force élaſtique qui nous ſont aſſez connus, nous conduiront beaucoup mieux que des conjectures hazardées, & des ſuppoſitions arbitraires, à une connoiſſance aſſez diſtincte de la matiere qui les produit, & de la mechanique très-délicate qu'elle employe pour les produire.

CHAPITRE II.

De la fluidité de la matiere ſubtile.

V. Loix du choc. Art. 17. 18. 19. 20. 21.

I. *Preuve de la très-grande fluidité de la matiere ſubtile, tirée des promptes vibrations des corps durs.* II. *Un reſſort infiniment prompt, ne pourroit être produit que par une matiere infiniment fluide.* III. *Les reſſorts qui ſont dans la Nature, ſont produits par un fluide que l'on peut ſuppoſer parfait.* IV. *La matiere ſubtile eſt homogene, & également fluide dans tous les corps, quoiqu'elle n'y produiſe pas des reſſorts également prompts.* V. *Elle ne doit laiſſer aucun vuide dans l'Univers, ni faire aucune réſiſtance.* VI. *Elle eſt compoſée de corpuſcules indéfiniment petits, & diviſibles à l'infini.*

I. *Preuve de la très-grande fluidité de la matiere ſubtile, tirée des promptes vibrations des corps durs.*

CEs vibrations réïterées que j'ai fait conſiderer * dans un bloc de marbre, lorſqu'on vient à le frapper, pourroient ſuffire pour donner au Lecteur qui veut refléchir, une idée aſſez juſte de la fluidité de la matiere qui produit le reſſort. Mais pour nous repreſenter ici les vibrations des corps durs d'une maniere plus ſenſible, imaginons les dans quelque corps élaſtique qui ſoit ſonore, par exemple, dans une Cloche.

* *V.* Loix du choc. Art. 17.

Un ſeul coup de Cloche ſe fait entendre dans toute l'étenduë d'une grande Ville, & au delà. Lorſque je l'entends, mes oreilles ſont frappées ; & elles ne peuvent être frappées que par les petits corps qui les touchent immédiatement. C'eſt-à-dire, que la maſſe de l'Air, à l'occaſion d'un ſeul coup de Cloche, eſt agitée dans une ſphere qui pouroit comprendre toute une grande Ville. Cette agitation de l'Air eſt l'effet des *frémiſſemens* imperceptibles, ou des *vibrations* très-promptes de toutes les parties de la Cloche. Enfin chaque vibration eſt l'effet de l'action très-prompte de la matiere qui produit le reſſort.

Lorſque la Cloche eſt choquée par ſon battant, il en ſort de la matiere ſubtile ; & il n'en ſort à chaque demi-vibration, qu'une quantité inſenſible. Cette petite quantité de matiere ſubtile qui ſort ſucceſſivement, eſt la ſomme d'un nombre indéfini de corpuſcules, qui dans chaque inſtant ſortent de chaque pore de la Cloche. Pluſieurs millions de millions de ces corpuſcules réünis tous enſemble, égaleroient-ils un ſeul petit grain de ſable ? égaleroïent-ils un de ces petits animaux (*a*) que nos yeux armez des meilleurs Microſcopes, apperçoivent dans des liqueurs préparées ?

Dès que le battant ceſſe de toucher la Cloche, les corpuſcules qui étoient ſortis de chaque pore, commencent à y rentrer ; & y rentrent tous, ou preſque tous ſucceſſivement dans un tems très-court. Cette premiere vibration cauſée par la ſortie & la rentrée des corpuſcules

(a) *Ces petits animaux ne ſont pas des corpuſcules durs. Ils ont des membres très-fléxibles, des pieds, des yeux, des membranes tranſparentes qui laiſſent ſouvent voir des inteſtins, & quelquefois même un cœur qui par de fréquentes* vibrations, *entretient les* mouvemens *de ces petites machines vivantes. Ces* vibrations *& ces* mouvemens *ne ſuppoſent-ils pas dans ces animaux comme dans les hommes, des arteres, une liqueur qui coule dans ces arteres, &c. Cette liqueur qui eſt de la ſubſtance de l'animal, n'emprunte-t-elle pas ſa fluidité de la matiere ſubtile ? Que de reflexions je laiſſe ici à faire au Lecteur, pour ne pas perdre de vûë mon ſujet !*

de la matiere ſubtile, eſt (comme je l'ai expliqué dans la Piece) ſuivie d'une ſeconde vibration, d'une troiſiéme, & ainſi de ſuite à l'indéfini.

A chaque vibration les corpuſcules ſortent & rentrent. Mais avec quelle facilité! Avec quelle promptitude! Toutes ces vibrations ſans nombre, ne ſont occaſionnées que par un ſeul coup du battant de la Cloche; & l'on diroit que toutes enſemble commencent & finiſſent en même tems.

L'eſprit humain oſera-t-il donner des bornes à la fluidité d'une matiere qui produit tous ces effets? Et ne me ſera-t-il pas permis de ſuppoſer dans un Traité Phyſique, que cette fluidité tient de l'infini, ou qu'elle eſt parfaite? Ce n'eſt pas une ſuppoſition arbitraire. Je demande qu'elle me ſoit accordée.

II. *Qu'un reſſort infiniment prompt ne pourroit être produit que par une matiere infiniment fluide.*

MAis d'ailleurs pouvois-je réſoudre la Queſtion propoſée par l'Academie, ſans être forcé de faire cette ſuppoſition. L'Academie demande, qu'elle eſt *la cauſe phyſique des reſſorts parfaits?* Elle les ſuppoſe tels; & elle a ſoin d'inſinuer, que * *l'on ne doit pas s'embarraſſer s'ils exiſtent.* Ne devois-je pas répondre, comme je l'ai fait, que la cauſe d'un reſſort parfait, ſeroit un fluide parfait; ou bien pour ôter toute ambiguité, que la fluidité parfaite ſeroit une des proprietez de la matiere qui produiroit des reſſorts parfaits?

* Dans l'Avertiſſement de la *Piece* qui a remporté le Prix en 1724.

On pourra ſe convaincre que cette réponſe eſt celle que je devois faire à la queſtion propoſée; ſi l'on fait attention que la perfection des reſſorts conſiſte non-ſeulement dans leurs forces, mais encore dans leur promptitude. Les *reſſorts ſont parfaits en force*, lorſqu'ils ſe débandent avec des forces égales à celles qui les ont bandez; & ils ne ſont *parfaits en promptitude*, que lorſqu'ils ſe bandent en un ſeul inſtant, & qu'ils ſe débandent dans un autre. Il eſt impoſſible qu'ils puiſſent ſe bander & ſe débander dans le même inſtant; parce qu'il eſt impoſſible que dans le même inſtant les parties des

deux corps où se fait le choc, se meuvent dans deux sens contraires. Mais ces ressorts ne seroient pas parfaits en promptitude, s'il leur falloit seulement deux instans pour se débander ; parce que l'on pourroit concevoir d'autres corps dont le choc ne dureroit en tout que deux instans. Ces ressorts n'auroient donc pas la plus grande perfection qu'il seroit possible de concevoir. Il est donc évident que le choc de deux corps à ressorts parfaits en force & en promptitude, ne doit durer en tout que deux instans. Donc la matiere subtile doit en sortir & y rentrer en deux instans. Donc elle doit y couler pendant le choc avec une promptitude infinie. Donc elle est infiniment fluide ; puisqu'une matiere infiniment fluide ne pourroit pas couler avec plus de promptitude. Donc pour résoudre la question proposée, il falloit répondre sans balancer, comme je l'ai fait, que la matiere qui causeroit les ressorts parfaits, seroit infiniment fluide.

III.
Les ressorts qui sont dans la Nature, sont produits par un fluide que l'on peut supposer parfait.

FAisons maintenant une attention plus particuliere à l'état de la question que nous examinons, & aux vûës generales de l'Academie dans les questions qu'elle propose. Ses vûës generales * regardent l'Astronomie-Physique ; & dans notre question même, elle demande l'explication d'une cause physique. Elle souhaite donc que sans negliger les idées Metaphysiques, on s'attache principalement à considerer la nature telle qu'elle est en effet.

* *V.* L'annonce des Prix de l'Academie.

Je conviens qu'il n'y a dans la Nature aucun ressort infiniment prompt, en prenant ce mot *infiniment* dans toute la rigueur Mathematique ; & même il ne me paroît pas difficile de le prouver. Aussi ce n'est pas dans ce sens que je dis ici, & que j'ai dit ailleurs *, que la matiere subtile est infiniment fluide, ou qu'elle est un fluide parfait. Mais je dis que sa fluidité approche indéfiniment de la perfection ; & qu'en consequence pour pouvoir raisonner avec quelque justesse sur les effets na-

* *V.* Loix du choc. Art. 17.

turels, & pour en découvrir les causes, il doit être permis à un Physicien de la supposer infiniment fluide. Je dis qu'elle est indéfiniment plus fluide que l'Air & que toutes les autres matieres fluides qui nous sont connuës: Je le dis, & je crois l'avoir suffisamment prouvé; les reflexions que les Lecteurs auront faites sans doute, en lisant l'Article premier de ce Chapitre, suffiront pour les convaincre de cette verité.

Nous pouvons donc supposer que le rapport de la fluidité de l'Eau, par exemple, à celle de l'Ether, est si petit, qu'il doit être permis de le regarder comme nul, parce qu'il est insensible; quoiqu'il soit réel, & aussi réel que le rapport d'un grain de sable à la Terre. Dieu le connoît, parce qu'il connoît le rapport exact de toutes les grandeurs & de toutes les perfections des êtres qu'il a créez, & qu'il conserve par sa Toute-puissance, & par les loix immuables de sa Sagesse infinie. Le rapport de la fluidité de l'Eau à celle de l'Ether, pourroit être exprimé par une fraction dont le numerateur seroit l'unité, ou un nombre quelconque, & le dénominateur un très-grand nombre, qui seroit, par exemple, de cent chifres écrits tout de suite, ou de mille chifres, de dix mille chifres, &c. Dieu, sans aucun doute, connoît le nombre que ces chifres expriment; l'esprit humain qui est très-borné, ne le connoît pas, & il tenteroit envain de le vouloir connoître; il doit le regarder comme infiniment grand, quoiqu'il soit fini en lui-même: Que dis-je? quoiqu'il soit infiniment petit par rapport au nombre infini des connoissances de Dieu, & des siecles de son éternelle durée.

IV. *La matiere subtile est homogene & également fluide dans tous les corps, quoiqu'elle n'y*

MAis, dira-t-on, si la matiere subtile est infiniment fluide, comme je le prétends; celle qui est renfermée dans un ballon, sera aussi fluide que celle qui est renfermée dans une boule solide de verre. Pourquoi donc celle-ci produit-elle un ressort plus prompt que celle-là? Je réponds, que c'est principalement parce que dans

un ballon la double action de la matiere ſubtile (je veux dire, ſa ſortie & ſa rentrée dans les deux tems du choc) eſt néceſſairement retardée de quelques inſtans par divers mouvemens que le choc cauſe entre les corpuſcules d'Air qui ſont renfermez dans le ballon, & qui par leur fluidité changent ſenſiblement de ſituations reſpectives. Au lieu que la double action de la matiere ſubtile, n'eſt pas ſenſiblement retardée dans une boule de verre, par le mouvement de ſes parties propres; puiſqu'elles ne ſe ſeparent pas les unes des autres, & que leurs ſituations reſpectives demeurent ſenſiblement les mêmes.

produiſe pas des reſſorts également prompts.

En general, & toutes choſes étant d'ailleurs égales, les corps ont des reſſorts plus ou moins prompts, à proportion qu'ils ont plus ou moins de conſiſtance. Cependant la matiere qui les produit tous, eſt homogene & infiniment fluide, puiſqu'elle communique à une matiere ſubtile, homogene & infiniment fluide.

Si je vois une éponge plongée dans de l'eau, j'ai tout lieu de penſer que l'eau qui remplit les vuides de cette éponge, & celle qui l'environne, ſont deux matieres homogenes; parce que celle-là communique à celle-ci; qu'elle en ſort ſi je preſſe l'éponge entre mes mains; & qu'elle y rentre dès que je ceſſe de la preſſer. De même lorſque je preſſe un ballon entre mes mains, il en ſort de la matiere ſubtile, & il y en rentre lorſque je ceſſe de le preſſer. N'ai-je pas tout lieu de conclure que la matiere ſubtile qui eſt dans le ballon, & celle qui l'environne, ſont homogenes?

Maintenant ſi je mets une boule ſolide de verre, à la place qu'occupoit le ballon, la matiere ſubtile qui eſt dans cette boule, ne communiquera-t-elle pas de la même maniere à la matiere ſubtile du dehors? & ne dois-je pas encore conclure que la matiere ſubtile de la boule de verre, eſt de même nature que celle qui l'environne; qu'elle eſt par conſequent de même nature que celle qui eſt dans le ballon & dans tous les autres corps; en un

mot, que toute la matiere ſubtile, qui remplit les eſpaces vuides de corps groſſiers, eſt homogene ? Donc elle eſt également fluide dans tous les corps. Je ne dis pas qu'elle y coule également, mais qu'elle y peut couler également. Donc ſi on m'accorde qu'il y ait dans l'Univers un ſeul corps où elle ſoit indéfiniment fluide (& peut-on raiſonnablement me le conteſter ?) j'en conclurai ſans aucune peine, que cette matiere eſt indéfiniment fluide dans tous les corps ; & qu'en conſequence il doit être permis de la ſuppoſer infiniment fluide.

V.
Elle ne doit laiſſer aucun vuide dans l'Univers, ni faire aucune reſiſtance.

C'Eſt-à-dire, en termes équivalens, que la matiere ſubtile a la facilité de couler dans tous les corps avec toute la promptitude qui eſt néceſſaire, afin que dans les changemens qui leurs ſurviennent, elle puiſſe n'y laiſſer aucun vuide, & en remplir exactement les moindres pores. C'eſt-à-dire, qu'allant toujours vers où elle eſt pouſſée, & à proportion qu'elle eſt plus pouſſée, elle doit ceder ſans aucune réſiſtance, aux impreſſions des autres corps. Je dis ſans aucune réſiſtance, & dans la rigueur je devrois dire, avec une réſiſtance indéfiniment petite, & que l'on peut en conſequence conſiderer comme infiniment petite, ou comme nulle, par rapport aux réſiſtances des autres fluides.

L'Air du dehors entre dans une chambre, & en ſort par la fenêtre, lorſqu'elle eſt ouverte, ou qu'elle n'eſt fermée que d'un treillis de fil d'archal. Mais l'Air n'eſt pas aſſez fluide pour paſſer au travers des vîtres de cette fenêtre. La matiere ſubtile traverſe ſans aucune peine, & les vîtres & les murailles de la chambre ; elle y paſſe avec plus de facilité, que l'Air ne paſſe par l'ouverture de la fenêtre.

VI.
Elle eſt compoſée de corpuſcules indéfiniment petits & diviſibles à l'infini.

IL s'enſuit que les corpuſcules de la matiere ſubtile doivent être indéfiniment petits ; qu'ils ne peuvent avoir de dureté que par la compreſſion de ceux qui les environnent, & qu'ils peuvent encore, ſuivant les differens

beſoins,

besoins, être divisez & sub-divisez avec une très-grande facilité en d'autres corpuscules plus petits, & cela à l'infini.

Je suppose ici, & dans *les Loix du choc* *, que la matiere est divisible à l'infini. Et comment ne le supposerois-je pas ? c'est une verité sur laquelle les Philosophes les plus illustres, tant anciens que modernes, se trouvent réünis, & qui ne dépend en effet que des premieres notions des corps naturels. C'est le premier pas qu'il faut faire en Physique. Je n'entreprendrai point de le faciliter à ceux qui ne l'ont pas encore franchi ; & je declare que je n'écris pas pour ces personnes qui s'arrêtant à chicanner sur les choses les plus claires & les plus incontestables, s'obstinent contre l'évidence même à vouloir admettre dans la nature des atômes ou des points enflez ; en un mot qui ne voudroient pas reconnoître, ou au moins supposer avec moi, la divisibilité de la matiere à l'infini.

* Art. 26.



CHAPITRE III.

De la force de la matiere ſubtile.

V. Loix du choc. Art. 16. & 24.

I. *Il y a dans l'Univers des reſſorts que l'on peut ſuppoſer parfaits.* II. *La matiere ſubtile a aſſez de force pour rendre tous les reſſorts parfaits.* III. *Cette force de la matiere ſubtile eſt dans les corps, même lorſqu'ils ſont en repos.* IV. *Cette force de la matiere ſubtile eſt dans les corps durs, quoiqu'ils ſoient fragiles.* V. *La matiere ſubtile qui eſt renfermée dans une boule à reſſort, a une force indéfinie, ou comme infinie.* VI. *La matiere ſubtile qui remplit l'Univers, eſt très-comprimée & très-agitée dans toutes ſes parties.* VII. *La force & la fluidité de la matiere ſubtile, ne peuvent ſubſiſter l'une ſans l'autre.* VIII. *Exemple ſenſible qui confirme & éclaircit tout ce qui précede.* IX. *On ne ſent pas la force de la matiere ſubtile, parce que toutes ſes parties ſe contrebalancent.*

I. *Il y a dans l'Univers des reſſorts que l'on peut ſuppoſer parfaits.*

L'ACADEMIE dans la queſtion qui fait le ſujet de la premiere Partie *des Loix du choc*, & que je continuë d'examiner dans ce Traité, demande la cauſe phyſique des reſſorts parfaits. Or comment réſoudre une queſtion, ſi l'on ne ſuppoſe comme réels & exiſtans dans la Nature, des effets dont on demande la cauſe phyſique ?

Nous pouvons donc ſuppoſer qu'il y a dans l'Univers des corps dont les reſſorts ſe débandent avec toute la force avec laquelle ils ont été bandez ; ou des corps qui reprennent exactement au ſecond tems du choc la même figure qu'ils avoient avant le choc ; ou enfin des corps qui s'étant choquez avec des forces égales, rejailliſſent avec des forces égales à leurs forces primitives ; en un mot des *reſſorts parfaits* en force.

Cette ſuppoſition que nous donne l'Academie, n'eſt pas arbitraire ; puiſque nous obſervons dans la nature des reſſorts qui ne ſont pas fort éloignez de la perfection ; & que d'ailleurs nous ſçavons qu'il y a, ſoit au-dedans des corps, ſoit au dehors, diverſes *imperfections*, ou pour parler plus clairement, divers *obſtacles* qui doivent naturellement diminuer l'effet de l'action de la matiere ſubtile.

Par exemple, deux boules de Marbre perdent environ la douziéme partie de leurs forces primitives ; c'eſt-à-dire, que s'étant choquées avec des forces égales de douze degrez, elles rejailliſſent avec onze degrez de force. Deux boules d'Yvoire perdent environ la quatorziéme partie de leurs forces primitives. Deux boules ſolides de Verre n'en perdent qu'environ la ſeiziéme partie. A-t-on éprouvé la force élaſtique de tous les corps ? & n'a-t-on pas lieu de conjecturer qu'il y en a dans l'Univers, qui approchent encore indéfiniment plus de la perfection ?

Mais ſans hazarder aucune conjecture, ne nous ſuffit-il pas de remarquer, ſoit au-dedans des corps, ſoit au-dehors, diverſes cauſes de la diminution de leurs forces ? Comptons parmi les obſtacles * interieurs, la fragilité des corps phyſiques, le mêlange des parties heterogenes qui entrent dans la compoſition de leurs maſſes, le mêlange des fluides groſſiers qui s'inſinuent dans leurs pores avec la matiere ſubtile. Comptons parmi les obſtacles exterieurs, la réſiſtance que l'Air fait au mouvement des corps, la matiere glutineuſe qui couvre leurs ſurfaces, l'imperfection des machines dont on ſe ſert pour les faire choquer, la difficulté que l'on trouve à les faire choquer directement, le poids & l'agitation des fils de ſuſpenſion, enfin les moindres frottemens, ſoit des corps, ſoit des fils. Faiſons reflexion que tous ces obſtacles, ſoit interieurs, ſoit exterieurs, & autres qu'il eſt facile d'imaginer, concourent pour diminuer les forces en arriere, & les faire paroître moindres

* V. le Chapitre VI. de ce Traité.

qu'elles ſont en effet. Ne ſont-ils donc pas capables tous enſemble, de conſumer la ſeiziéme partie du mouvement primitif de deux boules de verre? Qu'il me ſoit permis de le ſuppoſer ici, comme je l'ai fait dans le Memoire * *des Loix du choc.*

* Art. 11.

II. *La matiere ſubtile a aſſez de force pour rendre tous les reſſorts parfaits.*

MAintenant pour nous former une idée juſte de la force de la matiere qui produit les reſſorts; on voit aſſez qu'il faut faire abſtraction de toutes les cauſes qui ſont capables de les affoiblir. Ainſi les forces que les reſſorts en ſe débandant, communiquent aux deux boules de Verre que nous conſiderons, & que nous ſuppoſons toûjours ſe choquer avec des forces égales, ſont préciſement égales à leurs forces primitives. Car les forces primitives ſont entierement détruites, lorſque les reſſorts ſont entierement bandez. Donc toutes les forces que les boules ont après le choc, renaiſſent par la force ſeule des reſſorts, ou du fluide qui produit les reſſorts, c'eſt-à-dire, par l'action ſeule de la matiere ſubtile. Donc la matiere ſubtile fait renaître par ſon action toute ſeule des forces égales aux forces primitives de ces deux boules. Une ſeiziéme partie de cette action, ou à peu-près, eſt employée à vaincre les obſtacles dont nous avons parlé dans l'article precedent, & le reſte à mouvoir les corps en arriere.

En rejettant donc ſur les cauſes qui ſont étrangeres à la matiere qui produit les reſſorts, tout ce qu'ils ont d'imperfection; il eſt clair qu'elle doit avoir une force capable de les rendre parfaits, ou de faire renaître en eux des forces égales à leurs forces primitives.

III. *Cette force de la matiere ſubtile eſt dans les corps durs, lors même qu'ils ſont en repos.*

ON dira peut-être que cette force de la matiere ſubtile dépend des forces primitives. Mais le dira-t-on avec quelque air de vrai-ſemblance?

La matiere ſubtile eſt pouſſée par les forces primitives du point d'attouchement de chaque boule vers ſon centre de gravité, & par ſa fluidité naturelle elle ſuit cette direction. Enſuite pour relever les reſſorts, elle agit du centre

de gravité vers le point d'attouchement. Deux forces qui agissent dans des sens contraires, dépendent-elles l'une de l'autre, comme un effet doit dépendre de sa cause ?

N'en doutons pas, cette force est indépendante des forces primitives. Il est vrai qu'elle se *déploye*, pour ainsi dire, à l'occasion du choc ; plus ou moins, à proportion qu'il est plus ou moins grand. Mais elle ne vient pas du choc, puisqu'elle agit dans un sens tout opposé à l'impression qu'elle a reçûë à son occasion. Elle est donc dans les boules indépendamment du choc. Elle y étoit avant le choc, dans le temps même qu'elles étoient en repos.

Si l'on demande ici en quoi consiste cette force, on sort de la question de ce Chapitre, pour prévenir celles des suivans. Il nous suffit ici d'avoir prouvé que la matiere subtile a une force, qui feroit capable de faire rejaillir des boules de verre (*si elles ne se brisoient pas*) avec des forces égales, ou presque égales, & toûjours proportionnées à leurs forces primitives.

IV. *Cette force de la matiere subtile est dans les corps durs, quoiqu'ils soient fragiles.*

MAis, dira-t-on, ces boules de verre *se briseront*, si on vient à augmenter leurs forces primitives jusqu'à un certain point : Et alors leurs parties separées les unes des autres, rejailliront avec des forces qui seront beaucoup moindres que leurs forces primitives.

Je réponds que la fragilité des corps est un des obstacles dont je fais & dont je dois faire ici abstraction ; & que d'ailleurs elle ne fait que confirmer la très-grande force de la matiere subtile. Car si les parties d'un corps très-dur se séparent les unes des autres à l'occasion de quelque choc violent ; ce n'est pas que la matiere subtile n'ait assez de force pour les conserver dans l'union ; mais au contraire, c'est qu'elle a une très-grande force pour les séparer, lorsque les regles de l'équilibre le demandent.

Une même quantité de matiere subtile peut être appliquée, ou successivement, ou en même tems, à des actions differentes. Les effets varient à l'infini, & la force

eſt toûjours la même, ou pour mieux dire, elle tend toûjours à être la même.

On a tout lieu de penſer, que c'eſt la matiere ſubtile qui rend les corps durs, fragiles, tranſparens, liquides, élaſtiques ; & qu'elle contribuë principalement à les diſtinguer les uns des autres,par les differentes proprietez qu'elle leur communique. Mais on a tort d'oppoſer ces proprietez les unes aux autres. La fragilité & l'élaſticité du verre naiſſent apparemment de la même cauſe. La force que la matiere ſubtile employe à ſéparer & à écarter les parties de deux corps lorſqu'ils ſe briſent, eſt égale à celle qu'elle employeroit à faire rejaillir les deux mêmes corps, s'ils ne ſe briſoient pas, & à vaincre tous les obſtacles dont nous avons parlé dans l'Article I.

Ainſi afin de juger de la force que doit avoir la matiere ſubtile pour relever les reſſorts, il faut conſiderer les corps dans un choc où ils ne ſe briſent pas. Si dans ce choc ils rejailliſſent avec des forces égales aux forces primitives ; c'eſt uniquement de la matiere ſubtile que leur vient cette force. S'ils ſe choquent une ſeconde fois avec des forces cent fois plus petites que dans le premier choc ; la matiere ſubtile les fera rejaillir avec des forces cent fois plus petites que dans le premier choc. Si dans un troiſiéme choc ils ſe rencontrent avec des forces cent fois plus grandes que dans le premier ; la force que la matiere ſubtile employera, ſoit pour les faire rejaillir, ſoit pour les briſer, ſera cent fois plus grande que dans le premier choc. Ainſi de quelque maniere que l'on conſidere les choſes, l'action ou la réaction de la matiere ſubtile, ſera toûjours égale aux forces primitives.

V.
La matiere ſubtile qui eſt renfermée dans une boule à reſſort, a une force indéfinie, ou comme infinie.

C'Eſt pourquoi ſi l'on ſuppoſe que les forces primitives de deux corps durs, augmentent à l'infini ; la force que la matiere ſubtile employera, ſoit pour relever leurs reſſorts, ſoit pour ſéparer leurs parties, deviendra indéfiniment grande. Or nous avons fait voir que la matiere ſub-

tile avoit cette force avant le choc & indépendamment du choc *. Donc une quantité finie de matiere ſubtile, telle que peut être celle qui eſt renfermée dans une boule de Verre; a reçû & conſerve par l'impreſſion toute-puiſſante de l'Auteur de la Nature, une force aſſez grande pour égaler des forces que l'on peut ſuppoſer augmenter à l'infini.

* Art. III.

VI.
La matiere ſubtile qui remplit l'Univers, eſt très-comprimée & très-agitée dans toutes ſes parties.

SI l'on me permet donc de ſuppoſer qu'il y ait dans l'Univers un ſeul corps parfaitement élaſtique, je vais faire voir par un enchaînement de principes, que l'Univers eſt rempli d'une matiere infiniment comprimée & agitée dans toutes ſes parties. En remettant enſuite toutes choſes dans l'état phyſique, on concluëra de ſoi-même, que la force de la matiere ſubtile eſt indéfiniment grande.

En effet la matiere ſubtile qui eſt renfermée dans un corps que l'on ſuppoſe parfaitement élaſtique, telle que pourroit être une boule ſolide de verre, a une force capable de contrebalancer les plus grandes forces qui ſoient dans la Nature. Elle a donc une force que l'on peut ſuppoſer infinie. Or une matiere qui a en même tems & une force infinie, & une fluidité parfaite, s'échaperoit infailliblement au de là de ſes bornes (je veux dire au-de-là des bornes de la boule qui la contient) ſi elle n'y étoit contenuë par une force infinie; car une force finie ne contiendroit jamais dans ſes bornes une matiere d'une force infinie.

Il eſt donc neceſſaire que la couche de matiere ſubtile qui enveloppe immédiatement la ſurface de la boule que nous conſiderons, la comprime avec une force infinie. Il eſt donc néceſſaire, par les mêmes raiſons, que cette premiere couche ſoit infiniment comprimée par la ſeconde qui ſuit, la ſeconde par la troiſiéme, & ainſi de ſuite à l'infini. Il eſt donc néceſſaire enfin que toutes les couches de la matiere ſubtile qui envelopent cette boule (dont nous pouvons conſiderer ici le centre comme ce-

lui de l'Univers) ſoient infiniment comprimées : Que par conſequent toute la matiere ſubtile qui remplit l'Univers ſoit comprimée dans toutes ſes parties par une force infinie : Que par conſequent elle ait dans toutes ſes parties une force qui réponde à celle qui la comprime ; qui réponde en quelque ſorte à la Toute-puiſſance de celui qui la comprime en la maniere & ſuivant les directions qu'il lui plaît.

VII. *La force & la fluidité de la matiere ſubtile, ne peuvent ſubſiſter l'une ſans l'autre.*

BIen loin que la fluidité & la force de la matiere ſubtile ſoient oppoſées entr'elles, il eſt facile de faire voir qu'elles dépendent l'une de l'autre, & qu'elles ne peuvent ſubſiſter l'une ſans l'autre.

I. Les corps créez n'étant pas infiniment durs, n'auroient pû ſe choquer à chaque inſtant avec de très-grandes forces, ſans ſe diviſer peu à peu en d'autres plus petits, & ceux-ci en d'autres encore plus petits, & par conſequent ſans former peu à peu une matiere indéfiniment fluide. Ainſi une matiere fluide indéfiniment agitée, eſt indéfiniment fluide. Car ſi elle n'eſt pas indéfiniment fluide dans le tems de ſa création, elle le deviendra dans la ſuite, en continuant d'être agitée avec la même force.

II. Les corpuſcules d'une matiere fluide qui ne ſeroient pas agitez avec une très-grande force, ne tarderoient pas de s'unir les uns avec les autres, & de former de petits amas, qui venant à ſe groſſir, ſe réuniroient avec le tems dans un ſeul corps ſolide. Plus ces corpuſcules ſeront petits, & plus, toutes choſes égales, ils ſe réuniront facilement en un ſeul corps, ſi le mouvement qui les agite vient à ceſſer. Un exemple fera mieux entendre ma penſée, & fournira en même tems une nouvelle preuve de la très-grande force de la matiere ſubtile.

VIII. *Exemple ſenſible qui confirme & éclaircit tout ce qui précede.*

DAns ce Traité j'ai ſouvent pris pour exemple deux boules ſolides de Verre, comme je l'avois fait dans le Memoire *des Loix du choc* ; parce que cet exemple m'a

paru

paru plus propre qu'aucun autre, à developer mes pensées, & à donner lieu au Lecteur de reflechir sur mes principes. C'est dans ces mêmes vûës que je choisis encore ici le Verre pour exemple, en le considerant dans sa formation.

On sçait que le Verre se fait assez ordinairement avec des cailloux blancs & reluisans. Si l'on brise un de ces cailloux à grands coups de marteau, ou même avec le secours des machines les plus commodes, que les hommes ayent pû inventer, pour pulveriser les corps durs ; tout ce que l'on pourra faire, quelque tems que l'on y employe, sera de changer ce caillou en un tas de fine poussiere, ou en un monceau de sable. Les grains de ce sable, quoiqu'à peine sensibles, laissent de larges passages, non-seulement à l'Ether, mais encore à l'Air, ou à quelqu'autre fluide. Quoiqu'ils paroissent se toucher, ils demeureront neanmoins separez les uns des autres ; & ce ne sera qu'avec le tems qu'ils pourront se réünir en une seule masse, qui peut-être redeviendra caillou.

Mais si l'on met les parties de ce caillou ou ces grains de sable dans un fourneau de Verrerie ; en peu de tems chaque petit grain de sable, étant fortement agité par le Feu, qui consiste *(a)* dans l'action de la matiere subtile, se trouvera divisé en plusieurs milliers, ou peut-être en plusieurs millions de corpuscules, qui deviendront bientôt les *parties integrantes* du Verre.

(a) *J'espere trouver occasion de le faire voir ailleurs. Pour en convaincre le Lecteur, il suffira peut-être de lui faire remarquer ici ; Que le Feu allumé dans un Magazin à poudre par une seule étincelle, est capable de le faire sauter en moins d'un clin d'œil, & par le bruit seul qu'il cause, de faire trembler toute une Ville, abattre des maisons, & jetter tous les habitans dans la consternation. Où étoit cette force si formidable, un instant avant que l'étincelle parut, & que le Feu à son occasion eut pris à la poudre du Magazin. Etoit-ce dans les parties grossieres des grains de la poudre à canon ? Elles étoient toutes dans un repos respectif. Cette force étoit sans doute dans la matiere subtile qui les enveloppoit, & en remplissoit les pores. C'est donc cette matiere qui produit le Feu, & qui lui donne toute la force qu'il peut avoir.*

Ces corpuſcules conſiderez dans le fourneau, formeront un fluide. C'eſt-à-dire, qu'ils ſeront ſéparez les uns des autres, tant que la matiere ſubtile dont les corpuſcules doivent être encore indéfiniment plus petits que ceux dont nous parlons, continuëra de couler entr'eux, dans une très-grande abondance, & de les pouſſer les uns contre les autres en tous les ſens imaginables. Car dans les fourneaux de *reverbere clos*, dont on ſe ſert dans les Verreries, le feu ſe refléchit & frappe la matiere du Verre & le vaiſſeau qui le contient, pardeſſus & tout autour.

Les parties integrantes du Verre ſe réüniront en peu de tems, lorſque la matiere ſubtile qui les a ſeparées, & qui les a tenu ſepareés, venant à ſortir, permettra qu'ils puiſſent ſe toucher tous, ou preſque tous dans quelques-uns de leurs points phyſiques ; c'eſt-à-dire, lorſqu'étant ôtez du fourneau, la cauſe de leur mouvement & de leur ſeparation ceſſera, ou diminuëra ſenſiblement.

Alors la matiere ſubtile qui dans le fourneau trouvoit une infinité d'obſtacles, par les mouvemens divers des corpuſcules qu'elle avoit déſunis & agitez, coulera ſans aucune réſiſtance entre ces corpuſcules, qui étant réünis dans une ſeule maſſe, ſeront dans un repos reſpectif.

Cette maſſe aura des proprietez très-differentes de celles du caillou. Car outre ſa tranſparence & ſa fragilité dont il ne s'agit point ici, & dont il n'eſt pas difficile de connoître la cauſe, elle aura plus de conſiſtance & de dureté ; & (ce qui regarde particulierement mon ſujet) elle aura un reſſort & plus fort & plus prompt.

Il me vient ici une foule de reflexions : mais je les laiſſe encore à faire aux Lecteurs attentifs, non-ſeulement dans la crainte de leur faire perdre mon ſujet de vûë ; mais encore, pour ne pas leur ôter le plaiſir de trouver d'eux-mêmes (en raiſonnant ſur le petit détail de cet Article) la confirmation de tout ce que j'ai dit dans ce Chapitre & dans le précedent, & de tout ce que j'ai à dire dans le reſte de ce Traité. Ils

rencontreront peut-être dans cet examen quelques difficultez. Mais s'ils veulent se donner la peine de les approfondir, j'espere qu'ils les verront se dissiper peu à peu, & même se tourner en preuves. En voici une à laquelle je ne puis me dispenser de répondre, parce que l'idée des Tourbillons dépend de sa solution.

IX. *On ne sent pas la force de la matiere subtile, parce que toutes ses parties se contrebalancent.*

LE Feu, dira-t-on, a une force qui se fait sentir, & la matiere subtile qui produit le ressort, & dans laquelle nous marchons ; bien loin de se faire sentir, ne fait pas même la moindre résistance à nos mouvemens, suivant les principes du Chapitre précedent. Comment concevoir qu'elle ait une force infiniment grande, & qu'elle ne differe pas essentiellement de la matiere du Feu ? Voici ma réponse.

Les parties de la matiere subtile qui sont appliquées à produire ce que l'on appelle Feu, ne sont en équilibre ni entr'elles, ni avec celles qui les environnent : Soit qu'elles soient toutes poussées rapidement dans un même sens, vers lequel les corpuscules qui les environnent ne tendent pas : Soit qu'elles soient poussées avec beaucoup de force les unes contre les autres en differens sens par des causes étrangeres : Ce qu'il ne s'agit pas d'examiner ici. Il n'est donc pas surprenant que la matiere subtile fasse sentir sa force, ou pour mieux dire, une partie de sa force, lorsqu'elle produit le Feu.

* Au contraire toutes les parties de la matiere subtile qui remplit les corps élastiques ou qui les environne, *se contrebalancent*, se maintiennent dans l'équilibre, tendent à s'y conserver, & s'y remettent très-facilement, lorsque la cause qui les en a un peu tirées vient à cesser. *Car*, pour me servir des termes expressifs du P. Malebranche *, *si cette matiere se mouvoit en même sens, tous les corps qu'elle environne, seroient transportez dans son cours avec plus de vîtesse que la Foudre ; car la vîtesse de la Foudre, aussi-bien que celle d'un boulet de canon, a pour cause primitive celle*

* Ceci sera expliqué dans le Chap. suivant, Art. IV.

* *V.* la Recherche de la verité. Eclaircissement XVI. derniere édition.

de la matiere étherée : Et cela par la même raison que la Terre, l'Air, les Villes, &c. sont emportez en vingt-quatre heures par le grand Tourbillon qui nous environne.

Mais comment les parties de la matiere subtile peuvent-elles se maintenir en équilibre, & cependant conserver des forces indéfiniment grandes ? C'est le sujet du Chapitre suivant.

CHAPITRE IV.

De l'idée des Tourbillons.

V. Loix du choc. Art. 22. 23. 27. & 28.

I. *Idées de M.* Descartes *& du P.* Malebranche *sur les Tourbillons.* II. *Tourbillons rendus sensibles par le Mercure.* III. *Notion des forces centrifuges des Tourbillons.* IV. *Les corpuscules du fluide qui produit le ressort, décrivent de très-petits cercles avec une très-grande vîtesse.* V. *La matiere subtile est composée d'une infinité de Tourbillons, ou de sphères très-fluides, de toutes sortes de grandeurs, qui se contrebalancent par leurs forces centrifuges.* VI. *Idée des corpuscules dont les Tourbillons sont composez.* VII. *Tous les points de la surface d'un même Tourbillon, ont des forces centrifuges égales.* VIII. *Les Tourbillons se touchent également dans tous les points de leurs surfaces aux poles comme ailleurs.*

I. *Idées de M.* Descartes *&* *du P.* Malebranche *sur les Tourbillons.*

ON ne peut se dispenser d'admettre dans l'Univers une matiere infiniment fluide & agitée dans toutes ses parties. J'ai tâché de le prouver dans les deux Chapitres précedens, en considerant les seuls effets du choc ; & j'ai tout lieu de croire que les considerations que l'on pourra faire sur les autres effets naturels, ne feront que confirmer ces principes.

Or de ces principes il est aisé de tirer cette consequen-

ce : Que toutes les parties de la matiere ſubtile qui remplit l'Univers, ſe réſiſtant reciproquement par leurs mouvemens divers & particuliers, doivent ſe diviſer ſans ceſſe, & former divers Tourbillons de figure ſpherique, qui ſe contrebalancent, & dans ceux-ci d'autres encore plus petits, & même encore d'autres moins durables dans les intervales concaves, que laiſſent entr'eux les Tourbillons qui ſe touchent *.

* C'eſt l'idée du P. *Malebranche.*

Je crois avoir montré ſuffiſamment la juſteſſe de cette conſequence dans *les Loix du choc*, & je vais eſſayer dans ce Chapitre, en la mettant encore dans un plus grand jour, de faire voir que l'idée de M. *Deſcartes* ſur les grands Tourbillons, & du P. *Malebranche* ſur les petits, ne ſont pas des idées purement Metaphyſiques, ni des ſuppoſitions arbitraires.

V. l'Eclairciſſement XVI. de la Recherche de la verité.

Celle du P. Malebranche *eſt copiée*, dit M. de Fontenelle *, *d'après des choſes inconteſtables chez les Carteſiens, & que les autres Philoſophes ne peuvent conteſter ſans tomber dans d'étranges penſées.* Je l'ai exprimé * dans les propres termes de ſon Auteur ; je ne pouvois mieux faire. Auſſi j'eſpere que les Lecteurs ne trouveront rien qui ne ſoit bien exact dans l'Article auquel je les renvoye.

* Dans l'Hiſt. de l'Academie, Année 1715. p. 109.

* *V.* Loix du choc. Art. 27.

C'eſt une idée qui a été très-familiere à ce grand inventeur, dit encore M. de Fontenelle dans l'endroit cité, *& qu'il n'a pas pouſſée auſſi loin qu'il l'auroit dû.*

J'entreprends d'y ſuppléer. Cette idée feconde, & plus encore la *methode* de ſon Auteur, me conduiront dans cette recherche. Et où ne conduit pas une idée claire, lorſqu'on a ſoin de la comparer à des principes démontrez, & d'en tirer toutes les conſequences !

L'idée des Tourbillons, & ſur-tout des plus petits, de ceux, par exemple, qui occupent les pores imperceptibles des corps élaſtiques ; doit paroître très-abſtraite à ceux qui ne ſont pas accoutumez à beaucoup reflêchir, & chimerique à ceux qui ſe ſont fait un ſyſtême de ne chercher dans la Phyſique, que ce qui frappe les ſens. Mais ſi en renonçant à tous les préjugez, on veut faire

attention à cette idée, j'ai tout lieu d'esperer qu'on la trouvera conforme à la verité, & aux loix invariables de la Nature.

Les effets naturels sont sensibles, mais leurs causes sont très-cachées. C'est peu de dire que l'idée des Tourbillons se dérobe aux sens & à l'imagination ; l'esprit a besoin de toute son attention, pour ne pas la perdre de vûë, lorsqu'il croit l'apercevoir. Peu s'en faut, en écrivant ce Traité, qu'elle ne m'échappe, après l'avoir méditée long-tems, & à ce que je crois bien conçûë.

II. *Tourbillons rendus sensibles par le Mercure.* [illegible] du choc. Art. 23.

POur tâcher de me rendre cette idée plus familiere, je fis quelques experiences sur le Mercure, en composant le Memoire *des Loix du choc* ; & je les employai dans une de mes Remarques *, parce qu'elles me parurent propres à surmonter plusieurs difficultez que me suggeroient les sens & l'imagination.

Quelques jours après le jugement de l'Academie, en revoyant cette Remarque, il me vint en pensée de verser une goutte de Mercure dans une boule de Verre creuse, de quatre pouces de diametre ou environ, après l'avoir remplie d'eau. Le succès surpassa mon attente, dans un grand nombre d'experiences que je fis à cette occasion.

Mon dessein dans cet Article, n'est pas de persuader le Lecteur par ces experiences, que je me contente de lui indiquer de la possibilité, de la réalité, & des proprietez des Tourbillons ; mais de lui tracer grossierement le plan des choses que j'ai dessein de lui faire apercevoir dans ce Traité préliminaire, & dans ceux qui suivront ; & de le disposer à ne pas rejetter des idées physiques, sans les avoir examinées avec toute l'attention qu'elles semblent mériter.

Après avoir versé dans la boule creuse quelques gouttes de Mercure, d'environ la grosseur d'un pois ; il ne s'agit que de remuer cette boule en divers sens, à diverses reprises, avec differens degrez de mouvement ; & d'e-

xaminer attentivement les effets qui resultent de chaque operation. La boule de Verre grossissant les objets, servira comme de Microscope, pour observer plus distinctement les divers changemens qui arriveront au Mercure dans chaque operation.

I. Il sera facile d'examiner la rondeur spherique des Tourbillons, & sur-tout des plus petits, qui seront rendus sensibles sous la figure du Mercure ; l'applatissement & la compression que souffrent les plus grands ; & l'équilibre qui regne entre tous.

II. On pourra observer qu'en sécoüant la boule, un seul Tourbillon de Mercure se rompt sans peine en cent autres, qui commencent à se réünir, lorsque le mouvement qui a causé leur separation, vient à cesser.

III. On aura lieu d'examiner par quelle Mecanique un petit Tourbillon compris entre deux grands, a assez de force pour les contrebalancer.

IV. Pourquoi lorsqu'il survient quelque mouvement, le petit Tourbillon s'incorpore très-promptement à l'un des deux grands qui le comprimoient, & va rapidement s'enfoncer jusqu'à son axe.

V. Pourquoi il arrive quelquefois, mais plus rarement, que le petit Tourbillon se glisse avec une grande vîtesse entre les deux grands qui se réünissent, & souvent s'incorporent à cette occasion.

VI. D'où vient cet ordre uniforme, suivant lequel les Tourbillons de Mercure de differens volumes, viennent se ranger autour de leur centre commun, lorsqu'on les fait tourner en rond.

VII. Quelle pourroit être la cause de ces *boüillonemens* & *tournoyemens* rapides des corpuscules du Mercure, que l'on remarque facilement sur les grands Tourbillons vers leurs poles qui sont dans le milieu de leurs surfaces ; après qu'on les a agitez, ou en rond, ou en divers sens.

VIII. Enfin je suppose que l'on examinera toutes ces particularitez & autres, avec les yeux d'un Physicien

qui raiſonne avant l'experience, qui raiſonne encore après, & qui ne s'en tient pas à une ſeule ; car une ſeule pourroit ſéduire : Que ſur toutes choſes, on aura bien égard à l'imperfection des Tourbillons du Mercure, à leur peſanteur, à leurs frottemens contre les parois du Verre, à la réſiſtance de l'Eau qui les inonde, à la groſſiereté de leurs parties integrantes ; en un mot aux differences infinies qui diſtinguent un fluide très-imparfait, de celui dont tous les autres doivent emprunter & leur fluidité & leur force. Peut-être qu'après cela on ceſſera de traiter de chimeriques les Tourbillons grands & petits, dont des Auteurs très-illuſtres nous ont donné les premieres idées.

III.
Notion des forces centrifuges des Tourbillons.

MAis il ne ſuffit pas d'avoir repreſenté aux yeux imparfaitement, ſous une image ſenſible, les Tourbillons de l'Ether, il faut en prouver la réalité : Et avant toutes choſes il eſt néceſſaire de ſe former une idée juſte de ce que l'on appelle *Force centrifuge*.

C'eſt l'effort avec lequel un corps tend à s'écarter du centre d'un cercle qu'il décrit. *La force centrifuge d'un Tourbillon*, dans un de ſes points phyſiques, eſt celle qu'il a pour s'écarter du centre de ce Tourbillon. Rendons cela ſenſible par un exemple.

Une pierre que je fais circuler avec une fronde, tend à chaque inſtant à s'échaper par la tangente du cercle qu'elle décrit ; & c'eſt par cette tangente qu'elle s'échappe en effet. Mais de plus (& c'eſt en quoi conſiſte ſa force centrifuge) elle fait effort contre ma main pour s'en écarter à chaque inſtant, dans la direction de la corde qui la retient.

Si je diminuë la vîteſſe circulaire, ſans diminuer la longueur de la corde, il eſt clair que la force centrifuge diminuëra. Si au contraire je diminuë la corde ſans changer la vîteſſe circulaire, il eſt évident que la force centrifuge augmentera.

Ainſi en ſuppoſant qu'un même corps, ou des corps égaux

égaux (car on a coutume de ſuppoſer des corps égaux, lorſque l'on compare les forces centrifuges) font leurs revolutions avec des vîteſſes égales ; il eſt évident que les forces centrifuges augmentent, lorſque les diſtances aux centres diminuent ; & qu'au contraire les forces centrifuges diminuent, lorſque les diſtances aux centres augmentent.

Ce que je viens de prouver ici par de ſimples raiſonnemens, eſt une ſuite évidente du Principe III. *des Loix du choc* *, lequel eſt démontré dans pluſieurs ouvrages, entr'autres à la fin de la *Recherche de la verité*, de la derniere édition.

* Art. 7.

J'aurai lieu d'expliquer & d'étendre ce Principe dans les Traitez ſuivans, où il ſera ſouvent employé. Dans celui-ci la ſimple notion des forces centrifuges que je viens de donner, doit ſuffire au Lecteur ; & il s'agit de l'appliquer dans le reſte de ce Traité, aux corpuſcules de la matiere qui produit le reſſort.

IV. *Les corpuſcules du fluide qui produit le reſſort, décrivent de très-petits cercles avec une très-grande vîteſſe.*

Deux corps homogenes à reſſort parfait, ou preſque parfait, qui ſe ſont choquez directement avec des forces égales, rejailliſſent avec forces égales, ou preſque égales, & toujours proportionnelles à leurs forces primitives, en quelque point qu'ils ſe choquent, & quels que ſoient d'ailleurs leurs volumes, ou les rapports de leurs volumes. Ils ont donc une égale force élaſtique dans toutes leurs parties ſenſibles.

C'eſt pourquoi la matiere ſubtile qui produit cette force, agit également en tous les ſens. Elle ne tend donc pas plus vers l'Orient, que vers l'Occident, vers le Zenith, que vers le Nadir. Si elle circuloit d'Orient, par exemple, à l'Occident, avec beaucoup plus de vîteſſe que la Terre, elle emporteroit dans ſon cours rapide un corps élaſtique, qu'elle traverſeroit avec cette vîteſſe. Car quoique par ſa fluidité naturelle elle dût dans ce cas, traverſer les pores de ce corps, ſans y trouver aucune réſiſtance ; elle communiqueroit cependant aux parties

de la masse de ce corps, au moins une partie de la force avec laquelle elle les choqueroit : De la même maniere que le *Vent* ou l'Air agité traverse des toiles, qui neanmoins reçoivent l'action du vent, & la communiquent à la machine d'un Moulin, ou au corps d'un Vaisseau.

Mais supposons pour un moment, que toute la matiere subtile qui est dans un corps élastique, le traverse avec beaucoup de rapidité, en allant, par exemple, de l'Orient vers l'Occident : Lorsque ce corps sera choqué à sa partie Orientale, comment son ressort pourra-t-il se débander ? Le point du contact qui a été poussé vers l'Occident dans la compression, doit être repoussé vers l'Orient dans le tems de la restitution. Pourroit-on attribuer la cause de ce dernier mouvement à la matiere subtile, qui dans cette supposition est dirigée vers l'Occident, soit par son mouvement propre, soit par le mouvement du point du contact ?

Quelque supposition que l'on fasse, les corpuscules de la matiere subtile qui produit le ressort, n'auront pas un mouvement direct dans le même sens. Mais ont-ils un mouvement direct dans tous les sens ? Sortent-ils d'un corps élastique par tous ses pores, en s'éloignant de son centre de gravité avec toute la force indéfinie qui leur convient ? Non, sans doute, puisqu'ils doivent être en équilibre avec ceux qui enveloppent ce corps, & le compriment. Ils tendent donc seulement à sortir de ce corps ; & ils n'en sortent pas en effet, si ce n'est à l'occasion de quelque choc, ou de quelque changement exterieur.

Or cette tendance, qui est toujours constante & uniforme, ne peut être que l'effet d'un mouvement circulaire : C'est la force centrifuge qui résulte de ce mouvement. Ainsi ces corpuscules doivent décrire de très-petits cercles, & ils doivent les décrire avec de très-grandes vîtesses, pour remplir tous leurs mouvemens, & former ensemble des forces capables de contrebalancer les plus grandes qui soient dans l'Univers.

Si ces principes revoltent l'imagination, c'est parce que les

ſens ne lui offrent pas d'objets qui faſſent leurs revolutions dans de ſi petits cercles avec tant de promptitude. Mais ce ne ſont ni les ſens ni l'imagination, qu'il faut conſulter dans la recherche des veritez. C'eſt l'eſprit pur lui ſeul qui doit les apercevoir ; & l'eſprit pur voit clairement que les corpuſcules de l'Ether étant très-petits & très-agitez, peuvent & doivent faire leurs revolutions auſſi facilement dans un petit cercle, que dans un grand.

A l'égard des mouvemens circulaires, on en trouve des exemples ſenſibles dans les fluides agitez : Ces mouvemens ſont communs dans la Nature. On en voit ſur les Mers & ſur les Rivieres. Le Feu en produit de très-grands dans les liquides. L'Air pouſſé en divers ſens, tourne en rond avec la pouſſiere qu'il entraine dans ſon cours. Le fluide qui environne la Terre, la fait non-ſeulement tourner * *ſur ſon centre en vingt-quatre heures ; mais outre cela lui fait parcourir chaque année plus de deux cens millions de lieuës, dans une orbite à peu près circulaire. Saturne & Jupiter (ces corps mille fois plus gros que la Terre) leurs Satellites & toutes les autres Planetes, emportées par un fluide dans des orbites qui approchent aſſez du cercle, font leurs revolutions ſuivant des regles invariables* (a).

*Je m'exprime toujours dans ces Traitez, ſuivant l'idée de *Copernic*.

V. *La matiere ſubtile eſt compoſée d'une infinité de Tourbillons, ou de ſpheres très-fluides, de toutes ſortes de grandeurs, qui ſe contrebalancent par leurs forces centrifuges.*

LEs mêmes raiſons qui prouvent que les corpuſcules de la matiere ſubtile, doivent décrire des cercles, prouvent auſſi qu'ils doivent former des ſpheres très-fluides, ou des Tourbillons de toutes ſortes de grandeurs ; des

(a) *Les tems des revolutions de deux Planetes qui tournent autour d'un même centre étant connus ; on a deſlors le rapport de leurs diſtances à leur centre : Et cela par une regle qui depuis un ſiecle qu'elle eſt connuë par les Obſervations de* Kepler, *s'eſt toujours trouvée conforme aux Obſervations de M*rs Caſſini *& des autres Aſtronomes, & qui eſt une ſuite évidente de mes Principes, comme j'eſpere le faire voir ailleurs. Il ſuffit, par exemple, que l'on ſçache que la Terre fait environ trente revolutions autour du Soleil, pendant que Saturne en fait une ſeule ; on en conclura par la regle de* Kepler *(qu'il ne s'agit pas d'expliquer ici) que Saturne eſt environ dix fois plus éloigné du Soleil que la Terre.*

spheres que l'on pourroit supposer parfaites dans le même sens que la matiere subtile est un fluide parfait, & en faisant d'ailleurs abstraction de toute cause étrangere à cette matiere.

En effet il est nécessaire que les corpuscules de la matiere subtile, puissent en même tems avoir des mouvemens divers & même contraires ; & que cependant ces mouvemens ne diminuent pas ; car si ces corpuscules perdoient à chaque instant un seul petit degré de leurs forces, en peu de tems ils perdroient toutes leurs forces, en peu de tems l'Univers seroit détruit.

Il faut donc concevoir que ces corpuscules puissent, sans se choquer, se résister mutuellement par leurs forces centrifuges ; de telle sorte que de deux corpuscules qui se touchent, l'un ne l'emporte pas sur l'autre ; car si l'un l'emporte sur l'autre, il n'y aura plus d'équilibre. Et comment allier toutes ces idées, si l'on ne reconnoît que la matiere subtile est composée d'une infinité de Tourbillons, ou de spheres très-fluides de toutes sortes de grandeurs, qui remplissent l'Univers, & se contrebalancent par leurs forces centrifuges ?

Ajoutez à cela (comme je l'ai déja remarqué ailleurs*) que les angles, les élevations, les enfoncemens, en un mot toutes les irregularitez qui se trouvent dans les figures qui ne sont pas spheriques, causeroient sans cesse quelque obstacle & quelque diminution au mouvement d'une matiere, qui étant indéfiniment fluide & agitée, doit avoir toutes les facilitez possibles, pour couler & se mouvoir en tous les sens.

* V. Loix du choc. Art. 22.

Donc, en faisant abstraction de toutes compressions, & autres causes étrangeres à la matiere subtile, ses Tourbillons, & sur-tout les plus petits, dont il s'agit dans ce Traité, doivent être de figure spherique, & doivent tendre à conserver cette figure qui leur convient.

M. de Mairan *, *dans son excellent Memoire de la Reflexion des corps, prouve (comme je l'ai remarqué dans l'Article que je viens de citer) que le corps qui fait le sujet de*

* V. Mem. de l'Acad. 1722. p. 49.

la lumiere, consiste en de veritables globules. *Ainsi deux voies très-differentes semblent se réunir, pour nous conduire à une même consequence, & confirmer nos Principes.*

VI. Idée des corpuscules dont les Tourbillons sont composez.

Il ne s'agit pas ici d'examiner si ces *globules* sont des corpuscules durs, ou si ce sont de petits Tourbillons. Il me suffit de faire remarquer que le plus petit des Tourbillons, comme le plus grand, doit être composé d'un nombre indéfini de corpuscules très-agitez, & chaque corpuscule d'un nombre indéfini de très-petites parties qui sont dans un repos respectif, sans être engagées les unes dans les autres ; & qui ne sont pas des atomes, parce qu'une infinité d'*atomes* ou de néants d'étenduë, ne formeroient jamais une étenduë. Sans approfondir cette idée, je crois pouvoir en tirer les consequences qui suivent.

I. Les parties d'un corpuscule de la matiere subtile, se separent très-facilement, lorsqu'il est plus pressé d'un côté que d'un autre ; parce que le repos n'a pas de force pour résister au mouvement.

II. Un corpuscule de la matiere subtile est de figure spherique, lorsqu'il est également pressé de tous côtez.

III. Un corpuscule a des figures irregulieres, lorsque les pressions sont inégales, & qu'elles ne sont pas assez inégales, pour separer ses parties.

IV. Un corpuscule est comme infiniment dur dans l'instant qu'il est également pressé ; & si dans l'instant qui suit, l'égalité des pressions cesse, il peut devenir indéfiniment moû, ou indéfiniment fluide.

V. Suivant les differens besoins, un corpuscule peut être divisé en un million d'autres ; & un million de corpuscules peuvent se réunir, pour en former un seul.

VII. Tous les points de la surface d'un même Tourbillon, ont des forces centrifuges égales.

Chaque Tourbillon est environné d'un nombre indéfini d'autres Tourbillons de toutes sortes de grandeurs, & il peut changer à chaque instant de situation à leur égard. Celui qui en touche maintenant un autre vers

ſon équateur, pourra bien-tôt le toucher vers ſon pole. Si un Tourbillon n'avoit pas une égale force centrifuge en tous ſes points, comment dans toutes les ſituations differentes qu'il peut avoir à l'égard des Tourbillons qui le compriment dans toute ſa ſurface, pourroit-il ſe faire qu'il les contrebalançât tous, & qu'il conſervât la figure ſpherique qui lui convient ?

Il eſt donc clair que les points de la ſurface d'un Tourbillon, ne doivent pas faire leurs revolutions en même tems, de la même maniere que les points de la ſurface d'une boule, tournent en même tems autour de ſon axe. Si cela étoit, les corpuſcules qui circulent vers l'équateur, auroient beaucoup plus de force centrifuge que tous les autres, & ceux qui circulent vers les poles n'en auroient point ou très-peu. Ceux-ci ſeroient donc repouſſez vers le centre du Tourbillon, ſans aucune réſiſtance de leur part ; & ceux-là s'écarteroient du même centre avec beaucoup de force. Que deviendroit le Tourbillon ?

Deſlors que l'on admet l'idée des Tourbillons (& peut-on ſe diſpenſer de l'admettre ?) il faut, ſans balancer, reconnoître cette verité qui en eſt une ſuite évidente, ſçavoir, que toutes les parties de la ſurface d'un même Tourbillon, doivent avoir une égale force centrifuge, pour réſiſter également aux impreſſions des Tourbillons voiſins qui les preſſent également, & pour ſe maintenir avec eux dans un exact équilibre.

Il ne s'agit pas ici d'examiner d'où peut provenir cette égalité de forces centrifuges, & comment l'équilibre des Tourbillons peut ſe maintenir. Cet examen important ſera le ſujet d'un de mes Traitez.

VIII. *Les Tourbillons ſe touchent également dans tous les points de leurs ſurfaces, aux poles comme ailleurs.*

RIen n'empêche donc que les Tourbillons ne puiſſent ſe toucher auſſi-bien à leurs poles qu'à leurs équateurs ; ſoit, 1°. qu'ils tournent dans le même ſens ; ſoit, 2°. qu'ils tournent en ſens contraire. Quelque reſpect que j'aie pour M. *Deſcartes*, je ne puis croire ſur ſa parole,

que les Tourbillons doivent s'incorporer dans le premier cas, & se détruire dans le second. Je m'en tiens à mes Principes que je viens de déduire de ceux de ce très-illustre Auteur.

Les mêmes raisons qui prouvent qu'il y a de grands Tourbillons, prouvent qu'il y en a de petits ; & si l'on admet l'idée des Tourbillons grands & petits, ce sont des spheres de toutes sortes de grandeurs, qui remplissent l'Univers, qui se touchent dans tous les points physiques de leurs surfaces ; enfin qui peuvent se toucher aux poles comme par tout ailleurs, puisqu'ils ont autant de forces centrifuges à leurs poles, que dans le reste de leurs surfaces.

Tous ces principes sont des consequences que je déduis de l'idée seule des Tourbillons : Et l'idée des Tourbillons n'est pas une idée purement Metaphysique ; j'ai prouvé qu'il faut la reconnoître dans la Nature.

En considerant les corps élastiques, j'y ai trouvé de petits Tourbillons ; & en considerant les petits Tourbillons dans tous les corps élastiques, je vais maintenant y chercher la cause physique des ressorts, soit parfaits, soit imparfaits.



CHAPITRE V.

Des petits Tourbillons conſiderez dans les corps à reſſort parfait.

V. Loix du choc. Art. 34. 35. & 36.

I. *Deſcription d'un corps à reſſort parfait.* II. *Changemens qui arrivent aux petits Tourbillons, lorſque les corps qui les contiennent ſont comprimez.* III. *La matiere ſubtile ſort des corps au premier tems du choc, ſans faire aucune réſiſtance, par un effet de ſa fluidité naturelle.* IV. *La matiere ſubtile rentre dans les corps dont elle étoit ſortie, par un effet de la force centrifuge de ſes petits Tourbillons.* V. *C'eſt par un effet de cette même force, que les corps parfaitement élaſtiques qui ſe ſont choquez avec des forces égales, retournent en arriere avec des forces égales à leurs forces primitives.*

I. *Deſcription d'un corps à reſſort parfait.*

CENT objets que l'on a ſans ceſſe ſous les yeux; une éponge, par exemple, une mie de pain, le dedans d'un os; ſur-tout ſi l'on a ſoin de les regarder de près avec un Microſcope, peuvent fournir à l'imagination des images imparfaites, mais ſenſibles de toutes les choſes que je vais eſſayer de décrire dans cet Article, & de faire appercevoir à l'eſprit pur.

Toutes les parties integrantes d'un corps élaſtique, ſont réunies enſemble dans quelques-uns de leurs points, lignes ou ſurfaces, & ſont ſeparées dans le reſte par un nombre indéfini de pores & de petits canaux. Les pores ſont ordinairement ſpheriques, parce que peu à peu ils doivent avoir été arrondis par le mouvement des Tourbillons de la matiere ſubtile. Je conviens cependant qu'ils peuvent avoir d'autres figures, par exemple, des figures cylindriques, elliptiques, &c. Mais pour m'exprimer plus clairement, je ſuppoſerai que tous les pores d'un corps,

corps à reſſort parfait, ſont exactement ſpheriques.

Chaque pore contient un ou pluſieurs Tourbillons; & les pores communiquent entr'eux & au dehors par pluſieurs canaux qui doivent être aſſez étroits, pour ne donner paſſage à aucun autre fluide, qu'à la matiere ſubtile: Et c'eſt de là principalement que dépend la perfection des reſſorts.

Les tourbillons inondent de toutes parts les parties du ſolide, & par leurs forces centrifuges leur donnent de la conſiſtance, & les uniſſent enſemble. *Quand les particules groſſieres*, dit M. de Fontenelle *, *ſont en repos les unes auprès des autres, & ſe touchent immediatement; elles ſont comprimées en tous ſens par les petits Tourbillons qui les environnent, & auſquels elles ne réſiſtent par aucune force; & de là vient la dureté des corps.*

* Dans l'Hiſt. de l'Academie, Année 1715. p. 110

Je ne repete pas ici ce que j'ai dit dans *les Loix du choc* *, touchant la dureté des corps, & la promptitude des reſſorts. On doit voir que je n'y ai rien dit que d'exact, & on le verra encore mieux dans les Traitez ſuivans.

* Art. 34.& 35.

Les parties integrantes des corps à reſſort, ſont elles-mêmes de petits corps à reſſort, leſquels ont encore leurs parties integrantes: Ces *ſecondes parties integrantes* (s'il m'eſt permis de m'exprimer ainſi) ont encore leurs pores, leurs canaux, leurs Tourbillons, toutes ces choſes proportionnées à leur petiteſſe: Ces ſecondes parties ſont compoſées *de troiſiémes parties integrantes, &c.* Car puiſque l'on m'a accordé des corpuſcules, ſoit ſolides, ſoit fluides, diviſibles à l'infini, je ne penſe pas que l'on puiſſe me conteſter un corps mixte, partie ſolide, partie fluide, en un mot un corps à reſſort qui ſoit diviſible à l'infini ou à l'indéfini, en d'autres petits corps à reſſort.

Je pourrois ajoûter quelques traits à cette deſcription, qui eſt fort reſſemblante à celle de la Piece qui a remporté le Prix: Mais je ne crois pas en oublier aucun qui ſoit eſſentiel, ou auquel il ne ſoit facile de ſuppléer avec un peu d'attention.

II.
Changemens qui arrivent aux petits Tourbillons, lorsque les corps qui les contiennent sont comprimez.

IL ne peut arriver de changement dans les parties solides d'un corps élastique, que les petits Tourbillons qui sont cachez dans ses pores, ne changent aussi de figure & de volume : Soit qu'ils s'applatissent en forme de spheroïdes elliptiques, vers les parties qui sont les plus comprimées, & s'allongent dans les autres ; Soit qu'ils se divisent en plusieurs Tourbillons plus petits.

I. Concevons qu'un petit Tourbillon étant comprimé dans quelque corps élastique à l'occasion du choc, prenne la figure du pore qui le contient ; c'est-à-dire, qu'il devienne à peu près un spheroïde elliptique, de sphere qu'il étoit auparavant : Un corpuscule qui passera par l'extremité du petit diametre du spheroïde, n'aura pas moins de vîtesse pendant le tems de la compression, qu'il en avoit dans l'instant qui l'a precedé. Il sembleroit même qu'il devroit en avoir davantage, par la même raison, que les endroits du lit d'une riviere qui sont les plus étroits, sont ceux où l'Eau coule avec plus de rapidité. Mais quoiqu'il en soit, il est clair que la compression, dans le cas que j'examine ici, ne diminuë pas la vîtesse du corpuscule, & qu'elle diminuë sa distance au centre de sa circulation. D'où il s'ensuit évidemment * qu'elle augmente sa force centrifuge. Ainsi cette force augmente dans le sens que le Tourbillon est applati ; & il est facile de prouver qu'au contraire elle diminuë, dans le sens qu'il est allongé.

* V. Chap. IV. Art. III.

II. Concevons que la compression soit assez considerable pour rompre un petit Tourbillon, & le séparer en plusieurs autres : il sera facile de faire voir en raisonnant toujours sur les mêmes principes, que la force centrifuge des corpuscules qui circulent sur la surface de chaque petit Tourbillon, ne sera pas moindre que celle des corpuscules qui circuloient avant la compression sur la surface du Tourbillon, dont ceux-ci étoient les parties.

Ainsi de quelque maniere qu'on le prenne, il est clair que la force centrifuge des Tourbillons augmente dans le sens que leurs diametres diminuent, & qu'elle diminuë dans le sens qu'ils augmentent.

C'eſt le ſens * du Corollaire I. de la Propoſition VI. J'ai dit à la fin de l'Avertiſſement qui la precede, que l'Article 30. me ſuffiſoit pour réſoudre la queſtion propoſée ; c'eſt ce qu'on va bientôt voir *. J'ai ajoûté dans le même Avertiſſement, qu'il eſt facile de prouver l'Article 30. par l'Art. 7. Mes Juges l'ont vû d'abord. La plûpart des Lecteurs auroient pû y trouver des difficultez : J'ai crû devoir les applanir. Mais j'eſpere mettre encore tous ces Principes en un plus grand jour, dans un Traité qui eſt deſtiné pour la Propoſition VI. & celles qui y ont rapport.

* V. Loix du choc. Art. 30.

* Art. IV.

III.

La matiere ſubtile ſort des corps au premier tems du choc, ſans faire aucune réſiſtance, par un effet de ſa fluidité naturelle.

Lorſque deux corps à reſſort ſe choquent, ils ſe communiquent leurs mouvemens primitifs ſucceſſivement dans un tems très-court. Ainſi les pores doivent ſucceſſivement s'applatir dans le ſens qu'ils ſont comprimez, & s'allonger dans l'autre : Ils doivent continuer de s'allonger & de s'applatir juſqu'à l'inſtant précis que les deux corps, après avoir perdu toutes leurs forces primitives par ces compreſſions mutuelles, ayent leurs reſſorts entierement bandez. Cependant la matiere ſubtile, par un effet de ſa fluidité naturelle, doit ceder au mouvement qui lui eſt communiqué, & à meſure qu'il lui eſt communiqué, ou (ce qui revient au même) à meſure que les pores changent de figure.

Pour prévenir une objection que l'on pourroit me faire, je prie le Lecteur de remarquer, que je dis ici, & dans *les Loix du choc*, ſuivant mes Principes, que la matiere ſubtile ſort des corps ſolides ſans aucune réſiſtance dans le tems de la compreſſion. D'où il s'enſuit qu'aucune partie de la force primitive du choquant, n'eſt employée à chaſſer la matiere ſubtile du choqué. La force primitive d'un corps eſt employée à pouſſer ſucceſſivement dans ſa direction les parties ſolides de l'autre corps : Elle y eſt employée toute entiere, lorſque les reſſorts de deux corps ſont parfaits, comme on le ſuppoſe ici.

Il ſort des corps qui ſe choquent quelques corpuſcu-

les de matiere subtile, & il en sort plus ou moins des mêmes corps, suivant que leurs parties solides sont plus ou moins comprimées. Mais encore une fois, il ne se fait aucune dépense de force pour faire sortir cette matiere; parce qu'elle est parfaitement fluide.

Lorsque vous vous promenez, vous poussez devant vous la matiere subtile, & des pellicules, ou de petits floccons, je veux dire les parties propres de l'Air. Ces petits floccons ou pellicules vous font quelque résistance, sur-tout s'ils sont agitez dans un sens contraire à votre direction, c'est-à-dire, lorsqu'il fait du vent, & qu'il vous est contraire. Mais la matiere subtile, dans quelque sens que vous marchiez, ne vous fait aucune résistance; ou si elle en fait, elle est indéfiniment plus petite que celle que font les floccons ou pellicules d'Air.

En faisant donc abstraction de la résistance de l'Air, c'est-à-dire, en supposant que vous n'êtes environné que de matiere subtile; lorsque vous marcherez, vous ne ferez pas une double dépense de force, l'une pour marcher, & l'autre pour traverser la matiere subtile. Vous remuerez vos membres, & la matiere subtile cedera à leurs mouvemens sans aucune résistance. Appliquez vous-même la comparaison.

IV.
La matiere subtile rentre dans les corps dont elle étoit sortie, par un effet de la force centrifuge de ses petits Tourbillons.

LA matiere subtile qui est sortie des corps dans le premier tems du choc par sa fluidité naturelle, doit y rentrer dans le second par la force centrifuge des petits Tourbillons qui restent dans les pores des corps élastiques. Je vais tâcher de le faire voir avec le plus de netteté & de précision qu'il me sera possible.

A l'instant que la compression *cesse* ou *a cessé*, (car ces deux expressions sont équivalentes) les parties integrantes des deux corps sont dans un repos mutuel, & tous les Tourbillons tant *exterieurs qu'interieurs*, c'est-à-dire, soit ceux qui environnent ces corps, soit ceux qui sont au dedans, gardent un exact équilibre. Car si les parties solides continuoient encore de se déranger, & les Tourbillons interieurs de sortir, & d'éloigner les exterieurs des centres de gravité des deux corps, les corps

ſe comprimeroient encore contre la ſuppoſition.

Comment donc la reſtitution pourroit-elle differer d'un ſeul inſtant ? Les forces centrifuges des Tourbillons exterieurs, ſont préciſement les mêmes qu'auparavant la compreſſion ; * celles des Tourbillons interieurs ſont augmentées dans le ſens qu'ils ſont retrécis, & elles ſont diminuées dans le ſens qu'ils ſont allongez. Ainſi au dehors rien ne peut mettre obſtacle au rétabliſſement ; & tout y concourt au dedans. Les corpuſcules qui paſſent par les petits diametres de chaque Tourbillon ; changé en ſpheroïde elliptique, ont plus de forces centrifuges, que ceux qui paſſent par les grands diametres. Ceux-ci doivent donc agir plus fortement que ceux-là contre les parois des pores qu'ils occupent. Les pores doivent donc commencer à s'élargir dans le ſens qu'ils ont été retrécis, & à ſe retrécir dans le ſens qu'ils ont été élargis. En un mot tous les pores, & par conſequent tous les Tourbillons qu'ils contiennent, doivent commencer à reprendre & la figure & le volume qu'ils avoient avant la compreſſion ; & par conſequent la matiere ſubtile doit commencer à rentrer dans les pores qu'elle avoit abandonnez en partie.

* Art. II.

V.

C'eſt par un effet de cette même force, que les corps parfaitement élaſtiques qui ſe ſont choquez avec des forces égales, retournent en arriere avec des forces égales à leurs forces primitives.

Mais deſlors que la matiere ſubtile commence à rentrer dans les pores, elle doit par les mêmes raiſons continuer d'y rentrer ſucceſſivement. Elle y rentre, mais dans un ordre renverſé de celui ſuivant lequel elle en eſt ſortie ; & à meſure qu'elle rentre, chaque pore doit reprendre ſa premiere figure ; & toutes les parties integrantes doivent en conſequence ſe rétablir dans leur premier état.

Or à chaque inſtant de la reſtitution, les deux corps aquierent les mêmes degrez de forces qu'ils avoient perdu dans chaque inſtant correſpondant de la compreſſion. Ainſi dans l'inſtant précis que les parties comprimées ſont entierement rétablies, les corps ont aquis les mêmes dégrez de forces qu'ils avoient perdu à la fin

de la compreſſion. Mais ils avoient perdu toutes leurs forces primitives à la fin de la compreſſion. Donc à la fin de la reſtitution ils ont recouvré toutes leurs forces primitives.

Ainſi deux corps qui ſe ſont choquez avec des forces égales, doivent rejaillir avec des forces préciſement égales à leurs forces primitives, par un effet de la force centrifuge des petits Tourbillons ; lorſque cet effet eſt entier, c'eſt-à-dire, lorſqu'il n'eſt empêché en aucune maniere par les divers obſtacles qui pourroient ſe trouver, ſoit dans ces corps, ſoit au-dehors : en un mot lorſqu'ils ſont parfaits en force.

CHAPITRE VI.

Des petits Tourbillons conſiderez dans les corps à reſſort imparfait.

V. Loix du choc. Art. 37. 38. 44. 45. 46. 47.

I. *Diverſes cauſes des imperfections des reſſorts.* II. *Premiere cauſe des imperfections des reſſorts : Le mélange des fluides dans un corps élaſtique.* III. *Seconde cauſe des imperfections des reſſorts : La fragilité des corps phyſiques.* IV. *Les corps durs à reſſort imparfait, doivent rejaillir avec des forces proportionnées à leurs forces primitives, à cauſe des forces centrifuges des petits Tourbillons.* V. *Les Loix du choc ſont déduites de l'idée des petits Tourbillons, de telle ſorte qu'elles en ſont indépendantes.* VI. *Concluſion de ce Traité.*

I. *Diverſes cauſes des imperfections des reſſorts.*

APRE'S avoir conſideré les reſſorts dans un état de perfection, que peut-être aucun d'eux n'a dans la Nature ; il me reſte à les conſiderer dans tous les differens dégrez d'imperfections qu'ils peuvent avoir, & qu'ils ont en effet.

La grandeur, la figure, les divers arrangemens & proprietez, ſoit des parties integrantes des corps élaſtiques, ſoit de leurs pores & de leurs canaux ; toutes ces choſes & autres, priſes ſéparément ou jointes enſemble, dans toutes les combinaiſons poſſibles, produiſent ces varietez infinies que l'on obſerve dans les reſſorts, & contribuent à les rendre plus ou moins parfaits ſoit en force, ſoit en promptitude.

Sans entrer dans la diſcuſſion immenſe de toutes les cauſes des imperfections des reſſorts ; il me ſuffira d'expliquer ici en peu de mots, celles de ces cauſes qui ſont les plus ordinaires & les plus generales. Je les réduis aux deux ſuivantes.

II. *Premiere cauſe des imperfections des reſſorts : Le mêlange des fluides dans un corps élaſtique.*

LA premiere eſt que la plûpart des corps ſolides ont des canaux aſſez larges pour donner quelque paſſage à l'Air, ou à quelqu'autre fluide imparfait. On conçoit ſans peine que les mouvemens des parties d'un fluide groſſier, doivent apporter divers obſtacles, ſoit à la ſortie, ſoit à la rentrée de la matiere ſubtile ; & que ces obſtacles augmentent à proportion des mouvemens qui les cauſent, à proportion des forces primitives qui cauſent ou qui augmentent ces mouvemens. D'où il arrive que l'action des petits Tourbillons eſt retardée de quelques inſtans, lorſque ces corps ſe choquent ; & qu'en conſéquence leurs reſſorts ne ſont pas parfaits en promptitude.

Ajoûtez à cela que dans le premier tems du choc, il peut ſortir de ces corps quelque quantité du fluide groſſier qu'ils contiennent ; que cette quantité du fluide groſſier a rapport à la force de la compreſſion ; & qu'elle ne rentre pas dans ces corps au ſecond tems du choc, ou qu'elle n'y rentre pas entierement. D'où il s'enſuit que ces corps ne doivent pas ſe rétablir entierement, & que par conſequent leurs reſſorts ne ſont pas parfaits en force.

III.
Seconde cause des imperfections des ressorts : La fragilité des corps physiques.

LA seconde cause des imperfections des ressorts, vient de la fragilité des corps physiques. Le Verre, par exemple, qui est si dur, si transparent, &c. est fragile. C'est un défaut, ou plutôt c'est une des proprietez qui le distinguent du Bronze, & de plusieurs autres corps. Si à tant de proprietez, qui dans le Verre facilitent l'action des petits Tourbillons, on pouvoit y ajoûter celle d'être aussi peu fragile que le Bronze, il auroit sans doute plus de force élastique.

En effet si un très-grand coup peut briser une boule de Verre en des milliers de parties sensibles, un petit coup en brisera quelques parties insensibles. Quelques-unes se détacheront entierement de sa surface ; d'autres en bien plus grand nombre, demeureront après ce petit choc dans chaque pore de cette boule, sans avoir aucune liaison avec les autres parties integrantes, dont elles ont été une fois separées. La quantité de ces parties insensibles que l'esprit pur apperçoit à peine (parce que ce ne sont que des *indéfiniment petits du premier, du second, du troisiéme genre, &c.*) doit croître à proportion des forces comprimantes qui les déplacent. Ainsi dans l'instant que la restitution finit, tous les pores doivent demeurer un peu applatis dans le sens qu'ils ont été comprimez.

Cet applatissement que souffrent les pores des premieres, des secondes, des troisiémes parties integrantes, &c. (lequel n'est qu'un indéfiniment petit du premier, du second, du troisiéme genre, &c.) est plus considerable vers le point d'attouchement, & diminuë dans toutes les autres parties du solide, à proportion qu'elles en sont plus éloignées. La somme de tous ces très-petits applatissemens, ne donne sur chaque boule vers le point du contact qu'un petit cercle, qui ne devient sensible, que lorsque les forces primitives sont considerables.

On peut faire choquer cent fois de suite deux mêmes boules d'Yvoire, par exemple, sans qu'on remarque de

differences

differences sensibles dans leurs forces élastiques. Tant il est vrai que les dérangemens que le choc cause dans les corps durs, sont insensibles.

IV.

Les corps durs à ressort imparfait, doivent rejaillir avec des forces proportionnées à leurs forces primitives, à cause des forces centrifuges des petits Tourbillons.

MAintenant il est facile d'expliquer physiquement, d'où vient, par exemple, que deux boules solides de Verre qui se sont choquées en sens contraires avec seize degrez de force, rejaillissent avec la plus grande partie de leurs forces primitives, & qu'elles n'en perdent que la seiziéme partie, ou environ.

Cela provient, sans doute, de ce qu'à la fin de la restitution, tous les pores demeurent un peu applatis, dans le même état qu'ils l'étoient vers le commencement de la compression, lorsque les corps avoient déja perdu un degré de leur force. Ainsi dans l'instant que la restitution finit, ils doivent avoir recouvré leurs forces primitives moins un degré, & par consequent retourner en arriere avec quinze degrez de force.

C'est pourquoi deux corps durs qui se sont choquez avec des forces égales, doivent rejaillir avec des forces presque égales, & toujours proportionnées à leurs forces primitives, par un effet de la force centrifuge des petits Tourbillons, lorsque cet effet n'est pas entier ; c'est-à-dire, lorsqu'il est empêché en partie, soit par le mouvement d'un fluide grossier qui est renfermé dans ces corps, soit par leur fragilité, soit enfin par divers autres obstacles qui se trouvent dans les corps élastiques.

Maintenant pour appliquer la solution de ce seul cas de la question generale des Loix du choc des corps à ressort, à tous les autres cas possibles, il faut avoir une idée de ce que j'entends par le *rapport élastique* d'un corps. C'est le rapport de la force avec laquelle son ressort se débande, à celle qui l'a bandé. Par exemple, si deux corps se choquent avec des forces égales, & que l'on observe la vîtesse primitive d'un de ces corps, & celle qu'il a après le choc : le rapport de celle-ci à celle-là, sera son rapport élastique ; parce que la force qu'il avoit

avant le choc, ſe détruit pendant que les reſſorts ſe bandent ; & que par conſequent celle qu'il a après le choc lui vient uniquement de l'action des reſſorts, ou des forces centrifuges des petits Tourbillons qui la produiſent.

Si avec le ſecours de quelque machine, on fait choquer pluſieurs fois deux corps, en leur donnant à chaque experience differens degrez de vîteſſe ; on trouvera toujours que leurs rapports élaſtiques ſont ſenſiblement égaux : Soit qu'ils ayent des maſſes égales ou inégales : Soit que l'un des corps ſoit en repos avant le choc, ou qu'ils ſoient l'un & l'autre en mouvement : Soit qu'ils ayent des mouvemens égaux ou inégaux ; contraires ou de même part : Soit que ces corps ſoient homogenes ou heterogenes ; ſpheriques ou non ſpheriques ; ſemblables ou diſſemblables : Soit que leurs reſſorts ſoient prompts ou lents : Soit enfin que ces mêmes reſſorts ſoient des plus accomplis dans tous les genres, ou qu'ils ſoient des plus imparfaits. En un mot dans tous les cas, les rapports élaſtiques ſeront égaux ; c'eſt-à-dire, que ſi dans un choc deux corps quelconques, perdent, par exemple, la douziéme partie de leur force primitive ; dans un autre choc, ils perdront encore la douziéme partie de leur force primitive.

La machine de M. Mariotte *ſuffit pour faire toutes ces experiences ; mais il eſt facile d'en conſtruire une beaucoup plus parfaite, & plus commode. Je donnerai dans un Traité exprès la conſtruction & l'uſage de celle dont je me ſers depuis long-tems, avec le détail des experiences que j'ai faites ſur pluſieurs ſortes de corps, & de mes reflexions ſur ces experiences. Dans la Piece qui a remporté le Prix, je n'ai employé qu'un ſeul Article * à la pratique des experiences. Mais j'avois affaire à l'Academie. La plûpart des Lecteurs ont beſoin d'un plus grand détail, lequel ſervira d'ailleurs à confirmer l'idée des petits Tourbillons, & tous mes principes.*

* C'eſt l'Article 80.

Il eſt vrai que lorſque deux corps n'ont pas beaucoup de conſiſtance, ou qu'ils ont des reſſorts fort lents ; on

remarque quelquefois une difference assez sensible dans leurs rapports élastiques. Mais il est facile de juger qu'alors cette difference vient principalement de ce que ces corps dans la durée du choc, parcourent ensemble un espace, qui par rapport à celui qu'ils parcourent séparément devant & après le choc, devient assez considerable pour mériter qu'on y ait égard.

Pour ôter toute difficulté, je suppose * dans la seconde Partie de la Piece; 1°. Que les deux corps qui se choquent, ont toutes leurs parties homogenes, ou (ce qui revient à peu près au même dans la pratique) qu'ils se choquent toujours précisement dans les mêmes points; 2°.* Que ce petit espace que le centre de gravité des corps, ou leurs points d'attouchement parcourent dans la durée du choc, est absolument insensible. Dans ces cas le rapport élastique des corps qui serviront aux experiences, sera toujours sensiblement constant.

* Art. 37.

*Art. 40. & 81.

Ce rapport toujours exact que l'on observe dans la Nature entre les forces qui font débander un ressort, & celles qui le font bander, pourra s'expliquer sans aucune peine; si l'on veut concevoir avec moi qu'il y ait dans la Nature une force constante, uniforme, assez grande pour pouvoir toujours être proportionnée à toutes les forces des corps qui se choquent, & à tous les effets naturels qui resultent de leurs percussions, & qui varient à l'infini suivant les differens rapports que l'esprit apperçoit entre l'unité & zero.

Car le rapport élastique d'un ressort parfait est l'unité, celui d'un corps parfaitement dur, ou parfaitement moû est zero; celui des ressorts imparfaits peut être exprimé par le nombre infini de fractions qui sont comprises entre l'unité, & une fraction infiniment ou indéfiniment petite.

Cette force qui dans tous ces differens rapports tient toutes choses en équilibre, qui ne l'emporte pas sur les plus petites forces, & qui contrebalance les plus grandes; ne peut être autre chose, à ce qu'il me paroît, que

celle des petits Tourbillons de la matiere ſubtile ; & je crois l'avoir ſuffiſamment prouvé.

Ce ne ſont après tout que des conjectures que je ferai toujours prêt d'abandonner, ſi j'en trouve de mieux fondées ; c'eſt-à-dire, ſi l'on explique plus probablement que je ne l'ai fait, la cauſe d'une force qui puiſſe faire débander les reſſorts, ſoit parfaits, ſoit imparfaits, ſuivant des proportions toujours exactes. Je crois qu'il eſt très-probable, que cette force dépend de celle des petits Tourbillons. D'autres auront d'autres ſentimens. Il ſuffira qu'ils les expoſent clairement ; s'ils me paroiſſent plus probables, je me ſens très-diſpoſé à les embraſſer.

V.
Les Loix du choc ſont déduites de l'idée des petits Tourbillons, de telle ſorte qu'elles en ſont indépendantes.

JE dis plus. Que cette force qui produit le mouvement en arriere dans le choc des corps ſolides, dépende de celle des petits Tourbillons, ou de quelqu'autre telle que l'on voudra ; Que ce ſoit la dureté des corps, leurs forces primitives, leurs petits liens, leurs formes ſubſtantielles, &c ; Que ce ſoit le vuide abſolu, la fluidité de la matiere ſubtile, les lames ſpirales de l'Air, ou ſes petits floccons, ou enfin ſes pellicules ; En un mot, que ce ſoit une force quelconque, qui ſoit bien connuë du Lecteur : J'avouë que je ne la connois pas encore pour cauſe phyſique ; mais je ſuis content, pourvû que l'on m'accorde que cette force quelconque eſt conſtante ; qu'elle eſt capable de ſe prêter à tous les effets du choc, & de les produire ſuivant des rapports invariables ; je n'en demande pas davantage pour la ſeconde Partie de la *Piece* qui a remporté le Prix.

Cette ſeule ſuppoſition que l'on m'accorde, me ſuffit pour trouver les loix generales du choc de tous les corps qui ſont, ou qui peuvent être dans la Nature, pour rendre ces loix auſſi inconteſtables que le ſont les veritez géometriques, & pour les exprimer par des Formules qui ſous des expreſſions très-ſimples, preſentent la ſolution de toutes les queſtions Phyſico-Mathematiques, que l'on peut faire touchant les loix du choc des corps à reſſort parfait ou imparfait.

Ainsi *les Loix du choc*, ou mes Formules generales qui les expriment, sont *déduites de l'explication de la cause physique du ressort*, comme le demande l'Academie; puisque j'ai prouvé dans la Partie physique de la *Piece* qui a remporté le Prix, & dans ce Traité, par des raisons qui pourront paroître convaincantes à des esprits attentifs; qu'il y a dans l'Univers une force constante, qui fait que les ressorts se débandent avec des forces égales ou proportionnées à celles qui les ont bandées; & que cette force constante n'est autre chose que la force centrifuge des petits Tourbillons. D'où j'ai déduit la Loy IV. * sçavoir, *Que le rapport élastique est constant dans les corps de même nature.*

* *V.* Loix du choc. Art. 47.

Cependant ces loix sont tellement déduites de mon explication, que dans un sens elles en sont indépendantes. Car quelque supposition que l'on fasse, quelque systême que l'on embrasse, de quelque nature que soient les corps solides qui se choquent; les quatre Loix * d'où sont tirées mes Formules *, se trouveront toujours conformes à la verité.

* Art. 44. 45. 46. & 47.

* Art. 54.

Il sera toujours vrai de dire, suivant la premiere Loy, que deux corps qui se choquent, ne doivent cesser de se comprimer que dans l'instant que celui qui alloit le plus vîte avant le choc, cesse d'aller le plus vîte; & que par consequent dans l'instant que la compression cesse, les deux corps se sont tellement communiqué de leurs mouvemens, qu'ils tendent à aller de compagnie, & qu'ils iroient en effet de compagnie, s'il ne survenoit une nouvelle cause.

Il sera toujours vrai de dire suivant la seconde & la troisiéme Loi, que la réaction est égale à l'action, ou que le choquant perd autant de force que le choqué en gagne, soit dans le premier, soit dans le second tems du choc.

Il sera toujours vrai de dire, suivant la quatriéme Loy, que le rapport élastique des corps de même nature est constant; soit encore une fois, que cette égalité de

rapport soit causée par la force constante des petits Tourbillons, soit par une qualité occulte, ou par un *je ne sçais quoi.*

En effet s'il y avoit quelques corps dans l'Univers dont le rapport élastique ne fut pas constant, il seroit bien inutile de chercher les loix de leur mouvement, puisqu'ils n'en auroient pas d'invariables.

VI. *Conclusion de ce Traité.*

AVant de finir ce Traité, j'ai quelques remarques à faire faire au Lecteur, touchant les bornes & l'étenduë que je me suis crû obligé de donner au sujet que j'ai eu à traiter dans la Piece.

L'Academie demande expressément *les Loix du choc des corps à ressort parfait ou imparfait*; elle n'ajoûte pas, *soit par rapport à leur force, soit par rapport à leur promptitude.*

La promptitude des ressorts est une de leurs perfections, comme je l'ai fait remarquer dans le Chapitre II. Ainsi elle n'est pas étrangere au sujet proposé; mais elle n'en fait pas le principal. Dans les Ouvrages imprimez (au moins dans ceux que j'ai lûs) où l'on explique les loix du choc des corps élastiques, on ne parle que de la force de leurs ressorts, & l'on ne considere pas leur promptitude. La premiere consideration est indépendante de la seconde; & doit paroître beaucoup plus essentielle.

Les bornes d'un Memoire ne me permettant pas de traiter ces deux questions; je n'ai pas balancé de me restraindre à la premiere, & j'ai eu soin d'en avertir *. C'est par de semblables raisons que je n'ai point parlé du choc indirect. Je n'aurois pas répondu à ce qu'il y a de principal & de plus essentiel dans la question proposée; si j'eusse omis les loix du choc des corps à ressort imparfait, puisque l'Academie les demande en termes formels; que d'ailleurs cette question n'avoit pas été traitée jusqu'ici, au moins à fond; & qu'enfin elle paroît être d'une grande utilité dans la Physique, où il

* *V.* Loix du choc. Art. 35.

faut confiderer les corps dans tous les degrez d'imperfection qu'ils ont, ou qu'ils peuvent avoir dans la Nature.

Les loix du choc des corps, foit parfaitement élaftiques, foit parfaitement durs, font expliquées au long dans plufieurs Ouvrages. Elles font cependant exprimées très-generalement dans de fimples Corollaires de mes Formules ; & ces Formules ne font déduites que d'un petit nombre de Principes qui ne peuvent être conteftez.

Il ne s'agit pas ici d'expliquer ces Formules. Ceux qui ont les premieres teintures du calcul litteral, les entendront fans aucune peine dans la *Piece* qui a remporté le Prix. Un Volume entier ne fuffiroit pas pour developper, dans des Difcours fuivis, toutes les veritez qu'une feule Formule réünit en moins d'une ligne, & prefente à l'efprit très-diftinctement.

Après la lecture de ce Traité, on entendra fans aucune peine le Memoire *des Loix du choc*, à l'exception peut-être de la Propofition VI. qui fera le fujet d'un de mes Traitez. J'ai expliqué dans celui-ci la caufe phyfique du reffort indépendamment de cette Propofition, en me bornant aux vûës que j'avois deux jours avant de finir la *Piece* qui a remporté le Prix. Cette Propofition a augmenté mes vûës fur cette matiere, & m'a donné lieu de faire plufieurs reflexions, dont avec le tems je ferai part au Public.

En tournant cette Propofition en tous les fens, je tâcherai de faire voir, que bien loin d'être contraire à la Regle de *Kepler*, comme on feroit d'abord porté à le croire, elle en eft ou la confequence ou le principe : Qu'elle eft conforme aux Loix de la Nature, & aux principes de Mechanique & de Géometrie ; Que de cette Propofition & de la Regle de *Kepler* jointes enfemble, refulte l'équilibre des Tourbillons ; cet ordre uniforme que nous obfervons dans l'Univers ; & peut-être enfin plufieurs effets naturels qui doivent nous faire fentir

à chaque instant la Toute-puissance & la Sagesse infinie de celui qui les opere, comme il lui plaît, suivant des regles invariables.

Deus dedit his quoque finem.

FIN.

Page 45. *ligne* 4. qu'auparavant, *lisez*, qu'avant.
Page 46. *derniere ligne du Chap. V.* lorsqu'ils sont parfaits en force, *lisez*, lorsque les ressorts sont parfaits en force.

DISCOURS
SUR LES LOIX
DE LA COMMUNICATION
DU MOUVEMENT,

Qui a merité les Eloges de l'Academie Royale des Sciences aux années 1724. & 1726. & qui a concouru à l'occasion des Prix distribuez dans lesdites années.

Par M. JEAN BERNOULLI, *Professeur des Mathematiques à Basle, & Membre des Academies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.*



A PARIS, ruë saint Jacques,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

LE LIBRAIRE AU LECTEUR.

COMME *l'Academie* Royale *des Sciences a parlé avantageusement & avec éloge, de l'Ouvrage de* M. Bernoulli, *dans l'Avertissement qu'Elle a mis à la tête de la Piece de M.* Mac-laurin, *& de celle du Pere* Maziere; *M. Bernoulli n'a pas fait difficulté de consentir que la sienne fût publiée. Nous la publions donc aujourd'hui, & avec d'autant plus de confiance, que l'illustre Academie a paru elle-même souhaiter que cet Ouvrage vit le jour, & que les excellentes choses qu'Elle y avoit remarquées, ne fussent pas perduës pour le Public. L'impression a été faite d'après le Manuscrit envoyé à cette Compagnie pour le Prix; & l'un des Juges nommez par Elle aux années* 1724. *&* 1725. *a bien voulu veiller à cette impression. Nous sommes persuadez que le Lecteur y trouvera des Recherches nouvelles, curieuses & instructives, & qu'il nous sçaura gré de lui en avoir fait part.*

FAUTES A CORRIGER.

Page 46. *ligne* 9. *Art.* 7. voir quels, *lisez* qu'elles.
Page 47. *lig.* 6. n'a pas, *lis.* n'ait pas été.
lig. 11. ils chosissent, *lis.* ils choisissent.
lig. 13. de leur reprocher, *lis.* de le leur reprocher.
lig. 19. il n'en est pas de même, *lis.* il en est de même.
même lig. quel que soit, *lis.* quelle que soit.

LETTRE

A MESSIEURS DE L'ACADEMIE Royale des Sciences, ſervant de Preface au Diſcours ſuivant.

ESSIEURS,

L'Auteur de ce Diſcours ſur la communication du Mouvement, a l'honneur de vous le preſenter ; il l'a composé à l'occaſion de la premiere des Queſtions qu'il vous a plû de propoſer aux Sçavans de l'Europe. Meſſieurs Huguens, Mariotte, Wren, Wallis, *& quelques autres habiles Mathematiciens, ont écrit ſolidement ſur cette matiere, & nous ont laiſſé des regles, ſuivant leſquelles les corps doivent ſe communiquer leur mouvement ; mais peu ſatisfait de tirer par une eſpece d'induction la regle generale des cas les plus ſimples, l'Auteur s'eſt preſcrit une methode differente de la leur, & en même tems plus naturelle. Il remonte à la ſource, & embraſſant toute l'etenduë de ſon ſujet, c'eſt ſur les principes même de la Mechanique qu'il établit la regle generale de laquelle il déduit enſuite, comme autant de Corollaires, les regles particulieres à chaque cas.*

On n'a eu juſqu'ici qu'une idée aſſez confuſe de la force des corps en mouvement, à qui M. de Leibnitz *a donné le nom de* Force vive. *L'Auteur s'eſt non-ſeulement attaché à mettre cette matiere dans ſon jour, & à faire ſentir en quoi conſiſte la difficulté élevée entre ce grand homme, & ceux d'un parti opoſé, mais encore à prouver par des demonſtrations directes & toutes nouvelles, une verité que M. de* Leibnitz *lui-même, n'a*

A

jamais prouvée qu'indirectement ; ſçavoir, que la force vive d'un corps n'eſt pas proportionelle à ſa ſimple vîteſſe, comme on l'a crû communément, mais au quarré de ſa vîteſſe : & il eſpere qu'après ce qu'il en dit ici, perſonne ne doutera plus de la verité de cette propoſition. Auſſi non content de déterminer ce qui doit arriver à deux corps qui ſe choquent, ſoit directement, ſoit obliquement, l'Auteur détermine ce qui réſulte du choc d'un corps, qui en rencontre deux ou pluſieurs autres à la fois, ſelon differentes directions : Problême ſi épineux que perſonne n'avoit encore entrepris de le réſoudre. Et comment en ſeroit-on venu à bout ? puiſque ſa réſolution ſupoſe une connoiſſance exacte de la theorie des forces vives.

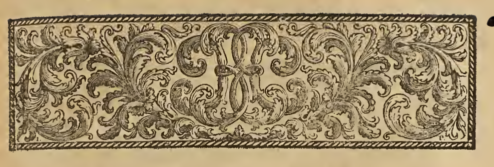
Cette theorie ouvre un chemin facile à pluſieurs veritez importantes. Elle a fourni à l'Auteur une réſolution du Problême précedent, qui paroît avoir quelque choſe de ſingulier ; la maniere de déterminer la perte actuelle des vîteſſes dans un milieu réſiſtant, & un moyen aiſé de trouver le centre d'oſcillation dans les Pendules compoſées. Au reſte c'eſt à vous, MESSIEURS, *à juger ſi cet Ouvrage répond à l'attente de ſon Auteur. Plein d'eſtime & de conſideration pour votre illuſtre Corps ; il le regarde comme un Tribunal ſans apel, au jugement duquel on défere d'autant plus volontiers, que toute l'Europe ſçait qu'un eſprit de diſcernement & d'équité, regne dans vos ſçavantes Déciſions.*

L'Auteur oſeroit-il ſe flattter, MESSIEURS, *que vos ſuffrages lui ſeront favorables ? On ſe perſuade aiſement ce qui fait plaiſir ; quel que puiſſe être cependant le ſuccès de ſon entrepriſe, il ſera toûjours infiniment plus de cas de l'honneur de votre approbation, que de la récompenſe qui y eſt attachée.*

S'il lui reſtoit encore quelque choſe à deſirer, ce ſeroit, MESSIEURS, *de pouvoir vous convaincre de la parfaite conſideration, & du devouëment ſincere avec leſquels il a l'honneur d'être,*

MESSIEURS,

Votre très-humble & très-obéiſſan
ſerviteur,



DISCOURS
SUR LES LOIX DE LA COMMUNICATION DU MOUVEMENT,

Contenant la ſolution de la premiere Queſtion propoſée par Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences, pour l'année 1724.

CHAPITRE PREMIER.

De la dureté des Corps : Définition de la dûreté ſelon les differentes idées qu'on peut en avoir.

1. L'ACADEMIE Royale des Sciences ayant propoſé deux Prix pour les années 1724. & 1726. qui ſeront diſtribuez à ceux qui, au jugement de cette celebre Compagnie, auront le mieux réüſſi à réſoudre deux Queſtions differentes, j'ai crû que ſon invitation s'adreſſant à toutes les Nations, il m'étoit permis d'eſſayer mes forces ſur un ſujet, où je ne courois d'autre riſque que celui d'employer en vain une partie de mon tems & de ma peine à compoſer ce Diſcours : ce que je dis ſeulement par raport à l'utilité qui pourroit m'en revenir ;

car quel qu'en ſoit d'ailleurs le ſuccès, j'aurai du moins la ſatisfaction d'avoir fait de nouvelles découvertes, auſquelles je n'aurois peut-être jamais penſé ſans cela.

2. Un prix de 2500 liv. eſt deſtiné à celui qui réſoudra la premiere Queſtion, conçuë en ces termes :

» Quelles ſont les loix ſuivant leſquelles un corps par-» faitement dur, mis en mouvement, en meut un autre » de même nature, ſoit en repos, ſoit en mouvement, » qu'il rencontre, ſoit dans le vuide, ſoit dans le plein.

3. Mais avant de m'engager dans la recherche de cette Queſtion, je commencerai par expliquer ce que j'entends par le mot de *dureté*. C'eſt le ſort des termes qui ſervent à exprimer le ſujet de quelque ſenſation, de ne nous donner qu'une idée vive & confuſe de l'objet qui la fait naître.

Eclairciſſons donc un mot équivoque par lui-même, & par les diverſes idées qu'on y a attachées ; & après avoir défini ce que nous entendons par *dureté*, il ſera aiſé de nous former de ce mot une idée nette & préciſe.

Le Philoſophe & le Geometre ſoigneux de conſerver à leurs démonſtrations la clarté & l'évidence, doivent éviter avec ſoin toute maniere de parler ambiguë.

4. Le nom de *dureté* eſt un de ces termes qui ne ſignifient pas la même choſe, même chez les Philoſophes. Je ne m'amuſerai point ici à examiner les differentes idées qu'on y a attachées en divers tems, ce ſeroit m'écarter de mon ſujet. Je me contenterai d'indiquer en peu de mots, l'idée que la plûpart des Philoſophes ſe ſont formés de la dureté. On croit communement qu'un corps eſt dur, lorſque ſes parties étant en repos les unes auprès des autres, leur liaiſon ne peut être interrompuë que par une force exterieure, & que cette dureté eſt d'autant plus parfaite, qu'il faut une plus grande force pour en ſéparer les parties. Selon cette idée, un corps ſeroit parfaitement dur, dans le ſens d'une perfection abſoluë, lorſque ſes parties ne pourroient être ſeparées par aucun effort fini, quelque grand qu'on le ſuposât. Les partiſans

des Atomes ont attribué une dureté de cette nature à leurs Corpuſcules Elementaires : idée qui paroît être la veritable, lorſque l'on ne conſidere les choſes que ſuperficiellement ; mais qu'on s'aperçoit bien-tôt renfermer une contradiction manifeſte pour peu qu'on l'aprofondiſſe.

5. En effet un pareil principe de dureté ne ſçauroit exiſter ; c'eſt une chimere qui repugne à cette loy generale que la nature obſerve conſtamment dans toutes ſes operations ; je parle de cet ordre immuable & perpetuel, établi depuis la création de l'Univers, qu'on peut apeller LOY DE CONTINUITE', en vertu de laquelle tout ce qui s'execute, s'execute par des degrez infiniment petits. Il ſemble que le bons ſens dicte, qu'aucun changement ne peut ſe faire par ſault, *natura non operatur per ſaltum* ; rien ne peut paſſer d'une extremité à l'autre, ſans paſſer par tous les degrez du milieu. Et quelle connexion concevroit-on entre deux extremitez opoſées indépendamment de toute communication de ce qui eſt entre deux ? Si la nature pouvoit paſſer d'un extrême à l'autre, par exemple, du repos au mouvement, du mouvement au repos, ou d'un mouvement en un ſens, à un mouvement en ſens contraire, ſans paſſer par tous les mouvemens inſenſibles qui conduiſent de l'un à l'autre ; il faudroit que le premier état fut détruit, ſans que la nature ſçût à quel nouvel état elle doit ſe déterminer ; car enfin par quelle raiſon en choiſiroit-elle un par préference, & dont on ne pût demander, pourquoi celui-ci plutôt que celui-là ? puiſque n'y ayant aucune liaiſon neceſſaire entre ces deux états ; point de paſſage du mouvement au repos, du repos au mouvement, ou d'un mouvement à un mouvement opoſé ; aucune raiſon ne la détermineroit à produire une choſe plutôt que toute autre.

6. Je veux qu'on aperçoive dans la nature des effets ſi prompts, qu'on ne remarque aucun intervalle entre le commencement & la fin de leurs actions ; s'enſuit-il delà qu'il n'y en ait aucun ? & tous ceux qui ſont con-

vaincus que tous les genres de quantité ſont diviſibles à l'infini, auront-ils de la peine à diviſer la plus inſenſible durée en un nombre infini de petites parties, & à y placer tous les degrez poſſibles de vîteſſe, depuis le repos juſqu'à un mouvement déterminé, par exemple, depuis le commencement d'un éclair, juſqu'à ſon entier évanoüiſſement?

7. Concluons donc que la dureté priſe dans le ſens vulgaire, eſt abſolument impoſſible, & ne peut ſubſiſter avec la loy de continuité. Un peu de reflexion mettra cette verité dans ſon jour. Supoſons que deux corps durs en ce ſens, & parfaitement égaux, ſe rencontrent directement avec des vîteſſes égales, je dis qu'ils doivent de toute neceſſité ou s'arrêter tout court en ſe choquant, ou rebrouſſer chemin après s'être choquez; il impliqueroit que des corps durs ſe penetraſſent; mais ces corps ne ſçauroient s'arrêter tout court, ſans paſſer ſubitement du mouvement au repos, de l'être au non être, ce qui repugne à la loy de continuité: ni reflechir dans le ſecond cas, qu'ils ne changent tout d'un coup leurs vîteſſes affirmatives, en une vîteſſe negative, ſans avoir parcouru auparavant toutes les diminutions ſucceſſives de la premiere vîteſſe, juſqu'à ſa deſtruction totale, & de la remonter par de pareilles augmentations, en une vîteſſe en ſens contraire; ce qui eſt également opoſé à cette loy.

8. Et certes ces raiſons ſont telles, qu'il ne me paroît pas poſſible que la dureté priſe dans le ſens que nous venons de refuter, puiſſe quadrer avec les loix fondamentales de la nature: auſſi rejettai-je les prétendus atômes parfaitement ſolides, que quelques Philoſophes ont admis; ce ſont des corpuſcules imaginaires qui n'ont de réalité que dans l'opinion de leurs partiſans.

9. Mais après avoir détruit la fauſſe idée qu'on ſe forme ordinairement de la dureté, il eſt juſte de lui en ſubſtituer une nouvelle, propre à expliquer d'une maniere intelligible, les phenomenes que nous connoiſſons, & ſur

tout les loix de la communication du mouvement.

Pour cela je conçois d'abord la matiere, en tant que matiere, comme étant parfaitement fluide de sa nature; ensorte qu'aucunes de ses particules, quelques petites qu'on les supose, n'ont aucune cohesion necessaire entr'elles; mais telles cependant que ces mêmes parties ont pû s'amasser en de petites molecules élementaires dont se sont formez les corps sensibles de differentes qualitez, les uns liquides, les autres mous, & d'autres plus ou moins durs, selon les differens concours, les differentes figures, & les divers mouvemens de ces molecules élementaires, & des particules qui passant par leurs interstices, les tiennent ou separez comme dans les fluides, ou qui les comprimant plus ou moins fortement, forment des corps que le Vulgaire, qui n'en juge que par les sens, nomme *durs*, à proportion de la resistance que les parties de ces corps oposent à la force qui tend à les separer.

10. Et qu'on ne me demande point une raison Physique de la compression de ces molecules élementaires, & de celle des corps durs & sensibles qu'ils composent. Mon but n'a point été de m'engager dans cette recherche; j'explique simplement ici ce que j'entens par le mot de *dureté*; & j'en donne une idée propre à rendre raison des proprietez connuës de la communication du mouvement, & à découvrir celles qui ne sont point encore connuës, & que l'experience pourra verifier; & c'est aussi tout ce que l'Academie exige de moi dans cette occasion.

11. Cette compression d'une matiere étrangere qui environne les corps sensibles, & leurs molecules élementaires, peut être si grandes par la structure particuliere de quelques-uns de ces corps, qu'il faut employer un degré de force très-violent, non-seulement pour en separer entierement les parties, mais à leur faire simplement changer de figure; tels sont, par exemple, la plupart des métaux, qui quoique très-difficile à être divisez, cedent pourtant au marteau, & s'aplatissent. Ces sortes de corps sont durs, mais d'une dureté imparfaite, en ce qu'après

avoir perdu leur premiere figure, ils ne reprennent pas celle qu'ils avoient avant d'avoir ſubi la force qui l'a changée.

12. Il eſt d'autres corps dont les particules ſont ſi adherentes les unes aux autres, ſoit que cela vienne d'une compreſſion étrangere, ou de quelqu'autre cauſe, qu'outre la difficulté qu'on trouve à les briſer, ils recouvrent ſur le champ leur premiere ſituation, ſi quelque force exterieure les contraint de ſe plier, dès que la force qui les contraignoit ceſſe d'agir ſur eux, les corps comparez à ceux de la premiere ſorte, ont plus de dureté qu'eux.

13. Je n'entre point à preſent dans la cauſe Phyſique de cette derniere eſpece de dureté, il me ſuffit de ſçavoir qu'il y a des corps capables de reſſort, ou doüez d'une vertu élaſtique; je ne nie pourtant pas que cet effet puiſſe provenir de l'effort d'une matiere ſubtile, qui agiſſant ſur les pores retrecis des corps élaſtiques, preſſe les parois de ces pores, & s'éforce de les remettre dans leur premier état.

14. Figurons-nous, par exemple, un ballon rempli d'un air condenſé; à ne conſiderer cet air qu'en lui-même, c'eſt ſans doute une matiere fluide: cependant dès qu'il eſt renfermé dans un ballon, il fait avec ce ballon un corps dur, parce qu'étant comprimé par une force exterieure, & ne pouvant échaper par aucun endroit, il réſiſte à cette force, & rend au ballon ſa premiere figure, dès que la force qui le comprimoit ceſſe d'agir. Augmentons à preſent la denſité de l'air renfermé dans ce ballon, juſqu'à un degré immenſe de réſiſtance, en ſorte qu'il faille une force extrême pour comprimer ce ballon: je ne vois pas, à en juger par les ſens, en quoi un pareil ballon differeroit des corps qu'on appelle durs.

15. Concevons enfin un nombre infini de petits balons pleins d'un air extrêmement condenſé, renfermé ſous une envelope commune, & ſupoſons que chaque portion de cet amas, quelque petite qu'elle puiſſe être, eſt elle-même renfermée ſous ſa propre envelope, nous aurons

une

une idée de ce que j'appelle dureté dans les corps. Les petits ballons répondront aux molecules élementaires ; & les envelopes tant celles qui renferment une portion de cet amas, que la masse même, tiendront lieu dans cet exemple d'un fluide ambiant, qui par son activité presseroit & comprimeroit en tout sens la masse entiere, & chacune de ses plus petites particules. Donnons à present un degré immense d'élasticité à l'air contenu dans ces petits ballons, & nous verrons que leur masse entiere, ni aucune portion de cette masse, ne pourra plus être comprimée sensiblement, par une force nouvelle finie, quelque grande qu'on la supose. Je dis *sensiblement*, car la résistance élastique de l'air n'est jamais absolument invincible, quand même elle seroit infinie. On retomberoit autrement dans le cas d'une dureté imaginaire, toute force qui agit sur un ressort, quelque fortement tendu qu'il soit, le bande davantage, & l'oblige de plier encore un peu, quand même la difference en seroit tout-à-fait imperceptible, & cette difference devient infiniment petite, lorsqu'un effort fini agit sur un ressort d'une force infinie.

16. Un corps sera donc dur conformément à l'idée que nous venons de donner de la dureté, lorsque ses parties sensibles changeant difficilement de situation : un ressort très-prompt & très élastique rend leur premiere situation dans un tems insensible aux parties de ce corps, qui ont été tant soit peu pliées par le choc d'un autre corps ; cette élasticité est parfaite lorsque toutes les parties pliées reprennent leur premier état : elle est imparfaite lorsque quelques-unes de ces parties n'y retournent plus. On peut donner le nom de roideur à l'élasticité parfaite, cette roideur peut être finie ou infinie, & elle est d'autant plus grande qu'il faut un effort plus considerable pour comprimer ce corps à un degré donné ; la roideur est infinie dans un corps, ou ce corps est infiniment roide lorsqu'il faut une pression infinie pour comprimer ce corps à un degré fini, ou une pression finie pour le

comprimer à un degré infiniment petit.

17. Quoiqu'à proprement parler, il n'y ait point de corps dans la nature qui soient infiniment roides, il y en a pourtant un grand nombre qui le sont à un point, qu'une pression immense les comprime à peine sensiblement. Ainsi, par exemple, une boule d'acier suporte un poids de mille livres, sans changer sensiblement de figure. Il est vrai que ces mêmes corps cedent facilement lorsqu'on les réduit en plaques minces ; & l'experience montre que rien n'est plus aisé à plier qu'une lame d'acier. Mais aussi on doit attribuer cette grande facilité à l'action du levier, chaque point d'un corps étendu en long tenant lieu d'hypomochlion, ensorte que le moment de la force appliquée aux extrêmitez de ce corps, est comme infini, par rapport à la resistance des parties très proches de ce point.

18. J'entendrai donc toûjours dans la suite de ce discours, par corps durs, des corps roides ; & quoiqu'il n'y ait point de corps parfaitement durs, puisque leur dûreté devroit consister dans une roideur actuellement infinie, je ne laisserai pas de considerer comme tels ceux qui ont une roideur extrême, & d'autant plus que les corps parfaitement élastiques observent les mêmes loix dans la communication du mouvement, que si leur élasticité étoit ou pouvoit être actuellement infinie ; car ces loix dépendent uniquement de l'élasticité parfaite, en vertu de laquelle les corps se redressent parfaitement, après un choc souffert, indépendament de la promptitude avec laquelle se fait ce redressement, ou cette restitution à leur premier état.

19. Je supposerai même d'abord des corps durs, dans le sens vulgaire des Philosophes, quelque répugnance qu'il y ait entre ce systême & la loi de continuité, ausquels au deffaut d'une élasticité naturelle, j'appliquerai par dehors des ressorts artificiels, & cela seulement pour rendre plus intelligibles les démonstrations des effets qui résultent du choc des corps naturellement élastiques.

CHAPITRE II.

Comment le Mouvement se détruit & se reproduit par la force du ressort. Egalité de l'action & de la réaction. Solution de quelques Problêmes.

HIPOTHESE.

1. Tout corps mû dans le vuide continuera toûjours à se mouvoir avec la même vîtesse, & dans la même ligne droite qu'il a commencé à parcourir, à moins qu'il ne rencontre un obstacle qui l'empêche ou le détourne.

Cette proposition est un de ces axiomes reconnus de tout le monde, & qui par cela même n'ont aucun besoin de preuve.

PROPOSITION.

2. Un corps dur pris dans l'une ou l'autre signification, rencontrant directement avec une vîtesse déterminée un ressort d'une élasticité parfaite, dont un bout est appuyé contre un plan inébranlable, ou contre un point fixe, sera repoussé selon la même direction & avec la même vîtesse.

Cette Proposition est claire, & sa verité saute aux yeux pour peu d'attention qu'on fasse à la nature de l'action & de la réaction qui sont toûjours égales entre elles ; car dans le premier instant que le corps atteint le ressort débandé, ce ressort est contraint de se resserer, & par là il acquiert un peu de force, au moyen de laquelle le ressort resiste un peu au corps, & lui ôte par consequent un peu de sa vîtesse. Dans le second instant le corps comprimant encore un peu le ressort, celui-ci reçoit un nouveau petit degré de force, & fait encore perdre au corps quelque peu de sa vîtesse ; & cela continuë ainsi

par tous les degrez infiniment petits, jusqu'à ce que la vîtesse du corps étant éteinte, il ait communiqué toute sa force au ressort, par un nombre infini de diminutions élementaires ou infinimens petites. Mais dès que le corps est parvenu au repos, le ressort commence à se débander & à lui rendre successivement dans un ordre renversé de temps, ces mêmes élemens de vîtesse qu'il lui avoit ôté; ensorte que la perte du dernier élement de vîtesse, sera réparée dans le premier instant; celle du pénultiéme dans le second instant; celle de l'antepénultieme dans le troisiéme, & ainsi de suite, jusqu'à ce que le ressort étant entierement débandé, le corps aura regagné sa premiere vîtesse, mais en un sens contraire. *C. Q. F. D.*

SCHOLIE I.

3. Je ne crois pas que cette proposition puisse se prouver autrement, c'est en quoi consiste l'égalité de l'action & de la réaction. Toute action se fait successivement & par élemens, quelque petite que paroisse la durée de l'action entiere. Ainsi le choc de deux corps qui paroît commencer & finir dans le même instant, ne laisse pas d'être d'une durée, qui, à parler proprement, & en des termes de Geometrie, a ses élemens, je veux dire un nombre infini de parties infiniment petites.

SCHOLIE II.

4. Rien n'oblige de supposer un ressort tout-à-fait lâche ou débandé avant le choc, on peut au contraire le supposer déja bandé par un degré de force déterminé, & retenu par quelque arrêt, pourvû que la situation de cet arrêt soit telle, qu'elle laisse au ressort la liberté d'être plus fortement bandé, & de retourner à son premier état sans sortir du degré de tension dans lequel cet arrêt le retient: ceci étant une fois admis, je ne vois pas pourquoi la démonstration précedente ne pourroit pas s'appliquer également au cas suivant.

FIG. I. 5. *ABMN*, est un cilindre creux fermé en *AB*, &

ouvert en *MN*, dont la partie *ABDE* eſt remplie d'un air condenſé qui faiſant effort pour ſe dilater, en eſt empêché par le diaphragme mobile *DE*, lequel preſſé par l'effort de l'air enfermé, ne peut ni ceder, ni ſe mouvoir vers l'ouverture *MN*, à cauſe de l'obſtacle *CC*, quoiqu'il puiſſe être repouſſé vers le fond *BA*; ſupoſons à preſent une boule *G*, qui ſe mouvant dans la cavité du cilindre, tende vers le diaphragme *DE*, avec une vîteſſe donnée *GE*, je dis que la vîteſſe de cette boule commencera à diminuer par degrez, dès qu'elle aura choqué le diaphragme *DE*, pendant que la denſité de l'air enfermé augmentera à proportion du mouvement de ce diaphragme vers *AB*, juſqu'à ce que ce diaphragme étant enfin parvenu à une certaine ſituation *d*, *e*, la vîteſſe de la boule ſoit entierement anéantie. Mais il eſt évident que la boule *G* ſe trouvant dans un état de repos, l'air condenſé dans l'eſpace *ABde*, reprendra le deſſus, & repouſſera le diaphragme & la boule vers *MN*, avec une acceleration tout-à-fait égale à la * retardation que cette boule a ſouffert, en s'enfonçant de *DE* en *de*, & que le diaphragme *de*, étant d'ailleurs retenu en *DE* par l'obſtacle *CC*, la boule *G* doit le quitter en *DE*, & rebrouſſer chemin contre *MN*, avec ſa premiere vîteſſe *EG*.

6. La maniere de déterminer par le calcul, la loi de la retardation de la boule *G*, lorſqu'elle commence à penetrer dans l'eſpace *ABDE*, ou de ſon acceleration, lorſqu'ayant atteint le plan *de*, elle commence à rebrouſſer chemin; renferme deux cas qu'il eſt à propos d'examiner à part: dans le premier où l'on ſupoſe l'air extrêmement condenſé, ſon élaſticité peut être ſi grande, ou la vîteſſe de la boule *G* ſi petite, que l'eſpace *DE* qu'elle parcourt, n'eſt pas comparable, ou n'a aucune raiſon ſenſible à l'eſpace total *DA*: dans le ſecond cas, l'air *AD* n'eſt pas aſſez comprimé fortement, ou la boule *G* a une vîteſſe trop grande pour que l'eſpace *De*, n'ait pas un ra-

* J'entends par retardation, l'effet que produit le retardement, conſideré comme cauſe.

port ſenſible à la totalité de l'eſpace *DA*.

7. Dans le premier cas, la retardation & l'acceleration ſeront uniformes par raport aux tems, ainſi qu'elle ſe remarque dans les corps peſants qui montent ou qui deſcendent perpendiculairement par l'action de leur peſanteur; car de même que la peſanteur étant une fois conſtante & invariable, ajoûte ou ôte au mobile un petit degré de vîteſſe dans chaque inſtant, ainſi la réſiſtance de l'air enfermé dans l'eſpace *ABDE*, que la boule *G* doit vaincre en penetrant juſqu'en *de*, eſt invariable pendant tout le tems que cette boule parcourt l'eſpace *De*; car la partie *Ed* du cilindre *EB*, ayant par la ſuppoſition une raiſon infiniment petite au cilindre entier *EB*, il eſt viſible que l'élaſticité de l'air réduit dans l'eſpace *eB*, ne peut pas être ſenſiblement plus grande qu'elle étoit avant ſa réduction, pendant qu'elle occupoit encore l'eſpace *EB*; concluons donc que la force de l'élaſticité réſiſte uniformement dans ce cas, & repouſſe la boule *G*, de même que la peſanteur reſiſte aux corps peſans, & les repouſſe quand ils montent.

8. Dans le ſecond cas, la retardation de la boule *G* en s'approchant du fonds *AB*, ou ſon acceleration en s'en éloignant, n'eſt plus uniforme, parce que l'air étant plus compreſſé à meſure que la boule pouſſe le diaphragme vers le fond *AB*, il eſt évident que cet air acquiert plus de force pour retarder ou accelerer le mouvement de la boule quand il eſt plus condenſé que quand il l'eſt moins; on ne peut donc déterminer la loi de cette retardation, ou de cette acceleration, qu'on ne ſuppoſe auparavant, ou qu'on ne connoiſſe la proportion qui regne entre les accroiſſemens, de l'élaſticité de l'air & ſes denſitez. Des experiences ſouvent réïterez ont prouvé que l'élaſticité de l'air, lorſqu'on fait abſtraction de ſes autres qualitez, eſt ſenſiblement proportionnelle à ſa denſité, & que par conſéquent la force avec laquelle il reſiſte, quand la boule eſt en *DE*, eſt à la force dont il réſiſte, lorſque cette boule eſt en *de*, com-

me la densité que l'air a lorsqu'il occupe l'espace *AD*, est à sa densité, lorsqu'il occupe l'espace *Ad*, ou ce qui revient au même, ces efforts sont en raison reciproques du cilindre *Ad*, au cilindre *AD*, ou comme *Ae*, est à *AE* prenant donc $AE = a$, & la variable $AF = x$; ce qui reste de vîtesse à la boule *G*, ou ce qu'elle en a acquis lorsqu'elle est parvenuë en *F*, soit en allant vers le fonds, soit en revenant $= v$: la force ou la résistance de l'air sera $= \frac{1}{x}$, & par conséquent conformément à ce que j'enseignerai au Chapitre 13, où on verra une methode generale de déterminer les vîtesses des corps mûs contre des forces qui résistent ; l'élément de la vîtesse dv, sera $= \frac{dx}{xv}$. Donc $vdv, = \frac{dx}{x}$, donc $\frac{1}{2} vv = lx$, j'entends par lx le logarithme de x, & dans le cas où x devient $= a$, on aura $\frac{1}{2} vv = la$. Ainsi le quarré de la vîtesse au point *F* est au quarré de la vîtesse au point, *E* comme le logarithme de *AF* est au logarithme de *AE*, les vîtesses elles-mêmes sont donc en raison sous-doublée des logarithmes des intervalles qui sont entre la boule *G* & le fond *AB*, il faut remarquer que le point *e* étant le terme jusqu'où la boule peut avancer, & où sa vîtesse se réduit à rien ; la ligne *Ae* doit être prise pour l'unité, afin que son logarithme soit $= a$.

9. On n'a fait aucune attention dans le calcul precedent, à la force de l'air exterieure qui agit sur le diaphragme *DE* ; mais suposons cette force, on en déterminera les vîtesses par la même methode. Il n'y aura pour cela qu'à retrancher de la force de l'air condensé, celle avec laquelle l'air exterieur comprime la boule ou le diaphragme vers le fond *AB*, & considerer le reste, comme la force qui retarde ou accelere la vîtesse de la boule : en voici le calcul : soit l'élasticité de l'air contenu dans le cilindre *ABDE*, dont la longueur est *AE*, égale à l'élasticité de l'air exterieur, le diaphragme *DE*, sera également pressé par l'air du dehors & par celui du dedans ;

mais puisque j'ai exprimé la force de l'air condensé dans le cilindre, dont la longueur est AF par $\frac{1}{x}$; la force de l'air contenu dans l'espace $ABDE$, égale à la force de l'air exterieur, qui presse la boule vers AB, sera$=\frac{1}{a}$, parce que ces ceux forces sont en raison réciproque de AF à AE; la force qui retarde ou qui accelere, sera donc exprimée par $\frac{1}{x}-\frac{1}{a}=\frac{a-x}{ax}$ dont on tirera par la methode precedente $\frac{a-x}{axv}\,dx=dv$, ou $vdu=\frac{a-x}{ax}\,dx=\frac{dx}{x}-\frac{dx}{a}$, & par conséquent $\frac{1}{2}vv=lx-\frac{x}{a}$, d'où je conclus que le quarré de la vîtesse dans chaque point F, est comme le logarithme de AF diminué d'un partie toûjours semblable de AF, & que le point e, dans lequel lx devient$=\frac{x}{a}$, est le terme ou finit la vîtesse de la boule, & où recommence son mouvement en sens contraire vers MN.

10. On auroit ici occasion, si le sujet le permettoit, de faire des reflexions sur la juste longueur qu'on doit donner aux pieces d'Artillerie, & aux canons de Mousquets, afin qu'ils portent le boulet ou la balle le plus loin qu'il est possible; je me contenterai d'indiquer ce qu'il y a de plus facile à concevoir.

On prouve par experience que la poudre à canon renferme dans ses pores un air extrêmement comprimé, & dont la densité, & par consequent aussi l'élasticité est plus de cent fois plus grande que la densité & l'élasticité de l'air commun, le feu étant mis à la poudre, ouvre de toutes parts les petites cellules qui retenoient cet air, lequel sortant rapidement, s'unit à une masse, & se dilate avec une impetuosité augmentée encore considerablement par la chaleur, qui comme on le sçait, contribuë beaucoup à l'effort que l'air fait pour se dilater; c'est de cette dilatation aussi subite que violente, que dépendent ces prodigieux effets qu'on remarque dans la poudre enflâmée. Appliquons ceci à un canon chargé, dès que la poudre

poudre à pris feu, l'air se dilate brusquement, & le boulet qu'il pousse commence à se mouvoir, avec une acceleration extrêmement précipitée, & qui ne finiroit même jamais, quelque longue que fut la piece, si l'air exterieur ne s'oposoit au mouvement du boulet. Une piece ne sçauroit donc être trop longue, si on n'avoit égard qu'à la dilatation de l'air interieur qui cherchant continuellement à s'étendre de plus en plus, accéleroit sans cesse le mouvement du boulet. Mais comme l'air exterieur opose aussi de son côté une force égale & uniforme au mouvement du boulet, qu'il s'efforce de repousser vers le fonds de la piece, il est visible que contrebalançant une partie de la force de l'air interieur, il la rend inutile; de sorte que l'acceleration du boulet n'est causée que par l'excès de la force interieure par dessus celle de l'air exterieur; cette acceleration cesse même, & dégenere en un mouvement retardé, dès que l'air interieur est parvenu à un degré de consistance égal à celui de l'air exterieur. C'est dans ce moment que la vîtesse du boulet est la plus grande; & c'est aussi jusques-là que la longueur de la piece devroit s'étendre, pour que le boulet ait au sortir de l'ame la plus grande vîtesse possible.

11. Ce que nous venons de dire se confirme par l'équation précedente de la détermination de la vîtesse $\frac{a-x}{axv}dx = dv$; car par la methode *de maximis*, on doit suposer la differentielle de la vîtesse $dv = \grave{a}\ zero$, & l'on aura $\frac{a-x}{axv}dx = o$, ce qui donne $x = a$, & par consequent $\frac{1}{x} = \frac{1}{a}$, d'où il paroît que l'élasticité de l'air interieur designé par $\frac{1}{x}$ doit être égale à $\frac{1}{a}$, qui designe l'élasticité de l'air exterieur ou naturel: suposé donc que l'air contenu dans une charge de poudre au moment qu'il en sort, & qu'il remplit l'espace que cette poudre occupoit auparavant, est cent fois plus dense que l'air naturel: il s'ensuit que le canon devroit être pour le moins cent fois plus grand que cet espace-là, si on avoit égard à plusieurs circon-

ſtances particulieres, auſquelles on n'a point fait d'attention dans ce raiſonnement. Telles ſont, par exemple, le frottement du boulet, une partie de la poudre que la violence du coup porte hors du canon avant quelle ait pris feu : l'air même dilaté qui ſe diſſipe inutilement par la lumiere, & en s'échapant par l'évent entre l'ame de la piece, & l'épaiſſeur du boulet, &c. toutes raiſons qui diminuant conſiderablement l'effort de la poudre, empêchent qu'on ne donne aux canons la longueur exceſſive que leur aſſigne le calcul. Je n'entre point ici dans pluſieurs autres conſiderations qui ne permettent pas de faire les pieces auſſi longues qu'elles le devroient être, ſi on n'enviſageoit que la force avec laquelle la poudre agit ſur le boulet.

12. Diſons un mot de l'arquebuſe à vent, il eſt aiſé de voir par ce que je viens d'expliquer, que la longueur de ſon canon ſera la plus avantageuſe, meſurée depuis l'endroit où repoſe la balle juſqu'à ſon embouchure ; ſi toute ſa capacité eſt à celle de l'eſpace dans lequel eſt renfermé l'air condenſé, comme le nombre de fois moins un, que cet air eſt plus denſe que l'air naturel eſt à l'unité. Supoſant donc que la denſité de cet air renfermé, ſoit dix fois plus grande que la denſité de l'air dans ſon état naturel ; la plus grande compreſſion à laquelle l'art ait encore pû parvenir ; le canon devra avoir neuf plus de capacité, que l'eſpace qui contient l'air reſſerré par la pompe, afin que l'air condenſé ſe trouve après ſa dilatation, de même denſité que l'air exterieur ; & qu'ainſi la balle ait acquis ſa plus grande vîteſſe.

13. L'extrême longueur qu'on donne ordinairement aux Sarbacannes, eſt une preuve de ce que nous venons d'avancer : perſonne n'ignore que ce ſont de longs tuyaux de bois, dont on ſe ſert à chaſſer par la force du ſouffle, de petites balles de terre. La détermination de leur longueur, dépend de la quantité d'air que celui qui s'en ſert peut ſouffler à la fois dans la Sarbacanne ; ce qu'on peut déterminer avec aſſez de préciſion, de la maniere ſui-

vante : Prenez une vessie aplatie & humectée, au bout de laquelle vous adapterez un petit tuyau, de même ouverture que la Sarbacanne, faite entrer dans cette vessie d'un coup de souffle violent, tout l'air que vous pourrez ; & serrant ensuite le col de la vessie, ramassez cet air au fond de la vessie sans vous efforcer de le comprimer, soit enfin réduit le volume de cet air, égal en densité à l'air exterieur, en un cilindre d'une base égale à l'orifice de la Sarbacanne, la longueur de ce cilindre déterminera celle de la Sarbacanne. Il faut toujours se souvenir que je ne fais ici aucune attention au frottement de la balle, ni aux autres inconveniens qui peuvent diminuer l'effet de l'air quand il se dilate.

CHAPITRE III.

Ce que c'est que la vîtesse virtuelle. Principe de l'équilibre appliqué à la production du mouvement, par l'entremise d'un ressort entre deux corps en repos.

DEFINITION I.

1. J'Appelle *vîtesses virtuelles*, celles que deux ou plusieurs forces mises en équilibre acquierent, quand on leur imprime un petit mouvement ; ou si ces forces sont déja en mouvement. La *vîtesse virtuelle* est l'élement de vîtesse que chaque corps gagne ou perd d'une vîtesse déja acquise, dans un tems infiniment petit suivant sa direction.

DEFINITION II.

La *force vive* est celle qui réside dans un corps lorsqu'il est dans un mouvement uniforme ; & la *force morte*, celle que reçoit un corps sans mouvement, lorsqu'il est sollicité & pressé de se mouvoir, ou à se mouvoir plus ou moins vîte, lorsque ce corps est déja en mouvement.

HYPOTESE I.

FIG. 2. 2. Deux agens sont en équilibre, ou ont des momens égaux. Lorsque leurs forces absoluës sont en raison reciproque de leurs vîtesses virtuelles, soit que les forces qui agissent l'une sur l'autre soient en mouvement, ou en repos, c'est un principe ordinaire de Statique & Mechanique, que je ne m'arreterai pas à démontrer, j'aime mieux l'employer à faire voir la maniere dont le mouvement se produit par la force d'une pression qui agit sans interruption, & sans autre opposition que celle qui vient de l'inertie du mobile.

3. Suposons deux corps en repos *A* & *B*, entre lesquels est un ressort bandé *C*, qui commençant à se débander, fasse un effort égal de part & d'autre, pour éloigner l'un de l'autre les corps *A* & *B*; il est visible que chacun de ses corps oposera au mouvement du ressort par son inertie, une resistance proportionnelle à sa masse. Il faut donc, en vertu de l'hypotese prise de la Mechanique, que les deux efforts opposez du ressort, étant égaux, la force de l'inertie qui est en *A*, soit à la force de l'inertie qui est en *B*; ou que la masse *A* soit à la masse *B* en raison reciproque, de ce que la vîtesse virtuelle du corps *B*, est à la vîtesse virtuelle du corps *A*; & comme la chose continuë toujours pendant que le ressort en se dilatant accelere la vîtesse de ces corps, il est clair que leurs accelerations sont continuellement en raisons reciproques des masses *A* & *B*, ce qui forme une raison constante; & par consequent les vîtesses acquises de part & d'autre dans le même tems, lesquelles ne sont autre chose que les sommes des vîtesses virtuelles, produites successivement par l'effort du ressort, sont aussi dans la même raison, je veux dire que la vîtesse de *B* est à la vîtesse de *A* :: *A*, *B*, d'où il suit que le ressort *C* étant entierement debandé, ou retenu par quelque obstacle qui l'empêche de se débander tout-à-fait, les deux corps *A* & *B*, continueront à se mouvoir avec

les dernieres vîtesses, acquises par l'impression successive du ressort.

COROLLAIRE I.

4. On voit que le commun centre de gravité *C* des deux corps *A* & *B*, reste continuellement en repos, soit pendant que le ressort est en action, soit après l'entiere séparation de ces corps d'avec le ressort. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à diviser en *C* la longueur du ressort avant sa détente ; en sorte que *AC*. *BC* : : *BA*, il est manifeste, par ce qu'on a dit, que les corps *A* & *B*, étant parvenus en un certain tems en *a* & *b*, après la détente du ressort, on aura *Cb*. *Ca* : : *A*. *B*, donc le même point *C* sera encore le centre commun de gravité des corps *A* & *B*, transportez en *a* & *b*.

COROLLAIRE II.

5. Soit après l'entiere séparation des corps d'avec le ressort, la vîtesse uniforme du mobile $A=a$, & la vîtesse du mobile $B=b$, on aura *A*. *B* : : *b*. *a*, & par consequent $aA=bB$, d'où il s'ensuit que la quantité de mouvement qui n'est autre chose que le produit de la masse par la vîtesse, est égale de part & d'autre.

COROLLAIRE III.

6. Comme les parties du ressort comprises entre *C* & *B*, en se débandant, sont employées uniquement à mouvoir le corps *B*, de même que toutes les parties du ressort comprises entre *C* & *A*, sont aussi uniquement employées à mouvoir le corps *A*: Il faut que la force vive du corps *B*, qui est l'effet total de la partie *CB* du ressort, soit à la force vive du corps *A*, qui est aussi l'effet total de l'autre partie *CA* du ressort ; comme la longueur *CB* est à la longueur *CA*, ou (§ 3.) comme la vîtesse du corps *B* est à la vîtesse du corps *A* ; ainsi quoique les deux quantitez de mouvement de ces deux corps soient égales, (§ 5.) il ne s'ensuit nullement que les quantitez de leurs

forces vives sont aussi égales, elles sont au contraire entr'elles, comme les produits de masses par les quarrez de leurs vîtesses, ce que je prouve ainsi : Soit f la force vive du corps A, & F la force vive du corps B, on aura $f, F :: a, b ::$ (*Corrol. preced.*) $a \times aA . b \times bB :: aaA . bbB$, & partant en raison composée de A à B, & de aa à bb ; mais cette verité sera démontrée plus au long dans la suite, où nous aurons occasion d'examiner cette matiere à fond.

7. Suposons à present que les deux corps parvenus en a & b, retournent avec leurs vîtesses acquises vers le ressort debandé, il est aisé de voir (*Chap.* 2. §. 2.) qu'ils auront précisement autant de force qu'il leur en faut pour bander le ressort, & le remettre dans son premier état de compression, pendant que le centre de gravité C demeurera immobile comme auparavant ; & que si le ressort vient à se debander de nouveau, il repoussera le corps A & B, de la même maniere qu'il l'a fait la premiere fois. D'où il paroît que le ressort employe précisement autant de tems à se débander qu'il lui en faut pour être rebandé par le choc des corps après leur retour. Car puisque le centre C demeure immobile, il tient lieu d'un plan inébranlable, ou d'un point fixe, contre lequel s'apuyeroit d'un côté le ressort CA, & de l'autre le ressort CB, ainsi qu'il en doit arriver aux corps A & B, par raport à la vîtesse avec laquelle ils choquent les ressorts, comme on l'a montré dans l'article allegué.

8. Il s'ensuit encore que la vîtesse relative ou respective avec laquelle les corps s'aprochent mutuellement, avant que d'atteindre le ressort, est égale à la vîtesse respective avec laquelle ils s'éloignent l'un de l'autre, après avoir quitté le ressort.

9. Et puisqu'il est arbitraire de donner tant ou si peu d'étenduë au ressort AB qu'on le juge à propos, on peut la suposer si petite, que les corps A & B soient censez se toucher au point C, lorsque par leurs concours ils auront bandé le ressort. Et si il est indifferent de préferer une sorte de ressorts à toute autre, il n'est pas moins per-

mis de s'en passer tout-à-fait, & de substituer deux corps parfaitement élastiques, aux corps *A* & *B*, qu'on avoit dépoüillez de leur élasticité naturelle ; par là on concevra aisement que l'effet qui resultera du choc de ces deux corps, doit être le même qu'auparavant, puisque les ressorts propres de ces corps, qui, au tems du concours, se confondent en un ressort commun, supléent au défaut d'un ressort exterieur, d'où on concluera la verité du Theorême suivant.

THEOREME.

10. Si deux corps parfaitement élastiques d'une roideur finie ou infinie, se rencontrent directement en se mouvans l'un contre l'autre, avec des vîtesses reciproquement proportionnelles à leurs masses: Je dis 1°. qu'après le choc chacun d'eux se mouvra en sens contraire, avec sa premiere vîtesse, & par consequent aussi avec sa premiere quantité de mouvement. 2°. Que leur vîtesse respective sera égale avant & après le choc. 3°. Et qu'enfin leur centre commun de gravité, demeurera aussi immobile après le choc, qu'il l'étoit avant que ces corps se choquassent.

11. Les regles de la communication du mouvement, sont renfermez comme tout autant de Corrollaires, dans le Theorême que nous venons d'établir d'une maniere nouvelle. Je prouverai ce que j'avance, qu'on me permette auparavant de proposer l'hypotese suivante que personne ne conteste.

HYPOTESE II.

12. Si deux ou plusieurs corps qui se meuvent sur un plan, ou dans une espace quelconque, viennent à se rencontrer & à se heurter les uns contre les autres, de telle maniere qu'on voudra ; les mouvemens qui résulteront de leur choc, seront les mêmes entre eux, soit que le plan ou l'espace dans lequel sont ces corps, soit en repos ; soit qu'il se meuve lui-même d'un mouvement uniforme,

& suivant une même direction ; car la force du choc, ou de l'action des corps les uns sur les autres, dépend uniquement de leurs vîtesses respectives ; or il est visible que les vîtesses respectives des corps ne changent pas avant le choc, soit que le plan ou l'espace qui les contient soit sans mouvement, soit qu'il se meuve uniformement, suivant une direction donnée ; les vîtesses respectives seront donc encore les mêmes après le choc.

COROLLAIRE.

13. Il s'ensuit delà, que si ce plan ou cet espace étant en repos, de même que le commun centre de gravité des corps qui s'y meuvent, il survient ensuite à ce plan ou à cet espace, un mouvement uniforme dans une direction donnée, le centre de gravité de ces corps se mouvra suivant la même direction, & avec la même vîtesse que le plan.

CHAPITRE IV.

Recherche de la Regle generale de la détermination du Mouvement.

PROBLEME.

1. *Soient* A *&* B, *deux corps parfaitement roides qui se meuvent du même côté sur une ligne droite ; que le corps* B *precede avec la vîtesse* b ; *& que le corps* A *le suive avec une vîtesse* a, *plus grande que celle de* B, *ensorte qu'il le ratrape en quelque endroit de la ligne donnée. On demande quelles seront les vîtesses de ces deux corps après le choc ?*

2. Pour résoudre ce Problême general sous lequel sont compris tous les cas particuliers, il n'y a qu'à suposer que le mouvement de ces deux corps se fait sur un plan, lequel

quel a lui-même un mouvement uniforme vers le côté opoſé, dont la vîteſſe eſt égale à celle qu'a le commun centre de gravité des corps *A* & *B*. De cette maniere, ce centre n'aura point de vîteſſe par raport aux objets qui ſont en repos hors de ce plan, & les corps *A* & *B*, ſeront par ce même raport dans le cas du Theorême general, (*Chap.* 3. §. 10.) je veux dire que leurs maſſes ſeront en raiſon réciproques de leurs vîteſſes. Chacun d'eux ſera donc repouſſé après le choc avec la même vîteſſe qu'il avoit avant le choc: Voici une maniere aiſée de réſoudre ce Problême par le calcul.

3. Les vîteſſes a & b, vers le même côté ſur le plan, multipliées par les maſſes *A* & *B*; & la ſomme des produits, diviſée par la ſomme des maſſes, donne par le principe de la Méchanique, la vîteſſe du centre commun de gravité ſur ce même plan. Cette vîteſſe ſera donc $= \frac{aA + bB}{A + B}$; ſupoſons à preſent que le plan ſe meuve en arriere avec cette vîteſſe : il eſt clair que par rapport aux objets en repos hors du plan, la vîteſſe du corps *A* ſera $= a \frac{-aA - bB}{A + B} = \frac{aB - bB}{A + B}$ en avant, & la vîteſſe du corps *B* ſera $= \frac{aA + bB}{A + B} - b = \frac{aA - bA}{A + B}$ en arriere, mais $\frac{aB - bB}{A + B} \cdot \frac{aA - bA}{A + B} :: B. A.$ D'où il paroît que les vîteſſes avec leſquelles les corps ſe rencontrent directement en allant l'un contre l'autre, ſont en raiſon reciproque de leurs maſſes. Ils ſe ſépareront donc après le choc par le Theorême (*Chap.* 3. §. 10.) chacun avec ſa premiere vîteſſe, ainſi le corps *A*, retournera en arriere avec la vîteſſe $\frac{aB - bB}{A + B}$, & le corps *B* ira en avant, avec la vîteſſe $\frac{aA - bA}{A + B}$. Remettons à preſent le plan dans ſon premier repos, ou ce qui revient à la même choſe, rendons à cha-

cun la commune vîteſſe $\frac{aA+bB}{A+B}$ en avant, qu'on leur avoit ôtée par la ſupoſition, en imprimant la même vîteſſe en arriere au plan, & alors le corps *A* aura après le choc une vîteſſe $\frac{aA+bB}{A+B}$ en avant, plus une vîteſſe $\frac{aB-bB}{A+B}$ en arriere; mais dans le langage des Algebriſtes, une vîteſſe poſitive en arriere, eſt une vîteſſe negative en avant. Donc la vîteſſe en avant du corps *A* après le choc, ſera $\frac{aA+bB}{A+B}-\frac{aB+bB}{A+B}=\frac{aA-aB+2bB}{A+B}$ & la vîteſſe en avant du corps *B*, ſera $\frac{aA+bB}{A+B}+\frac{aA-bA}{A+B}$ $=\frac{2aA-bA+bB}{A+B}$. *C. Q. F. T.*

SCHOLIE.

4. On doit remarquer trois cas differens qui peuvent arriver au corps *A* après le choc, car $\frac{aA-aB+2bB}{A+B}$ eſt affirmatif, negatif, ou égal à zero, ſelon que $aA+2bB$ eſt ou $>$, ou $<$, ou $=$ à *B*. Dans le premier cas, le corps *A* continuëra ſon chemin : dans le ſecond cas il reculera, & dans le troiſiéme il s'arrêtera.

5. Cette regle eſt generale pour tous les corps qui vont du même ſens avant de ſe choquer; mais il eſt aiſé d'en tirer une autre qui ſerve pour tous les corps qui ſe meuvent en ſens contraire, avant leur choc. On n'a pour cela qu'à ſupoſer que *b*, où la vîteſſe en avant du corps *B* eſt negative; car pour peu que l'on ait l'eſprit algebrique, on conçoit aiſement que ſe mouvoir negativement en avant, c'eſt ſe mouvoir poſitivement en arriere. Si l'on change donc dans la formule precedente, les ſignes qui ſont devant la lettre *b*, il en reſultera une expreſſion pour les vîteſſes qu'auront après leur choc les

corps *A* & *B* qui se rencontrent directement avec des vîtesses oposées a & b, on aura donc la vîtesse du corps *A* $= \frac{aA - aB - 2bB}{A + B}$, & la vîtesse du corps $B = \frac{2aA + bA - bB}{A + B}$, à les prendre toutes deux en avant, c'est-à-dire, selon la direction qu'avoit le corps *A* avant le choc ; mais si l'une ou l'autre de ces formules ou toutes les deux, sont négatives, c'est une marque que l'une d'elles ou toutes les deux, expriment une direction contraire à celle qu'avoit le corps *A* avant le choc.

COROLLAIRE I.

6. On a conclu du Theorême (*Chap.* 3. §. 10. *& du Corol.* §. 13.) que la vîtesse respective des deux corps *A* & *B*, demeure la même avant & après leur choc, soit qu'ils se meuvent en un même sens, soit qu'ils se meuvent en sens contraire, nos deux formules generales confirment cette verité ; car 1°. si avant le choc leur mouvement tend du même côté, leur vîtesse respective est $a - b$; mais aprés qu'ils se sont choquez, la vîtesse du corps *B*, comme la plus grande en avant, est $= \frac{2aA - bA + bB}{A + B}$, & la vîtesse du corps *A* comme la plus petite en avant, est $= \frac{aA - aB + 2bB}{A + B}$, retranchant donc cette formule de la premiere, il restera aussi $\frac{aA + aB - bA - bB}{A + B} = a - b$.

2°. Si avant le choc les corps *A* & *B* ont des vîtesses opposées, on aura $a + b$ pour leur vîtesse respective ; or la difference de la formule $\frac{aA - aB - 2bB}{A + B}$ à la formule $\frac{2aA + bA - bB}{A + B}$, lesquelles expriment les vîtesses en avant des corps *A* & *B*, aprés leur choc donne aussi $\frac{aA + aB + bA + bB}{A + B} = a + b$.

COROLLAIRE II.

7. Le mouvement du centre commun de gravité des corps *A* & *B*, ne change par le choc, ni de direction, ni de vîtesse: On l'a fait voir en supoſant un mouvement dans le plan ſur lequel ces deux corps ſe meuvent, & c'eſt auſſi ce que nos formules montrent clairement; car dans le cas où *A* & *B* ſe meuvent tous deux en avant, nous avons démontré (§. 3.) que la vîteſſe de leur commun centre de gravité eſt $= \frac{aA + bB}{A + B}$; or en multipliant les vîteſſes après le choc par les maſſes, & en diviſant la ſomme des produits par la ſomme des maſſes, il vient $\frac{aAA + aAB + bAB + bBB}{AA + 2AB + BB} = \frac{aA + bB}{A + B}$: & dans le cas où *A* & *B* ſe meuvent en ſens contraire, leur commun centre de gravité, aura pour vîteſſe $\frac{aA - bB}{A + B}$; mais les vîteſſes aprés la reflexion leſquelles ſont $\frac{aA - aB - 2bB}{A + B}$ & $\frac{2aA + bA - bB}{A + B}$; toutes deux en avant, étant multipliées par les maſſes, & enſuite la ſomme des produits, diviſée par la ſomme des maſſes, on aura $\frac{aAA + aAB - bAB - bBB}{AA + 2AB + BB} = \frac{aA - bB}{A + B}$.

DEFINITION.

8. J'apelle *quantité de direction*, le produit de la vîteſſe du commun centre de gravité, par la ſomme des maſſes.

THEOREME.

9. La quantité de direction demeure toujours la même, tant aprés qu'avant l'impulſion, cette quantité étant tou-

jours $\frac{aA \pm bB}{A + B} \times \overline{A + B} = aA \pm bB$, le signe superieur est affirmatif, designant le mouvement des corps en même sens ; & le signe inferieur est negatif, designant le mouvement en sens contraire. D'où il paroît que la quantité de mouvement ne se conserve pas toujours, comme on se l'imagine communement. Et en effet cette quantité ne se conserve qu'en deux cas, 1°. lorsque les corps se meuvent du même côté avant & aprés leur choc ; 2°. lorsque la quantité de la direction est nulle, ou que le commun centre de gravité est sans mouvement, parce qu'alors les corps reflechissent chacun avec sa premiere vîtesse.

10. Notre methode nous ayant conduit immediatement à la regle generale, ce seroit perdre son tems que de l'appliquer à tous les cas particuliers, que les Auteurs ont été obligez de résoudre pour y pouvoir parvenir, & d'autant plus que le moindre Géometre est en état de le faire : il n'y a qu'à substituer dans nos formules generales, les valeurs selon les conditions du cas qu'on s'est proposé, je me contenterai d'en donner quelques exemples.

11. Les deux corps *A* & *B* étant suposez égaux, la vîtesse du premier $= a$, & celle du second $= b$; on demande ce qui doit arriver aprés l'impulsion, substituez par tout *A* à *B*, & vous verrez que la premiere formule $\frac{aA - aB + 2bB}{A + B}$, devient $= \frac{aA - aA + 2bA}{A + A} = \frac{2bA}{2A} = b$, & $\frac{2aA - bA + bB}{A + B} = \frac{2aA - bA + bA}{A + A} = \frac{2aA}{2A} = a$: On trouvera de même que dans la seconde formule il vient $\frac{aA - aB - 2bB}{A + B} = \frac{aA - aA - 2bA}{A + A} = \frac{-2bA}{2A} = -b$; & $\frac{2aA + bA - bB}{A + B} = \frac{2aA + bA - bA}{A + A} = \frac{2aA}{2A} = a$; en sorte qu'il se fera toujours un échange de vîtesse, soit que les corps

ſe meuvent en un même ſens, ou en ſens contraire, je veux dire qu'aprés la percuſſion le corps *A* prendra la vîteſſe du corps *B*, & le corps *B* celle du corps *A*, conformement aux regles que les Auteurs en ont donnez.

12. Les deux corps *A* & *B* ayant entre eux une raiſon quelconque; & *B* étant ſupoſé en repos, on demande combien de vîteſſe chacun de ces deux corps aura aprés l'impulſion? On trouve en prenant dans les formules $b=o$, que la vîteſſe du corps *A* ſera $=\frac{aA-aB}{A+B}$, & celle du corps $B=\frac{2aA}{A+B}$.

13. Si ſupoſant *B* en repos, & *A* en mouvement avec une vîteſſe donnée *c*, on ſupoſe en ſuite *A* en repos, & *B* en mouvement, avec une vîteſſe égale; & qu'on ſouhaite de connoître la raiſon de la vîteſſe communiquée à *B* dans la premiere ſupoſition, à la vîteſſe communiquée à *A*, dans la ſeconde ſupoſition; on déterminera comme dans l'article precedent, la vîteſſe de $B=\frac{2cA}{A+B}$, & celle de $A=\frac{2cB}{A+B}$; mais il eſt clair que $\frac{2cA}{A+B}.\frac{2cB}{A+B}::A.B$; donc ces vîteſſes ſont en raiſon des maſſes, ce que M. Huguens a auſſi démontré dans ſon Traité, *De motu corporum ex percuſſione prop.* 10.

14. On remarquera ici en paſſant que quelque grand que ſoit le corps en mouvement, & quelque petit que ſoit le corps en repos, la vîteſſe que celui-ci acquerrera par le choc, ſera toujours moindre que le double de la vîteſſe avec laquelle il eſt frapé par le grand. Car il eſt viſible que $\frac{2cA}{A+B}<2c$. Cependant ſi *A* étoit infiniment, ou incomparablement plus grand que *B*, alors $\frac{2cA}{A+B}$ paſſeroit pour égal à $\frac{2cA}{A+O}=\frac{2cA}{A}=2c$, c'eſt-à-dire, que la vîteſſe que recevroit le corps *B* ſeroit actuellement double de celle que le corps *A* avoit avant le choc; ainſi $2c$ eſt

le terme dont on aproche de plus en plus en augmentant à l'infini le corps *A*, ou en diminuant à l'infini le corps *B*.

15. Toutes les autres propositions que M. Huguens a démontrées à sa maniere dans le Traité dont nous venons de parler, se verifient aisément par nos formules generales, j'en excepte une faute où il est tombé à la page derniere, lorsqu'il dit : *Si corpora centum ex ordine dentur in proportione dupla, incipiat que motus à maximo, invenitur subducto calculo ad preceptum regulæ propositione nona tradita, sed in compendium redacta celeritas minimi ad celeritatem qua movebatur maximum proxime ea quæ* 14760000000, *ad*, 1. Car je trouve par le moyen des logarithmes qui est aparemment le *Compendium* dont a parlé M. Huguens, qu'il falloit dire *proxime ea quæ* 2338500000000, *ad* 1. De sorte que la veritable vîtesse de ce corps est plus de 150 fois plus grande que celle que cet Auteur lui assigne.

16. Le cas où deux corps se rencontrent obliquement n'exige point de regle particuliere, il suffit pour cela d'admettre la composition de mouvement, que personne ne fait difficulté de recevoir à present, si l'on souhaite donc de sçavoir ce qui resulte du choc de deux corps qui concourent selon deux directions differentes, ou qui se frapent non centralement, on n'a qu'à décomposer le mouvement de chacun de ces corps en deux autres mouvemens, dont l'un ait pour direction la tangente commune, tirée par le point où ces corps considerez comme spheriques, se rencontrent, & l'autre une direction perpendiculaire à la premiere, les perpendiculaires representeront un concours direct, compris dans la regle generale, pendant que les paralleles continuëront après le choc sans aucun changement. On formera donc autour de ces directions laterales, deux nouveaux parallelogrammes ; leurs diagonales donneront les déterminations, & les vîtesses des corps après le choc.

CHAPITRE V.

De la force vive des corps qui sont en mouvement.

1. JE me propose d'examiner dans ce Chapitre ce que la matiere du mouvement a de plus important, je parle de cette force des corps que M. de Leibnits apelloit *vive*, pour la distinguer d'une autre force à qui il avoit donné le nom de *force morte*, j'ai déja eu occasion de définir au commencement de cet ouvrage (*Chap. III.*) ce que j'entends par force vive, & par force morte, & de determiner en passant la veritable mesure de la force vive; mon but est à present d'expliquer à fonds la nature & les proprietez de cette force, & je l'entreprends d'autant plus volontiers qu'un grand nombre de Philosophes trés-éclairez d'ailleurs, confondent encore ces deux forces, & n'ont pû être tirez de leur erreur.

2. Nous avons vû au Chapitre III. que la force morte consistoit dans un simple effort, & cet effort est tel qu'il peut subsister, quoiqu'un obstacle étranger l'empêche à tout moment de produire un mouvement local dans les corps, sur lesquels cet effort se déploïe. Telle est par exemple la force de la pesanteur. Un corps pesant soutenu par une table horizontale, fait un effort continuel pour descendre, & il descendroit effectivement si la table ne lui oposoit un obstacle qui le retient, ainsi la pesanteur produit une force morte dans les corps dont l'effet n'est que momentané. Chaque instant la pesanteur imprime aux corps sur qui elle agit, un degré de vîtesse infiniment petit, lequel est aussi-tôt absorbé par la résistance de l'obstacle. Ces petits degrez de vîtesse périssent en naissant, & renaissent en périssant, & c'est dans cette réciprocation constante, dans ce retour de production & de destruction, en quoi consiste l'effort de la pesanteur quand elle est retenuë par un obstacle invincible à qui nous avons donné

le

le nom de force morte. Quant à l'obſtacle, il reçoit de cette preſſion, lorſqu'il réſiſte à l'effort de la peſanteur une force toûjours égale, & réciproque à celle avec laquelle cette même peſanteur agit ſur lui; la force morte a cela de particulier, qu'elle ne produit aucun effet qui dure plus long-tems qu'elle : Dès que cette force ceſſe; tout ceſſe avec elle; & ſon effet ne ſurvit jamais à ſon action. Si le corps peſant ſoutenu par la table perdoit tout-à-coup ſa peſanteur, la table ceſſeroit dans le même inſtant d'être preſſée.

3. Il n'en eſt pas de même de la force vive, ſa nature eſt toute differente, elle ne peut ni naître, ni périr en un inſtant comme la force morte, il faut plus ou moins de tems pour produire une force vive dans un corps qui n'en avoit pas, il faut auſſi du tems pour la détruire dans un corps qui en a; la force vive ſe produit ſucceſſivement dans un corps, lorſque ce corps étant en repos, une preſſion quelconque appliquée à ce corps, lui imprime peu-à-peu, & par degrez, un mouvement local. On ſupoſe qu'aucun obſtacle ne l'empêche de ſe mouvoir. Ce mouvement s'acquiert par des degrez infiniment petits, & monte à une vîteſſe finie & déterminée, qui demeure uniforme dès que la cauſe qui a mis ce corps en mouvement ceſſe d'agir ſur lui; ainſi la force vive produite dans un corps en un tems fini par une preſſion, qu'aucun obſtacle n'a retenuë, eſt quelque choſe de réel, elle eſt équivalente à cette partie de la cauſe qui s'eſt conſumée en la produiſant, puiſque toute cauſe efficiente doit être égale à ſon effet pleinement executé.

4. Le corps qui reçoit cette force n'étant retenu par aucun obſtacle, n'opoſe de réſiſtance à cette force que celle qui dépend de ſon inertie, toûjours proportionelle à ſa maſſe; deſorte que les petits degrez de mouvement que la preſſion imprime ſucceſſivement à ce corps s'y conſervent, & s'accumulent juſqu'à produire enfin un mouvement local. On pouroit comparer la force vive effectuée par une preſſion continuelle qu'aucun obſtacle n'empê-

che à une ſurface décrite par le mouvement d'une ligne, ou à un ſolide décrit par le mouvement d'une ſurface ; il n'y a donc pas plus de comparaiſon à faire entre la ſimple preſſion ou la force morte & la force vive, qu'entre une ligne & une ſurface ; qu'entre une ſurface & un ſolide, ce ſont des quantitez héterogénes qui n'admettent point de comparaiſon.

5. Quelque ſoit la cauſe d'une preſſion, qui par la durée de ſon action produit enfin du mouvement, ſi elle eſt d'une quantité déterminée telle qu'un reſſort bandé, par exemple, qui par ſa détente employe ſa force à produire une vîteſſe actuelle, dans un corps qui n'en avoit point auparavant, je dis, & la choſe eſt évidente, qu'à meſure que ce corps reçoit de nouveaux degrez de force, la cauſe qui les produit en doit perdre tout autant, juſqu'à ce que toute la force du reſſort ſoit épuiſée & transferée au corps dans lequel elle eſt comme ramaſſée par l'accumulation de tous les petits degrez qui y ont été produits ſucceſſivement C'eſt cette force, en tant qu'elle eſt dans le corps mis en mouvement par l'épuiſement de la preſſion du reſſort, qu'on doit apeller proprement *la force vive*, en vertu de laquelle le corps ſe tranſporte d'un lieu à un autre, avec une certaine vîteſſe, plus ou moins grande ſelon l'énergie du reſſort.

6. On voit encore ici la grande difference qu'il y a entre la force vive, & la force morte. La ſeule preſſion ou la force morte que reçoit un obſtacle immobile, par l'effort d'un reſſort qui cherche à ſe débander, ne diminuë en rien la force du reſſort, bien loin de l'épuiſer. L'air, par exemple, condenſé dans un recipient, fait un effort continuel pour ſe dilater, ſans jamais rien perdre de ſa force, parce que les parois du recipient ne pouvant ceder, ne font que ſoutenir ſa preſſion, ſans affoiblir l'élaſticité de l'air, mais la force du reſſort ſe conſume, en donnant du mouvement à un corps, c'eſt-à-dire, en produiſant une force vive, la production du moindre degré de cette force demande la perte ou la deſtruction d'un degré égal

de la force du reſſort : l'un eſt la cauſe, & l'autre l'effet immediat qui en reſulte ; or la cauſe ne ſçauroit perir en tout ou en partie, qu'elle ne ſe retrouve dans l'effet à la production duquel elle a été employée.

7. Je conclus de là que la force vive d'un corps qui a été poduite par le débandement de quelque reſſort, eſt capable de le rebander précisement au même degré de force que ce reſſort avoit, & ſi on ſupoſe que cette force vive eſt employée toute entiere à bander deux, trois, ou pluſieurs reſſorts égaux entre eux, mais plus foibles que le precedent ; je dis que ce premier reſſort peut produire un effet deux fois, trois fois, ou pluſieurs fois plus grand qu'un de ces reſſorts foibles. L'égalité qui regne entre l'effet & ſa cauſe efficiente, prouve ce que nous venons d'avancer.

8. C'eſt dans cette égalité que conſiſte la conſervation des forces des corps qui ſont en mouvement, puiſqu'il eſt viſible que la plus petite partie d'une cauſe poſitive, ne ſçauroit ſe perdre qu'elle ne reproduiſe ailleurs un effet par lequel cette perte ſoit reparée.

9. Comme on a été long-tems dans la perſuaſion que la quantité de mouvement, où le produit de la maſſe d'un corps par ſa vîteſſe, étoit la meſure de la force de ce corps, on a crû fauſſement qu'il étoit neceſſaire qu'il y eut toujours un égal quantité de mouvement dans l'Univers.

10. L'origine de cette erreur, ainſi que je l'ai déja inſinué, vient de ce qu'on a confondu la nature des forces mortes, avec celle des forces vives ; car voyant que le principe fondamentale de la Statique, exige que dans l'équilibre des puiſſances, les momens ſoient en raiſon compoſée, des forces abſolues, & de leurs vîteſſes virtuelles. On a étendu mal à propos ce principe plus loin qu'il ne falloit, en l'appliquant auſſi aux forces des corps qui ont des vîteſſes actuelles.

11. Ce n'eſt que depuis trente ou quarante ans, que quelques perſonnes ſe ſont aperçuës que ces deux forces

ſont d'une nature tout-à-fait differente, n'y ayant pas plus de raport entre elles, qu'entre une ligne & une ſurface, ou qu'entre une ſurface & un ſolide. M. de Leibnitz eſt le premier qui a remarqué que cette force n'étoit point égale au produit de la maſſe par la vîteſſe, mais que ſa meſure étoit le produit de la maſſe par le quarré de la vîteſſe.

12. La nouveauté de ce ſentiment lui attira des adverſaires. M. de Leibnitz le prouva par le parfait accord qu'il y avoit entre ſon ſentiment & la regle de Galilée, pour l'acceleration de la chûte des corps peſans ; regle generalement aprouvée, & au moyen de laquelle M. de Leibnitz fit voir qu'un poids avec deux degrez de vîteſſe, peut monter quatre fois plus haut, qu'avec un degré de vîteſſe : neuf fois plus haut ſi il a trois degrez de vîteſſe : ſeize fois plus haut ſi il en a quatre : enfin il montra que les hauteurs auſquelles les corps peſans ſont capables de s'élever, ſont toujours proportionnelles aux quarrez de leurs vîteſſes. Il prétendoit que la hauteur à laquelle un poids peut monter, peut être priſe pour la meſure de la force de ce poids ; il concluoit que la force vive d'un corps, étoit proportionnelle à ſa maſſe multipliée par le quarré de ſa vîteſſe.

13. Mais les adverſaires de M. de Leibnitz, ne lui paſſerent pas ſon hypotheſe touchant les hauteurs qu'il prétendoit être la meſure des forces. Ils formerent des inſtances, & ſoûtinrent entre autres choſes, qu'on ne devoit point negliger le tems que le poids employe à parcourir la hauteur à laquelle il monte. Qu'un poids, par exemple, qui avec une vîteſſe double s'éleve à une hauteur quadruple, ne doit être cenſé avoir qu'une force double, parce qu'il employe un tems double à monter ; ces Meſſieurs crurent être fondez à ſoûtenir que dans l'eſtimation des forces, il falloit avoir égard non ſeulement aux hauteurs, mais auſſi aux tems, perſuadez que la force des corps étoit en raiſon compoſée, de la raiſon *directe* de la hauteur, & de la raiſon inverſe du tems :

ils ne reflechissoient pas que la consideration du tems n'étoit d'aucune consequence dans le sujet de leur dispute ; puisqu'il étoit facile de faire monter le corps pesant à differentes hauteurs en des tems égaux ; on n'a pour cela qu'à se servir d'une cycloïde renversée, dont on sçait que tous les arcs, à commencer depuis le point le plus bas sont *Isochrones*, ou parcourus en des tems égaux.

14. M. de Leibnitz répondit à ces objections, mais il ne gagna rien sur des esprits prévenus en faveur du sentiment commun & erroné, que la force des corps en mouvement étoit égale à la quantité de leur mouvement, c'est-à-dire, en raison des produits de leurs masses, par leurs simples vîtesses. Ce fut en vain qu'il fit voir à ses adversaires, que si l'opinion qu'ils soutenoient avoit lieu, on pouvoit executer un mouvement perpetuel purement mechanique, ce qui, selon M. de Leibnitz, étoit absolument impossible ; ces adversaires aimerent mieux admettre la possibilité d'un mouvement perpetuel artificiel, que d'abandonner une opinion reçuë depuis long-tems, pour en embrasser une nouvelle qu'ils regardoient comme une espece d'heresie en matiere de Physique.

15. Peu de tems avant la mort de M. de Leibnitz, son sentiment fut entierement rejetté en Angleterre, & traité même avec mépris. On s'atacha dans un Recueil de Lettres de M. C *** & de M. de Leibnitz, imprimées deux fois de suite avec des notes : On s'atacha, dis-je, à tourner en ridicule le sentiment de ce grand homme sur l'estime de la force vive, non sans une surprise extrême de la part de ceux qui reconnoissent la verité de ce sentiment.

16. Il est vrai que le nombre en est encore fort petit dans le reste de l'Europe : j'ai peut-être été le premier depuis environ vingt-huit ans, ce n'est pas que les preuves de M. de Leibnitz m'ayent paruës assez fortes, pour me déterminer à embrasser son sentiment ; car j'avouë

qu'étant indirectes, & nullement tirées du fond de la matiere dont il s'agissoit, elles ne purent me convaincre, mais elles me donnerent occasion d'y penser ; & ce n'est qu'après une longue & serieuse meditation que je trouvai enfin le moyen de me convaincre moi-même, par des démonstrations directes, & au-dessus de toute exception. M. de Leibnitz à qui je le communiquai m'en sçut bon gré, aussi servirent-elles à lui attirer des sectateurs, & à ramener à son sentiment quelques-uns de ceux qui auparavant se trouvoient engagez dans une longue dispute avec lui, n'ayant pas été pleinement convaincus par ses raisonnemens.

17. A mon égard, j'embrasse avec plaisir l'occasion de faire part de mes découvertes *aux illustres Membres de l'Academie Royale des Sciences*, & me fais un honneur de soûmettre mes lumieres à leur jugement : ce sont des Juges également éclairez & penetrans ; incapables de partialitez & de prévention, & dont l'équité seule regle les décisions ; je me flatte qu'ils voudront bien prendre la peine d'examiner avec soin, ce que j'ai l'honneur de leur proposer sur la veritable maniere d'estimer la quantité de la force des corps en mouvement. Cette question est épineuse, & elle demande une attention d'autant plus suivie, que des Philosophes mêmes, & des Mathematiciens d'un grand nom, s'y sont mépris. Si ce discours a le bonheur de plaire à mes Juges, j'y ajoûterai plusieurs remarques utiles que la brieveté du tems ne m'a pas permis de communiquer ici ; la matiere est abondante & riche, elle meriteroit qu'on en fit un Traité complet. Voici en attendant ce que ce sujet renferme de plus essentiel.

CHAPITRE VI.

En quoi consiste la mesure des forces vives. Maniere de les comparer ensemble.

1. JE continuerai à me servir de ressorts, comme du moyen le plus commode pour expliquer mes pensées sur la production & la force du mouvement. Suposons, pour fixer l'imagination, un ressort d'une figure déterminée *ACB*, dont les deux branches égales *CA* & *CB*, forment un angle *ACB*; il est clair que lorsque ce ressort est bandé, les branches *CA* & *CB* font un effort continuel pour s'écarter l'une de l'autre, ou pour élargir l'ouverture *ACB*; en sorte que si l'une des forces qui retiennent ce ressort dans un état de contrainte, ou qui compriment la jambe *CA* vers *B*, & la jambe *CB* vers *A*, venoit à manquer subitement, les jambes de ce ressort s'ouvriroient d'elles-mêmes sur le champ, jusqu'à ce que ce ressort eut entierement perdu la force de se dilater davantage. Fixons cet état à 90 degrez, le ressort *ACB* sera donc entierement dilaté, lorsque d'un angle de 30 degrez, que formoient ces jambes dans un état de contrainte, il sera parvenu à un angle droit *acb*. Je ne sçai si je dois avertir que faisant abstraction de la matiere du ressort, de sa pesanteur, & de tout autre qualité, je ne considere ici que la figure déterminée de ce ressort, & sa parfaite élasticité en vertu de laquelle il se dilateroit avec une promptitude infinie, si aucun obstacle étranger ne s'oposoit à sa dilatation. Fig. 3.

2. Imaginons deux de ces ressorts égaux en tout, & également bandez, par exemple, à un angle de 30 degrez : que le ressort *DEF*, s'apuie en *D* contre un plan immobile *mn*, & du côté *F* contre une résistance active *P*, qui aye précisement autant de force qu'il lui en faut pour empêcher que ce ressort ne se dilate, mais que le Fig. 4.

ressort *LMN* soit arrêté de part & d'autre, par les résistances actives *R* & *S*, lesquelles ayent aussi les forces necessaires pour empêcher que ce ressort ne se dilate. Je supose de plus, & la chose me paroît assez évidente pour n'avoir pas besoin de démonstration, que la résistance *P* est autant pressée par l'effort du ressort *DEF*, que chacune des deux autres résistances *R* & *S*, l'est par l'effort du ressort *LMN*; car la résistance passive du plan immobile *mn*, reflue sur *P* avec autant de force, que la résistance active *R* reflue sur celle qui lui est oposée en *S*, & reciproquement. C'est une consequence necessaire de l'égalité parfaite qu'il y a toujours entre l'action & la réaction.

FIG. 5. 3. De là il s'ensuit que s'il y a une suite de plusieurs ressorts égaux, & également bandez *ACB*, *BED*, *DGF*, *FIH*; rangez en ordre l'un à côté de l'autre, dont le premier *ACB* soit appuyé contre un plan immobile *mn*; le second *BED*, contre le premier *ACB*; le troisiéme contre le second, & ainsi jusqu'au dernier: la puissance *L* qui leur résiste, & les empêche de se débander, est égale à la puissance *P* qui resiste à un seul de ces ressorts, aussi bandé que chacun des autres, & appuyé en *A* contre le plan inébranlable *mn*; car par l'article precedent le premier ressort *ACB*, ne presse le second ressort *BED*, & n'en est reciproquement pressé, que de la même maniere qu'il le seroit, si ôtant le premier ressort on substituoit à sa place un plan immobile, contre lequel le second ressort appuyeroit en *B*. Par la même raison le second ressort consideré ici comme le premier, pressera le troisiéme ressort *DGF*, & en sera reciproquement pressé, comme si celui-ci étoit effectivement à la place du second ressort, & ainsi de tous les autres, jusqu'au dernier ressort *FIH*. Il est donc manifeste que le dernier ressort *FIH*, agit contre la résistance *L*, de la même maniere que s'il étoit immediatement apuyé contre le point fixe *F*, ou ce qui revient à la même chose, la puissance *L* qui résiste à un nombre de ressorts égaux, & également tendus

dus, rangez en ligne droite, dont le premier eſt arrêté par un plan immobile mn, ou retenu contre un point fixe A, eſt égale à la puiſſance P, qui reſiſte à un ſeul de ces reſſorts tendu de même, & apuyé contre un point fixe A. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE.

4. Si il y a pluſieurs rangs compoſez d'un nombre different de reſſorts égaux & également bandez, & que chacun de ces rangs ſoit apuyé d'une part contre un point fixe, & que de l'autre il ſoit retenu par une puiſſance qui l'empêche de ſe débander; il eſt clair que ces puiſſances ſeront égales entre elles, chacune d'elles étant égale à la puiſſance qui peut retenir bandé un ſeul de ces reſſorts.

5. Concevons à preſent deux rangs de reſſorts égaux & également bandez, compoſez l'un de douze reſſorts, & l'autre de trois; dont une des extremitez ſoit apuyée contre les points fixes A & B, & l'autre arrêté par les boules L & P, que des puiſſances R & S empêchent de ſe mouvoir; il eſt viſible par le Corollaire précedent, que les deux boules L & P, ſeront également preſſées par l'effort que font les reſſorts pour ſe débander; & que par conſequent les forces mortes de ces boules, qui ne ſont autre choſe que ces preſſions mêmes, ſeront auſſi égales. FIG. 6.

6. Voyons maintenant ce que ces preſſions miſes en œuvres, peuvent produire de force vive; pour cet effet imaginons-nous que les puiſſances R & S, ſe retirent ſubitement. Il eſt conſtant que les boules L & P n'opoſant à l'effort des reſſorts que la réſiſtance qui provient de leurs inerties; ces boules ſeront obligées de céder, & que dans le mouvement acceleré, que leur imprimeront les reſſorts, la boule L acquerera plus de vîteſſe par les efforts continuez de douze reſſorts, que la boule P égale à la boule L n'en peut acquerir par les efforts continuez de trois reſſorts; car ſupoſé que le point E fut fixement

arrêté, les trois derniers ressorts 10, 11, 12, produiront seuls autant d'acceleration dans la boule L, que les trois ressorts 1, 2, 3, dans la boule P; mais il est visible que le point E n'étant pas fixe, les trois derniers ressorts 10, 11, 12, ne sçauroient se relâcher en suivant la boule L, que les neuf premiers ne se relâchent aussi, & ne poussent, chemin faisant, le point E, d'où il s'ensuit que les trois ressorts qui les précedent causeront à la boule L, une acceleration plus grande que les trois ressorts 1, 2, 3, ne la peuvent causer à la boule P.

7. Il n'est donc pas moins clair que la boule L aura acquis une plus grande vîtesse que la boule P, soit que tous les ressorts qui composent ces deux rangs se soient entierement débandez, soit que retenus par un obstacle qui les arrête, ils ne se soient débandez qu'en partie, & d'une maniere uniforme, en s'ouvrant, par exemple, de telle sorte, que d'un angle de 30 degrez que ces ressorts formoient auparavant, ils parviennent à en former un de 60 degrez.

8. Ceci étant une fois admis, peut-on douter que de deux corps égaux, celui qui a le plus de vîtesse, n'ait aussi le plus de force? Cependant nous venons de voir que les pressions ou forces mortes, que les boules L & P en repos, reçoivent des ressorts, avant que ces ressorts se dilatent, sont égales; & que ces mêmes boules mises en mouvement par les mêmes ressorts, ont des vîtesses inégales, d'où l'on pourroit déja inferer qu'il faut que ces forces soient d'une nature differente, & que par consequent on a eu tort de les confondre, & de soûtenir que puisque le moment où l'énergie des forces mortes, est en raison des produits des masses par leurs vîtesses virtuelles, les forces vives doivent aussi être proportionnelles aux produits des masses par leurs vîtesses actuelles.

9. Il ne suffit pas d'avoir prouvé que la force vive de la boule L, doit être plus grande que celle de la boule P; un peu d'attention fera voir que la boule L a précisement quatre fois autant de force vive que la boule P, en quel-

que raiſon que ſoient leurs maſſes. Car dès que les puiſſances réſiſtantes *R* & *S* ſont ôtées, les preſſions des reſſorts qui étoient contrebalancées par ces puiſſances, ſe tournent ſur le champ vers les boules *L* & *P*, & celles-ci commencent à ceder ainſi, chaque reſſort ſe débandant, chacun faiſant uſage de ſa force, & rien ne périſſant inutilement ; il faut de toute neceſſité que la force de chacun de ces reſſorts ſoit employée à produire ſon effet : & à quel effet ſeroit-elle employée, ſinon à mouvoir les boules ? Le mouvement de chaque boule ſera donc tel que ſa force vive ſera préciſement égale à l'effet complet & total de ce que tous les reſſorts pris enſemble y auront contribué : or chacun de ces reſſorts ſe dilatant également, par exemple, de 30 à 60 degrez, chacun d'eux contribuë également à produire cette force : donc les forces vives produites dans les boules *L* & *P*, ſeront comme le nombre des reſſorts qui ont contribué à leur production ; ſçavoir comme, 12 à 3, ou comme 4 à 1. *C. Q. F. D.*

CHAPITRE VII.

Où l'on démontre que les forces vives des corps, ſont en raiſon compoſée de leurs maſſes, & des quarrez de leurs vîteſſes.

1. Quant aux vîteſſes acquiſes des boules, que je ſupoſe preſentement égales en maſſes, je dis que ces vîteſſes ne ſont point entre elles comme le nombre des reſſorts qui les ont produites ; mais comme les racines quarrées de ces nombres, ſçavoir, dans cet exemple, comme $\sqrt{12}$, à $\sqrt{3}$; comme $\sqrt{4}$, à $\sqrt{1}$, ou enfin comme 2 à 1. En voici la démonſtration.

Je ſupoſe deux lignes droites quelconques, données *AC*, *BD*, que je prends pour deux rangs de petits reſ- Fig. 7.

forts égaux & également bandez : je supose de plus que deux boules égales commencent à se mouvoir des points C & D, vers F & I, lorsque les ressorts commencent à se dilater, soient CML, DNK, deux lignes courbes dont les apliquées GM, HN, expriment les vîtesses acquises aux points G & H. Je nomme $BD = a$, l'abscisse $DH = x$, sa differentielle HP, ou $NT = dx$, l'apliquée $HN = v$, sa differetielle $TO = dv$; je prends ensuite les abscisses CG, CE, de la courbe CLM telles, quelles soient aux abscisses de la courbe DNK, comme AC est à BD, ou ce qui est la même chose, je fais $BD, AC :: DH, CG :: DP, CE$. Suposant donc $AC = na$, on aura $CG = nx$, $GE = ndx$; soit enfin l'apliquée $GM = z$. Tout ceci suposé, je raisonne ainsi.

2. Les boules étant parvenuës aux points H & G, chaque ressort, tant de ceux qui étoient resserrez dans l'intervalle AC, que de ceux qui l'étoient dans l'intervalle BD, sera dilaté également, parce que $AC. CG :: BD. DH$, chacun de ces ressorts aura donc perdu de part & d'autre, une partie égale de son élasticité, & il leur en restera par consequent à chacun également. Donc (*Ch.* 6. §. 3 & 4.) les pressions & les forces mortes que les boules en reçoivent, sont aussi égales entre elles : je nomme cette pression p. Or l'accroissement élementaire de la vîtesse en H, je veux dire la differentielle TO, ou dv, est par la loi connuë de l'acceleration, en raison composée de la force motrice, ou de la pression p, & du petit tems que le mobile met à parcourir la differentielle HP, ou dx, lequel tems s'exprime par $\frac{HP}{HN} = \frac{dx}{v}$, on aura donc $dv = \frac{pdx}{v}$, & partant $vdv = pdx$, ce qui donne par l'integration $\frac{1}{2}vv = \int pdx$. Par la même raison on a, $dz = \frac{p \times GE}{GM} = \frac{p \times ndx}{z}$, par conséquent $zdz = npdx$; & en integrant $\frac{1}{2}zz = n\int pdx$, d'où il suit que $vv . zz :: \int pdx$.

$n\int p dx :: 1 . n :: a . na :: BD . AC$; or BD, eſt à AC, comme la force vive acquiſe en H, eſt à la force vive acquiſe en G. (*Chap.* 6. §. 9.) Donc ces deux forces ſont entre elles comme vv, à zz ; ainſi les forces vives des corps égaux en maſſes, ſont comme les quarrez de leurs vîteſſes, & les vîteſſes elles-mêmes ſont en raiſon ſoudoublée, ou comme les racines quarrées des forces vives. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

3. Si les corps ſont inégaux en maſſes, il eſt clair que leurs forces vives ſont comme les produits des maſſes par les quarrez des vîteſſes.

COROLLAIRE II.

4. Si on ſupoſe les droites AC, BD, infiniment longues, par raport aux eſpaces parcourus CG, DH ; la preſſion p ſera égale & uniforme dans toute l'étenduë du chemin que le mobile a à parcourir : en effet, les reſſorts AC & BD, s'étant dilatez juſqu'en G & en H, & les dilatations CG, DH, étant infiniment peu conſiderables, par raport à l'étenduë AC & BD, que ces reſſorts occupoient auparavant ; il eſt évident que chaque reſſort ne perd par ſa dilatation, qu'une partie infiniment petite de ſon effort ; & que par conſequent les preſſions p, que les boules reçoivent par ces efforts, ſeront égales, & uniformes dans tous les points des lignes CG & DH.

COROLLAIRE III.

5. Dans cette ſupoſition où p devient conſtante $\int p dx$, ſera px, & partant $\frac{1}{2} vv = px$, & $\frac{1}{2} zz = npx$; d'où il paroît que les courbes des vîteſſes CML, DNK, ſeront des paraboles d'un même parametre, exprimé par $2p$; car le parametre en C, eſt $\frac{MG^2}{CG} = \frac{2npx}{nx} = 2p$, & le parametre en D eſt $\frac{NH^2}{DH} = \frac{2px}{x} = 2p$.

COROLLAIRE IV.

6. Ainsi l'acceleration des boules, suit dans ce cas la même loi que celle des corps pesans qui tombent, puisque les quarrez des vîtesses acquises sont aussi comme les hauteurs parcouruës par les corps pesans en tombant; & comme la pesanteur est constante, de quelque hauteur qu'un corps tombe, de même la pression des boules est uniforme dans toute la longueur de leur chemin.

COROLLAIRE. V.

7. On peut donc considerer la chûte & l'acceleration d'un poids, comme étant causée par l'effort d'une matiere élastique, qui étenduë verticalement à l'infini, presseroit les corps de haut en bas, & les feroit descendre selon la loy connuë de l'acceleration. Il sera donc aussi permis d'apliquer aux forces vives de deux poids égaux, qui tombent de deux hauteurs differentes, ce qui a été prouvé des forces vives à l'égard de deux boules, sçavoir quels sont en raison de *AC* à *BD*, ou en raison des espaces parcourus, puisque *AC. BD* :: *CG. DH*, ce qui fait voir que les hauteurs differentes qu'un même poids, ou que deux poids égaux parcourent en tombant, sont proportionnelles à leurs forces vives acquises.

8. Cette démonstration justifie la maniere dont M. de Leibnitz mesuroit les forces vives des corps par les hauteurs ausquelles ces corps peuvent monter en vertu de leurs vîtesses. On dira peut-être que la cause de la pesanteur ne consiste pas dans la pression, que les corps qu'on nomme pesans reçoivent de l'effort d'une matiere élastique étenduë à l'infini. Mais cette objection seroit inutile; je ne prétens pas expliquer ici la veritable cause de la pesanteur. Je supose un principe, & j'examine ensuite quel seroit l'effet de ma suposition, si elle avoit lieu dans la nature, & si je montre que la loi de l'acceleration selon cette hypothese, ne differe pas de celle que la nature observe

dans la chûte des corps graves ; je ne vois pas pourquoi il ne me feroit pas permis d'attribuer à celle-ci tout ce qui se déduit legitimement de l'autre. Les Physiciens décomposent souvent le mouvement uniforme, en deux mouvemens collateraux, pour rendre raison d'un phenomene ; quoique ce mouvement n'a pas été composé originairement de ces deux mouvemens collateraux ; & comme le même mouvement peut être décomposé en deux mouvemens collateraux d'une infinité de manieres differentes, puisqu'il peut y avoir une infinité de parallelogrammes autour d'une même diagonale ; ils chosissent entre toutes ces manieres, celle qui les accommode le plus, sans qu'on se soit avisé de leur reprocher. Tout le monde est en droit de faire des supositions, & d'en tirer des conclusions ; de même qu'on a jamais défendu aux Géometres de supofer ou de tirer dans les figures des lignes qui n'y sont pas, pourvû qu'elles servent à démontrer quelques Theorêmes, ou à résoudre quelques Problêmes ; il n'en est pas de même de notre sujet, quelque soit la veritable cause de la pesanteur ; il me suffit d'indiquer une maniere de produire par l'action des ressorts, une acceleration tout-à-fait semblable à celle que produit la pesanteur, & que je fasse voir comme je l'ai fait, que les espaces parcourus *CG* & *DH*, sont entre eux comme les forces acquises des corps égaux aux points *G* & *H*, pour en pouvoir conclure que les forces vives de deux poids égaux, sont comme les hauteurs d'où tombent ces poids, ou ausquelles ils peuvent monter, & par consequent comme les quarrez des vîtesses.

9. On m'objectera peut-être que pour envisager la descente de deux poids de deux hauteurs differentes, sur le pied de deux espaces differens *CG*, *DH*, parcourus par l'action des ressorts : je suis obligé de supofer deux rangs inégaux de ressorts *AC* & *BD*, quoique chacun de ces rangs soit d'une étenduë infinie, que cependant la cause de la pesanteur est la même pour toutes les hauteurs que les graves peuvent parcourir en tombant. A cela je

répons, que je considere simplement ici l'effet que l'action de deux rangs de ressorts *AC* & *BD* peut produire, comme étant entierement identique avec celui que fait la pesanteur ; sans prétendre par là que la cause de la pesanteur consiste effectivement, dans une action de ressorts, ou dans la pression d'une matiere élastique qui par la continuation de son effort fasse descendre les corps pesans.

CHAPITRE VIII.

Où l'on confirme la mesure des forces vives, établies dans le Chapitre précedent, par des experiences & de nouvelles démonstrations.

1. JE ne crois pas que personne puisse revoquer en doute, après tout ce que nous venons d'expliquer, la verité de la regle établie pour l'estime de la force vive des corps ; ainsi nous regarderons comme une chose démontrée, que cette force est proportionnelle à la masse, ou à la quantité de matiere multipliée par le quarré de la vîtesse, & non par la simple vîtesse.

2. Il s'est fait depuis peu d'années diverses experiences qui confirment merveilleusement cette regle. On a laissé tomber pour cet effet, de differentes hauteurs sur une matiere molle, telle que du suif, ou de la terre-glaise, dont la surface étoit unie & de niveau, plusieurs boules égales en grandeur, & inégales en poids ; après quoi on a observé avec toute l'exactitude necessaire, combien ces boules avoient penetré dans la matiere molle. Cette experience reïterée un grand nombre de fois, on a remarqué que les enfonçûres étoient toujours égales lorsque les boules tomboient de hauteurs reciproquement proportionnelles à leurs poids.

3. On a conclu de l'égalité de ces enfonçures, que les

les boules avoient des forces égales dans le moment qu'elles commençoient à s'enfoncer. Mais la vîtesse de chaque boule au moment de l'enfoncement, étant en raison sous-doublée de sa hauteur, ou sa hauteur en raison doublée de sa vîtesse : il s'ensuit que les forces vives de deux corps differens sont égales, lorsque leurs masses, où quantité de matiere ont une raison reciproque aux quarrez de leurs vîtesses, conformement à la loy generale, qui veut *que la force vive d'un corps soit toujours proportionnelle au produit de la masse par le quarré de sa vîtesse*. C'est ce que nous avons prouvé par des démonstrations *à priori*, & que l'experience confirme à present.

4. J'ai encore d'autres preuves à alleguer pour le soutien de cette verité, mais si simples & si faciles, qu'il est surprenant que personne ne s'en soit aperçu avant moi; celles que je vais indiquer sont tirées du choc oblique des corps. Soient deux boules *A* & *C* parfaitement élastiques & égales entre elles, que *C* soit en repos, & que *A* vienne la fraper obliquement, suivant la direction, & avec la vîtesse exprimée par *AB*, que je supose faire un angle demi droit, avec la tangente commune qui passe par le point de rencontre des deux boules, pour déterminer ce qui leur arrivera après le choc; je décompose le mouvement par *AB*, en deux autres dont les directions sont *AF* & *FB*, l'une parellele, & l'autre perpendiculaire à la commune tangente, en consequence de la regle donnée ci-dessus pour le concours direct des corps, la boule *A* étant parvenuë en *B*, perdra tout son mouvement, selon la direction *FB*, pendant qu'elle conservera son mouvement par *AF*. Cette boule doit donc continuer à se mouvoir selon la direction *BE*, parallele à *AF*, avec une vîtesse *BE*=*AF*, tandis que la boule *C* recevra dans la direction *FB* prolongée, une vîtesse *CD*=*FD*=*AF*. Voilà donc la force de la boule *A* partagée après le choc en deux également; car puisque ces boules sont égales & ont des vîtesses égales, il s'ensuit que chacune a la FIG. 8.

moitié de la force, que la seule *A* avoit avant le choc ; d'où il est évident *que la force de la boule A avant le choc, est à la force de la boule C son égale après le choc, comme* 2 *est à* 1, *ou comme* AB^2, *à* BF^2, *c'est-à-dire, comme le quarré de la vîtesse de la boule A avant le choc, est au quarré de la vîtesse de la boule C, après le choc.*

5. Passons à une autre preuve, & au lieu de distribuer également la force d'une boule entre deux boules égales, démontrons la même verité par la réunion de deux forces égales en une ; concevons pour cet effet deux boules égales *D* & *E*, lesquelles se meuvent avec des vîtesses égales *DC*, *EB* ; sur des directions perpendiculaires l'une à l'autre, en sorte que la boule *D* parvenuë en *C*, rencontre directement la boule *E* parvenuë en *B*, il est visible que la premiere boule s'arrêtera tout court en *C*, & que l'autre boule se mouvra le long de la direction *BA*, faisant avec *BD* prolongée, un angle demi droit *ABF*, & que son mouvement par *BA*, sera composé de $FA=EB$, & de $BF=DC$. Voici donc un cas où la boule *E* ou *B*, possede toute seule après le choc, les deux forces que les deux boules avoient avant le choc. Mais ces deux forces étoient égales, tant à cause de l'égalité des boules, que de celles de leurs vîtesses. Donc la force de la boule *B* après le choc, est à la force de la boule *D* avant le choc, comme 2 est à 1, ou comme BA^2 est à $BF^2=DC^2$, c'est-à-dire, comme le quarré de la vîtesse de la boule *B* après le choc, au quarré de la vîtesse de la boule *D* avant le choc.

6. Peut-être soutiendra-t-on, que tout ce qu'on peut conclure de ces deux démonstrations, c'est que les forces vives de deux corps égaux, sont entre elles comme 2 est à 1, lorsque leurs vîtesses sont comme $\sqrt{2}$ à 1. J'en tombe d'accord, mais au moins ne sçauroit-on nier qu'elles ne démontrent invinciblement la fausseté du sentiment commun, qui veut que la force d'un corps en mouvement, soit proportionnelle à la quantité de son mouvement, ou au produit de sa masse par sa simple vîtesse.

CHAPITRE IX.

Démonstration generale & Géometrique du Theorême de la quantité des forces vives, proportionnelles aux produits des masses par les quarrez des vîtesses.

1. MAis sans insister davantage sur la validité des démonstrations précedentes, je me propose d'en donner ici une generale si fort au-dessus de toute exception, que je la crois seule capable de convaincre les partisans les plus obstinez, de l'opinion vulgaire ; elle est aussi fondée sur la décomposition du mouvement. Je prouverai donc d'une maniere géometrique, que quand un corps a précisement autant de vîtesse qu'il lui en faut pour plier un ressort contre lequel il heurte perpendiculairement, ce même corps pourra plier avec une vîtesse double de la premiere, je ne dis pas deux, mais quatre ressorts pareils au premier, & qu'avec une vîtesse triple il ne sera pas simplement en état de plier trois ressorts comme les précedens, mais neuf, & ainsi de suite.

2. Pour se convaincre de cette verité, figurons-nous que le corps C frape obliquement un ressort placé en L, avec la vîtesse CL, soit l'angle de l'obliquité CLP de 30 degrez, afin que la perpendiculaire CP devienne égale à $\frac{1}{2} CL$, soit la vîtesse $CL = 2$; & soit enfin la résistance du ressort L, telle que pour le plier il faille précisement un degré de vîtesse dans le corps C, lorsque ce corps le heurte perpendiculairement. On supose que le corps C se meut sur un plan horisontal. Ceci connu, je dis qu'après que le corps C, aura choqué obliquement le ressort L, avec une vîtesse CL de deux degrez ; vîtesse qui en vertu de la composition du mouvement est composée de $CP = 1$, & de $PL = \sqrt{3}$; ce corps perdra entierement le mouvement perpendiculaire par CP, & ne FIG. 9.

retiendra que le mouvement par *PL*; ainsi le corps *C* après avoir consumé son mouvement par *CP*, à plier le premier ressort *L*, continuëra à se mouvoir dans la direction *PLM* avec une vîtesse $LM = PL = \sqrt{3}$: concevons au point *M*, un second ressort semblable au premier, & l'angle de l'obliquité *LMQ*, tel que la perpendiculaire *LQ* soit $=1$. Il est clair que le mouvement par *LM*, étant composé de deux collateraux par *LQ* & *QM*, le mouvement par *LQ* sera entierement consumé, à plier le ressort *M*, pendant que le mouvement par *QM*, continuëra selon la direction *QMN*, avec une vîtesse $MN = QM = \sqrt{2}$. Imaginons au point *N* un troisiéme ressort égal à chacun des precedens que le corps *C* rencontre sous un angle demi droit *MNR*, afin que *MR*, perpendiculaire à la ligne de situation du ressort, devienne égale à 1 : il est manifeste que le mouvement par *MN*, composé des mouvemens par *MR*, & par *RN*, consumera le premier de ces mouvemens par *MR*, à plier le ressort *N*; & par consequent son autre mouvement par *RN* continuëra avec une vîtesse $NO = RN = 1$. Le corps *C* conserve donc encore un degré de vîtesse suivant la direction *RNO*, après avoir plié les trois ressorts *L*, *M*, *N*, & c'est avec ce degré de vîtesse que le corps *C* pliera le quatriéme ressort *O*, contre lequel je supose qu'il heurte perpendiculairement.

Il paroît de tout ceci que le corps *C* a la force de plier avec deux degrez de vîtesse, quatre ressorts dont chacun demande pour être plié, un degré de vîtesse dans le corps *C*. Mais ces quatre ressorts pliez, sont l'effet total de la force du corps *C*, mû avec deux degrez de vîtesse; puisque toute cette vîtesse du corps *C* se consume à plier ces quatre ressorts l'un après l'autre : & un seul ressort plié, est l'effet total de la force du même corps *C*, mû avec un degré de vîtesse, puisque la résistance de chaque ressort est telle, qu'elle détruit précisement un degré de vîtesse dans le corps *C* : puis donc que les effets totaux sont entre eux, comme les forces qui ont produit

ces effets, il faut que *la force vive* du corps C, mû avec deux degrez de vîtesses, soit quatre fois plus grande que *la force vive* du même corps mû avec un degré de vîtesse.

3. On démontrera de la même maniere qu'une vîtesse triple, quadruple, quintuple, &c. fait avoir au corps C, une force, neuf fois, seize fois, vingt-cinq fois, &c. plus grande, parce que dans ce cas il sera capable de plier avant de s'arrêter, 9, 16, 25, &c. ressorts égaux. Il n'y a pour cela qu'à donner à CL, une obliquité convenable sur le premier ressort, & telle que CP soit à CL, comme 1 est à 3, 4, 5, &c. & diriger les autres obliquitez suivant l'exigence du cas. Je tire de tout ceci cette conclusion generale, *que la force vive d'un corps est proportionnelle au quarré de sa vîtesse, & non à sa simple vîtesse.*

CHAPITRE X.

Des trois loix qui s'observent constament dans le choc direct de deux corps. Que l'une de ces loix prise à discretion, a toujours une connexion necessaire avec les deux autres.

1. Joignons à ce que nous venons de dire quelques réflexions sur cette triple loi, que les corps durs que j'ai nommez parfaitement roides, observent inviolablement quand ils se choquent; la premiere de ces loix a été démontrée au Chapitre 4. §. 5. elle consiste dans la conservation de la vîtesse respective avant & après le choc. On trouve cette vîtesse respective en prenant la difference des vîtesses absoluës, lorsque les corps vont d'un même côté, & leur somme lorsqu'ils se meuvent en sens contraire. La seconde loi démontrée au même Chapitre §. 8. établit la conservation de la quantité de direction toujours égale au produit de la somme des masses, par la vîtesse du commun centre de gravité. La troi-

siéme consiste enfin, dans la conservation de la quantité des forces vives. Ce seroit obscurcir cette loi que d'entreprendre de la démontrer. En effet tout le monde regarde comme un axiome incontestable, que toute cause efficiente ne sçauroit perir, ni en tout, ni en partie, qu'elle ne produise un effet égal à sa perte. L'idée que nous avons de la force vive, en tant quelle existe dans un corps qui se meut, est quelque chose d'absolu, d'indépendant, & de si positif, qu'elle resteroit dans ce corps, quand même le reste de l'Univers seroit anéanti. Il est donc clair que la force vive d'un corps diminuant ou augmentant à la rencontre d'un autre corps ; la force vive de cet autre corps doit en échange augmenter ou diminuer de la même quantité ; l'augmentation de l'une étant l'effet immediat de la diminution de l'autre, ce qui emporte necessairement la conservation de la quantité totale des forces vives : aussi cette quantité est-elle absolument inalterable par le choc des corps.

2. Mais autant que cette loi est évidente & certaine, par la seule idée qu'on doit avoir de la force vive ; autant incertaine, a été jusqu'ici la maniere de mesurer cette force, un préjugé general ayant fait croire qu'elle étoit proportionnelle au produit de la masse par la vîtesse : c'est de ce préjugé qu'est venuë la fausse opinion de la conservation de la quantité du mouvement, dont on ne s'est desabusé que depuis que des personnes éclairées ont démontré que la quantité du mouvement peut être augmentée & diminuée par le choc des corps, sans démontrer pourtant en quoi consiste la veritable maniere de mesurer les forces vives. M. de Leibnitz découvrit le premier qu'elles étoient en raison des produits des masses par les quarrez des vîtesses ; mais comme nous l'avons déja dit, peu de gens acquiescerent à ses raisonnemens. Je crois avoir établi cette verité d'une maniere si évidente, que desormais elle sera à l'abri de toute contestation.

3. Quelques réflexions sur la nature de cette triple

loi, nous feront encore remarquer que des trois conſervations qui ſe font, 1°. de la vîteſſe reſpective ; 2°. de la quantité de direction ; 3°. de la ſomme des produits des maſſes par les quarrez des vîteſſes, deux étant accordées, la troiſiéme l'eſt auſſi d'une neceſſité geometrique ; ce que je démontre ainſi, ſoient A & B deux corps, leurs vîteſſes avant le choc a & b, & leurs vîteſſes après le choc x & y ; ſupoſons d'abord qu'avant & après le choc, ces corps ſe meuvent du même côté. La premiere conſervation donnera $a-b=y-x$; la ſeconde $Aa+Bb=Ax+By$. J'en déduis la troiſiéme de cette maniere : par la tranſpoſition des termes il vient $a+x=y+b$, & $Aa-Ax=By-Bb$. Qu'on multiplie les membres de ces deux équations, ſçavoir $Aa-Ax$, par $a+x$, & $By-Bb$, par $y+b$, les produits donneront une nouvelle équation $Aaa-Axx=Byy-Bbb$, laquelle par la tranſpoſition des termes, ſe changera en $Aaa+Bbb=Axx+Byy$, formule qui exprime parfaitement ce qu'on cherche, je veux dire la conſervation de la ſomme des produits, par les quarrez des vîteſſes. On voit aiſémement que ſi on rend a ou b, de même que x ou y negatif, pour marquer le mouvement en ſens contraire des corps A & B, tant avant qu'après le choc, cette ſupoſition ne changera rien dans les ſignes des termes de l'équation trouvée $Aaa+Bbb=Axx+Byy$, parce que les dimenſions de ces lettres ſont en nombre pair dans tous les termes de cette équation.

4. Il paroît par ce calcul que la conſervation de la ſomme des produits des maſſes par les quarrez des vîteſſes, à une connexion neceſſaire avec les deux autres conſervations ; & toute perſonne un peu Geometre, auroit pû l'en tirer comme un ſimple Corollaire, ſans en penetrer l'utilité, ç'auroit été entre ſes mains, une verité ſterile & purement geometrique. Et c'eſt ce qui eſt effectivement arrivé à M. Huguens, quoique grand Mathematicien, & genie du premier ordre. Il a formé de cette propoſition un Theorême qu'il a enſuite démontré

à (*) sa maniere, mais sans trouver dans ce Theorême la conservation de la quantité des forces vives qui y est cachée, Monsieur Huguens ignoroit sans doute que la force d'un corps en mouvement, est proportionnelle au produit de sa masse par le quarré de sa vîtesse, où il refusoit d'admettre cette proposition, faute de recourir à la nature & à ses premiers principes, les Théorêmes les plus importans dégenerent en de simples spéculations.

5. Mais à present que cette verité est mise dans son jour, & hors de toute atteinte, on a lieu d'admirer la parfaite conformité qui regne entre les loix de la Nature, & celles de la Geometrie; conformité qu'elle observe si constament, & dans toutes les circonstance; il semble que la Nature ait consulté la Geometrie, en établissant les loix du Mouvement. Car si il eut été possible que les forces des corps qui sont en mouvement, n'eussent pas été en raison des produits des masses par les quarrez des vîtesses, & que la Nature les eut faites en un autre raison; elle se seroit démentie, l'ordre de la Geometrie auroit été violé. La quantité des forces vives, source unique de la continuation du mouvement dans l'Univers, ne se seroit pas conservée; plus d'égalité par consequent entre les causes efficientes & leurs effets; en un mot toute la Nature seroit tombée dans le desordre.

CHAPITRE XI.

Du choc de trois corps durs, selon differentes directions.

1. Lorsque trois corps durs se choquent à la fois, selon differentes directions, il est difficile de déterminer leurs vîtesses après le choc, parce que la con-

(*) Voyez la longue Démonstration qu'il en a donnée dans son Traité, *De motu corporum ex percuss. prop. XI.*

servation

ſervation de la vîteſſe reſpective n'a pas lieu ici, comme il eſt aiſé de le voir, pour peu d'attention qu'on y faſſe. Mais on en peut venir à bout par le moyen la veritable eſtime des forces vives, & de la conſervation de la quantité de direction, leſquelles ont lieu en toutes ſortes de choc, quelque ſoit le nombre des corps qui ſe rencontrent.

2. Soient *A* & *B* deux boules que je ſuppoſe en repos, & dont les maſſes ſont égales; ſoit une troiſiéme boule *C*, d'une maſſe quelconque qui ſe meuve contre les deux premieres, ſuivant la direction *CD*, perpendiculaire à la droite qui joint les centres des deux boules *A* & *B*; enſorte que celles-ci ſoient frapées tout à la fois par la boule *C* parvenuë en *D*, on demande quelle ſera la direction & la vîteſſe de chacune de ces boules après leur choc? Fig. 10.

SOLUTION.

3. La direction de ces boules après leur choc ne ſouffre aucune difficulté; car ſi du centre de la boule *D*, on tire les droites *DF*, *DG*, par les points d'attouchement, ou par les centres des deux autres boules, il eſt viſible que ces lignes feront les directions des boules frapées, & que la boule *C* reculera, s'arrêtera, ou s'avancera dans la ligne de ſa direction *CD*, ſelon que les boules qu'elle aura frapées auront plus ou moins de maſſe; l'expreſſion de leurs vîteſſes eſt un peu plus difficile: je la détermine par le calcul ſuivant.

4. Soient exprimez la vîteſſe de la boule *C*, par $CD = a$; la vîteſſe de la même boule après le choc, par $DE = x$; & la vîteſſe des boules *A* & *B*, par *AF*, & $BG = y$, ſoit la maſſe de la boule *A*, ou de la boule $B = n$, & la maſſe de la boule $C = m$, la quantité de la direction avant le choc, ſera $= ma$, & la quantité de direction après le choc, ſera $= mx + \frac{2q}{p} ny$. Je ſupoſe que *H* eſt le point du milieu de la droite qui joint les centres des deux boules *A* & *B*, parvenuës en *F* & *G*, & qu'ainſi ce

point est le centre commun de gravité des deux boules F & G; & je nomme p à q, la raison de DF à DH, j'aurai donc, en vertu de la conservation de la quantité de direction, cette égalité $ma = mx + \frac{2q}{p}ny$. Or la quantité de la force vive avant le choc, est $= maa$, & la quantité des forces après le choc, est $= mxx + 2nyy$, donc $maa = mxx + 2nyy$, on trouve la valeur des inconnuës x & y, par la comparaison de ces deux équations : le calcul donne $x = \frac{ppma - 2qqna}{ppm + 2qqn}$, & $y = \frac{2pqma}{ppm + 2qqn}$.

COROLLAIRE I.

5. Si $ppm = 2qqn$, ou ce qui revient à la même chose, si $pp. qq :: 2n. m$, c'est-à-dire, si la somme des deux boules A & B est à la boule C, comme le quarré du sinus total, est au quarré du sinus de l'angle DFH, complement de l'angle FDH, on aura $x = 0$; auquel cas la boule C s'arrêtera tout court après le choc en D; la vîtesse de chaque boule A & B, ou y, $\left(\frac{2pqma}{ppm + 2qqn}\right)$ Sera $= \frac{qa}{p}$, & AF, ou BG deviendra quatriéme proportionnelle du sinus total, du sinus de l'angle DFH, & de CD, qui exprime la vîtesse de la boule C.

COROLLAIRE II.

6. Il s'ensuit encore que si les trois boules C, A, B, sont égales, & que FDG soit un angle droit, ou FDH un demi angle droit, la boule C s'arrêtera en D, & chacune des deux autres se mouvra avec une vîtesse qui sera à celle de la boule C avant le choc, comme le côté d'un quarré est à sa diagonale, ou comme 1 à $\sqrt{2}$, car dans ce cas on aura $pp. qq :: 2. 1 :: 2n. m$, & $y \left(\frac{qa}{p}\right) = \frac{1a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{\frac{1}{2}}$.

COROLLAIRE III.

7. Si ppm eſt plus petit que $2qqn$, la valeur de x, ou DE ſera negative, & par conſequent la boule C rebrouſſera après qu'elle aura frapé les boules A & B, & ſi la boule C étoit infiniment petite par raport aux autres, elle rebrouſſeroit avec la même vîteſſe qu'elle avoit avant le choc, & les deux boules A & B reſteroient immobiles, car on auroit $x = \frac{-2qqna}{2qqn} = -a$, & $y = \frac{2pqoa}{2qqn} = o$.

COROLLAIRE IV.

8. Et ſi au contraire les boules A & B étoient infiniment petites par raport à la boule C, celle-ci continuëroit à ſe mouvoir après le choc ſans aucune perte ſenſible de ſa vîteſſe, & les boules A & B acquereroient chacune une vîteſſe double de celle qu'elles auroient euës dans le cas du premier Corollaire; car x deviendroit $= \frac{ppma}{ppm} = a$, & $y = \frac{2pqma}{ppm} = \frac{2qa}{p}$. D'où on voit qu'en diminuant à l'infini les boules A & B, on augmentera leurs vîteſſes, mais ſans parvenir jamais au double de la quatriéme proportionnelle du ſinus total, du ſinus de l'angle DFH, & de la vîteſſe de la boule C.

COROLLAIRE V.

9. Si l'angle FDG eſt infiniment aigu, je veux dire, ſi $p = q$, les directions AF, BG, tomberont ſur DH, & les boules A & B pourront être regardées comme réunies en un ſeul corps, ce qui eſt un cas du choc direct expliqué ci-deſſus Chapitre 4. §. 2. En effet faiſant $p = q$, on aura $x = \frac{ma - 2na}{m + 2n}$, & $y = \frac{2ma}{m + 2n}$; conformement à ce qui a été trouvé dans l'endroit cité, où on a exprimé par A & B ce qui l'eſt ici par m & $2n$.

COROLLAIRE VI.

10. Si les angles *FDH*, & *GDH* sont aussi grands qu'ils puissent l'être, c'est-à-dire, si chacun de ces angles est droit, & que par consequent les directions *AF* & *BG*, soient dans une même ligne perpendiculaire à la direction *CD*; la boule *C* étant parvenuë en *D*, ne fera que friser les boules *A* & *B*, & coulera entre deux sans leur imprimer aucune vîtesse, aussi aura-t-on dans ce cas où $q = o$, $x = \frac{ppma}{ppm} = a$, & $y = \frac{2pmoa}{ppm} = o$.

11. Il est manifeste par ces deux derniers Corollaires, que les directions *AF*, *BG* peuvent former avec la direction *DH*, des angles *FDH*, *GDH*, tels que les boules *A* & *B* s'éloigneront de la direction *CDH*, le plus vîte qu'il est possible; je veux dire, qu'il y a un *maximum* entre toutes les directions des boules *A* & *B*, qui contribuë à former cet éloignement, ce qui donne lieu à un Problême assez curieux que voici.

PROBLEME I.

12. *On demande la grandeur des angles FDH & GDH, des directions AF & BG, suivant lesquelles les boules données A & B, frapées par une troisiéme boule donnée C, dont la vîtesse est aussi donnée, s'éloignent l'une de l'autre le plus vîte qu'il est possible dans un tems donné, ou ce qui revient à la même chose, on exige que la vîtesse respective des boules A & B, soit la plus grande qu'il est possible.*

Je trouve par la methode de *maximis*, que pour résoudre ce Problême, il faut faire cette analogie : comme $2m + 2n$ est à $m + 2n$; ainsi le quarré du sinus total, est à un quatriéme terme. La racine quarrée de ce dernier terme donnera le sinus de l'angle cherché *FDH* ou *GDH*: c'est pour abreger que je n'en mets pas ici l'analise.

COROLLAIRE I.

13. Si les trois boules *A*, *B*, *C* ſont égales, l'angle *FDH* ſera de 60 degrez, ou les deux tiers d'un angle droit; & par conſequent le double de cet angle *FDG* ſera de 120 degrez, ou les $\frac{4}{3}$ d'un droit; car dans ce cas $2m+2n$, eſt à $m+2n$, comme 4 eſt à 3. Ce qui eſt préciſement la raiſon du quarré du ſinus total, au quarré du ſinus de 60 degrez.

COROLLAIRE II.

14. Si la boule *C* eſt égale à la ſomme des deux boules *A* & *B*, on aura $2m+2n.\ m+2n::3.\ 2.$ ce qui donne à très-peu de choſe près l'angle *FDH*, de 54 degrez 44 minutes, le même angle que pluſieurs perſonnes ont démontré que la barre du gouvernail devoit faire avec la quille du Vaiſſeau, pour l'obliger à virer le plus promptement qu'il eſt poſſible.

COROLLAIRE III.

15. Comme $m+2n$ excede toujours la moitié de $2m+2n$, il s'enſuit que l'angle du plus grand éloignement *FDH*, eſt auſſi toujours plus grand qu'un demi droit; mais ſi les boules *A* & *B* ſont ſupoſées infiniment petites par raport à la boule *C*, alors l'angle *FDH* ſera demi droit, & ſon double l'angle *FDG* deviendra droit.

16. Il y a des cas où la vîteſſe abſoluë des boules *A* & *B* peut devenir un *maximum*, ce qui eſt un eſpece de paradoxe: il conſiſte en ce que ſi ces boules ſont réunies en un corps, & choquées directement par la boule *C*, elles en recevront une vîteſſe abſoluë moindre que ſi ces boules étoient ſeparées & frapées ſelon certaines directions. On tire de cette remarque un nouveau Problême.

PROBLEME II.

17. *Toutes choſes ſupoſées comme dans le Problême precedent, on demande les directions AF, BG, les plus avantageuſes, pour que les boules données A & B, frapées à la fois par une troiſiéme boule C, en reçoivent la plus grande vîteſſe poſſible, ſuivant ces mêmes directions.*

On réſoudra ce Problême ſi ſupoſant que la valeur generale de $y = \frac{2pqma}{ppm + 2qqn}$ eſt un *maximum*, on la differentie en prenant la lettre q pour variable, & les autres pour invariables, & qu'en ſuite on égale la differentielle à *zero*; de cette maniere on trouvera $qq = \frac{mpp}{2n}$, & par conſequent le quarré du ſinus de l'angle FDH, c'eſt-à-dire, $pp - qq = \frac{2n - m}{2n} pp$. D'où l'on tire cette analogie, comme $2n$ eſt à $2n - m$; ainſi pp où le quarré du ſinus total eſt à un quatriéme terme, dont la racine quarrée donnera le ſinus de l'angle cherché, FDH, ou GDH.

COROLLAIRE I.

18. Lorſque les trois boules ſont égales, l'angle FDH devient demi droit, & le double $FDG =$ à un angle droit.

COROLLAIRE II.

19. Si $m = 2n$, ou ſi la boule C eſt égale à la ſomme des deux autres, l'angle FDH devient nul, je veux dire que la plus grande vîteſſe ſera imprimée aux boules A & B, lorſqu'elles ſeront réunies & frapées directement par la boule C.

COROLLAIRE III.

20. Dans tous les cas où m eſt plus petite que $2n$, il y aura toujours certaines directions obliques AF & BG,

le longs desquelles les boules A & B frapées par la boule C, iront avec plus de vîtesse, que si étant réunies elles étoient frapées directement & avec la même vîtesse, par la même boule C, soit, par exemple, $m = \frac{3}{2} n$, ou $C.A$ :: 3.2, l'angle FDH doit être de 30 degrez, & son double FDG de 60 degrez, la plus grande vîtesse absoluë que les boules A & B puissent recevoir par le choc de la boule C, se fera donc quand le triangle FGD sera équilateral. Soit $m = \frac{1}{2} n$ l'angle FDH le plus avantageux sera de 60 degrez, & ainsi des autres.

COROLLAIRE IV.

21. Mais si m est plus grand que $2n$, il n'y aura plus de direction oblique qui jouisse du privilege de la plus grande vîtesse ; alors la vîtesse sera toujours plus grande à mesure que l'angle FDH diminuera, ou que la boule C frapera plus directement les boules A & B ; la raison en est évidente ; car si m étoit $> 2n$, q, ou $\frac{\sqrt{mpp}}{2n}$, devroit être aussi plus grand que p. Mais aucun sinus ne peut être plus grand que le sinus total.

CHAPITRE XII.

Du choc d'un corps contre plusieurs autres, & de la détermination generale de leur mouvement après le choc.

1. Après avoir déterminé ce qui arrive quand une boule en frape deux autres qui sont egales entre elles, & disposées à se mouvoir après le choc, suivant des directions également inclinées sur la direction de la boule qui frape, que j'apellerai dans la suite *direction moyenne* ; je passe à la consideration de deux paires de

boules, dont les directions de chaque paire fassent des angles égaux avec la direction moyenne. Je supose d'abord que les deux boules de chaque paire, sont égales entre elles : considerant ensuite ces quatre boules, comme venant à être frapées à la fois avec une vîtesse donnée par une cinquiéme boule quelconque ; il s'agit de déterminer le degré de vîtesse que chacune de ces quatre boules recevra après le choc, & celle que conservera la boule qui les a frapées, soit en avant, soit en arriere.

2. Cette question me parût si difficile la premiere fois que j'y pensai, que je fus tenté de croire que la resolution en étoit impossible ; aussi ne connois-je personne qui l'ait entreprise. Il me sembloit qu'il n'y avoit pas assez de choses données ; cependant un peu de tems & de reflexions m'ont fourni les moyens d'en venir à bout ; & ma methode est telle, que non seulement elle satisfait à cette question, mais qu'on peut l'appliquer à un aussi grand nombre de paires de boules qu'on voudra, prises dans les circonstances prescrites : donnons-en un essai.

FIG. II. 3. Soit la boule *C* en mouvement, selon la direction *CDH*, & que cette boule parvenuë en *D*, frape à la fois contre les deux paires de boules respectivement égales, *A* & *B*, *K* & *L*, que je supose etre situées de maniere que les droites *DAF* & *DBG*, *DKT* & *DLV*, tirées du centre de la boule qui frape par les points d'attouchement, fassent de part & d'autre des angles égaux avec la ligne de moyenne direction $FDH = GDH$, & $TDI = VDI$, il est clair que ces lignes seront les directions des quatres boules. Reste à déterminer leurs vîtesses exprimées par *AF* & *KT*, ou *BG* & *LV*.

4. Pour résoudre ce qui paroît le plus épineux dans cette question, je m'avisai de considerer la boule *C* ou *D*, comme étant partagée au hazard en deux parties quelconques *R* & *S*, separables l'une de l'autre, mais qui se meuvent conjointement jusqu'en *D*, où je supose que la partie *R* choque seulement les deux boules *A* & *B*, dans

dans le même instant que la partie *S* frape les deux autres boules *K* & *L*. On peut donc considerer la chose comme un double cas de la premiere question déja resoluë pour trois boules. On déterminera ensuite separement, les vîtesses des parties *R* & *S* après le choc. Mais ces deux vîteſſes differeront plus ou moins, ſelon le raport qu'il y aura entre les deux parties *R* & *S* de la boule *D*, lesquelles se séparant après le choc, chacune se mouvra avec ce qui lui restera de vîtesse propre. Cependant je conçois qu'il peut y avoir une raison entre *R* & *S*, telle qu'il restera à chacune de ces parties une vîtesse égale après le choc, & qu'ainsi elles iront de compagnie, & avant & après le choc. De cette maniere les parties *R* & *S* demeurant contiguës, elles continueront de faire ensemble un même tout, de même que si la boule *C* n'avoit point été partagée. Mais il est aisé de voir que les vîtesses que les cinq boules auroient dans cette suposition, sont précisement les mêmes que si une boule entiere & égale à *D*, choquoit dans les mêmes circonstances, les quatre boules *A* & *B*, *K* & *L*. Le nœud de la question consiste donc à déterminer la raison qui doit être entre les parties *R* & S, pour que ces parties se meuvent de même vîtesse après le choc : ceci trouvé le reste en coule naturellement.

5. Tel est le plan que je me suis proposé, il s'agit de l'executer. Soit donc la boule *C* ou $D = M$, la boule *A*, ou $B = n$, la boule *K*, ou $L = N$; la vîtesse *CD* de la boule *C* avant le choc $= a$; le sinus total $= p$; le sinus de l'angle *DFH*, complement de $FDH = q$; le sinus de l'angle *DTI*, complement de $TDI = Q$. Maintenant pour trouver la vîtesse de la partie *R* après le choc, je consulte la formule pour trois boules $x = \frac{ppma - 2qqna}{ppm + 2qqn}$, où je substitue *R* à *m*, laissant les autres lettres qui sont ici les mêmes, j'aurai par ce moyen *x* où la vîtesse de la partie *R* après le choc égale à $\frac{ppRa - 2qqna}{ppR + 2qqn}$; je substitue ensuite dans la

formule S à m, N à n, & Q à q, pour avoir la vîteſſe de la partie $S = \frac{ppSa - 2QQNa}{ppS + 2QQN}$; mais puiſqu'il faut que les vîteſſes de R & de S ſoient égales, pour que ces parties ne ſe ſeparent pas après le choc, formons cette égalité : $\frac{ppRa - 2qqna}{ppR + 2qqn} = \frac{ppSa - 2QQNa}{ppS + 2QQN}$, qui réduite, donnera la valeur de $S = \frac{QQNR}{qqn}$. Et dautant que les parties R & S priſes enſemble, compoſent la boule entiere M ; il s'enſuit que $R + \frac{QQNR}{qqn} = M$. D'où il ſuit que $R = \frac{qqnM}{qqn + QQN}$. Subſtituant donc cette valeur de R dans celle de S, on aura auſſi $S = \frac{QQNM}{qqn + QQN}$; en ſorte qu'il ne reſte plus qu'à ſubſtituer la valeur de R dans $\frac{ppRa - 2qqna}{ppR + 2qqn}$, ou ce qui eſt la même choſe, la valeur de S dans $\frac{ppSa - 2QQNa}{ppS + 2QQN}$, pour obtenir la vîteſſe commune à chaque partie après le choc ; & par conſequent la vîteſſe de toute la boule M qui ſera $= \frac{ppMa - 2qqna - 2QQNa}{ppM + 2qqn + 2QQN}$. Quant aux vîteſſes des boules frapées A & B, K & L, je prends la formule pour trois boules $y = \frac{2pqma}{ppm + 2qqn}$, dans laquelle je ſubſtituë premierement la valeur de $R = \frac{qqnM}{qqn + QQN}$, à m, ſans toucher aux autres lettres ; & enſuite la valeur de $S = \frac{QQNM}{qqn + QQN}$, à m, N à n, & Q à q ; la premiere de ces ſubſtitutions donne la vîteſſe AF, ou BG des boules A & B, $= \frac{2pqMa}{ppM + 2qqn + 2QQN}$, & la ſeconde fait connoître la vîteſſe KT, ou LV, des boules K & L,

égale à $\frac{2pQMa}{ppM + 2qqn + 2QQN}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

SCHOLIE.

6. On se servira de la même methode à déterminer les vîtesses de tel nombre de paires de boules qu'on voudra, de trois paires par exemple. Pour cet effet partagez par la pensée la boule *C* ou *D*, en deux parties *R* & *S*; & que l'une de ces parties, comme *R*, frape une paire de boules, tandis que la partie *S* heurtera contre les deux autres paires. Cherchez ensuite séparement les vîtesses que *R* & *S* auront après le choc, & égalez ces deux vîtesses, vous déterminerez les valeurs des parties *R* & *S*, & le Problême réduit au cas précedent de deux paires de boules se résoudra de même. On voit aisément que cette methode s'étend également à tout nombre de paires de boules proposé. Mais sans entrer dans un calcul long & penible, ce que nous avons dit de la formation des formules pour une, & deux paires de boules, indique suffisamment, la maniere de le tendre à autant de paires de boules qu'on voudra. Soit, par exemple, la masse de la boule qui frape, nommée *M*, & les masses des boules frapées *e*, *f*, *g*, *&c.* soient de plus les sinus des complemens des angles de leurs directions, avec la direction moyenne, *q*, *r*, *t*, *&c.* Je dis qu'on aura après le choc, 1°. la vîtesse de la boule qui frape,

$$= \frac{ppMa - 2qqea - 2rrfa - 2ttga - \&c.}{ppM + 2qqe + rrf + 2ttg + \&c.}$$

2°. la vîtesse de la boule *e*,

$$= \frac{2pqMa}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$

3°. la vîtesse de la boule *f*,

$$= \frac{2prMa}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$

4°. la vîteſſe de la boule g,

$$= \frac{2ptMa}{ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.}$$ Et ainſi à l'infini.

COROLLAIRE I.

7. On voit que les vîteſſes des boules frapées, ſont entre elles comme q, r, t, *&c.* c'eſt-à-dire, proportionnelles au ſinus des complemens des angles que font leurs directions, avec la direction moyenne.

COROLLAIRE II.

8. La vîteſſe avant le choc de la boule qui frape, eſt à ſa vîteſſe après le choc, comme $ppM + 2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.$ eſt à $ppM - 2qqe - 2rrf - 2ttg - \&c.$ & ſi ppM eſt $>$ ou $=$ ou $<$, que $2qqe + 2rrf + 2ttg + \&c.$ la vîteſſe de cette boule après le choc ſera affirmative, nulle ou negative. Je veux dire qu'après le choc cette boule ira en avant, qu'elle s'arrêtera, ou qu'elle reculera.

COROLLAIRE III.

9. Je ſupoſe à preſent qu'une boule quelconque C, frape à la fois un nombre infini de petites boules uniformement ſituées autour d'un grand cercle de la boule qui
FIG. 12. les frape, comme on voit dans cette Figure, où les arcs égaux AE & AB, ſont cenſez occupez par une multitude égale & infinie de part & d'autre de petites boules $e, e, e,$ *&c.* $b, b, b, b,$ toutes égales entre elles, mais dont la ſomme des maſſes ait une proportion finie & comparable à la maſſe de la boule C ou D. Je dis que la détermination des vîteſſes de toutes ces boules après le choc, tant de la boule qui frape, que de chacune de celles qui ſont frapées, dépend de la quadrature du cercle, lorſque les arcs AE, AB, occupent moins d'un demi cercle ſur la circonference EAB.

10. Mais ces vîteſſes peuvent être déterminées alge-

briquement, lorſque chacun des arcs AE, AB eſt égal au quart de cercle D, & partant l'arc entier EAB = à ſa demi circonference. Soit donc comme ci-deſſus la boule qui frape $= M$, ſa vîteſſe avant le choc $= a$, la ſomme de toutes les boules frapées $= N$, le ſinus du complement de l'obliquité de la direction de l'une de ces petites boules quelconques $= R$; la vîteſſe de la boule qui frape, ſera après le choc $= \frac{2Ma - Na}{2M + N}$, & la vîteſſe de la petite boule frapée $= \frac{4M \times Ra}{2M + N}$. D'où il paroît que la boule qui frape doit perdre toute ſa vîteſſe, & s'arrêter après le choc, dans le cas où $N = 2M$. Mais en general ſa perte eſt $= \frac{2Na}{2M + N}$. Je n'en donne pas l'analyſe, elle me meneroit trop loin.

11. Je crois cependant devoir avertir que par le moyen de cette *theorie*, il ſeroit aiſé de déterminer les effets abſolus de la réſiſtance d'un milieu, compoſé de molecules doüées d'une parfaite élaſticité, & ſeparées les unes des autres par de petits interſtices; en ſorte que de toutes les molecules qui compoſeroient ce fluide, il n'y auroit jamais que celles qui touchent immediatement le devant d'un corps mû dans le milieu qui lui réſiſtaſſent, & qui reçuſſent du mouvement de ce córps un petit degré de force vive, ſans que d'autres molecules y contribuaſſent en rien, quelques peu éloignées qu'elles fuſſent des premieres, juſqu'à ce que le corps en mouvement vint auſſi à les rencontrer à leur tour; car non ſeulement on prouve que cette ſorte de fluide opoſeroit aux corps qui ſe mouvroient dedans, une réſiſtance proportionnelle au quarré de leur vîteſſe, comme ſont les fluides ordinaires : mais on tire encore de cette conſideration, le moyen de déterminer préciſement combien un corps mû dans un fluide pareil, perdroit actuellement de ſa vîteſſe initiale, après avoir parcouru un eſpace donné.

Matiere nouvelle, d'une recherche aussi curieuse qu'utile dans la pratique, propre à rendre raison de divers Phenomenes, & d'autant plus digne d'être aprofondie, que personne ne l'a encore entreprise ; aussi me serois-je fait un plaisir de l'examiner avec soin si les bornes de cette Dissertation déja trop longue, ne m'en avoient empêché. Peut-être aurai-je occasion de traiter quelque jour ce sujet. Mais reprenons le fil de notre discours.

12. La quantité de cette perte dépend, & de la figure du corps mû, & de sa consistance, ou de la densité qu'il a par raport à la densité du fluide composé de molecules élastiques dans lequel il se mût. Suposé, par exemple, que le plomb soit huit mille fois plus dense que l'air, & que ce dernier soit un fluide composé de molecules parfaitement élastiques : je dis qu'une bale de plomb chassée dans l'air sur un plan horisontal avec un degré de vîtesse donné, aura perdu la moitié de sa vîtesse après avoir parcouru un espace égal à peu près à 3700 de ses diametres. Qu'un cube de plomb mû le long d'une ligne horisontale perpendiculairement à l'une de ses faces, parcourera un espace 2770 fois plus grand que son côté, pour que sa vîtesse initiale soit aussi diminuée de la moitié, & qu'avant de souffrir une pareille diminution de vîtesse, un cone de plomb isocele, dont l'angle du sommet est droit se mouvant le long de la direction de son axe la pointe en avant, parcourera 924 diametres de sa base, quoique ce même cone ne parcoure que la moitié de ce chemin, ou 462 de ses diametres, lorsque sa base est oposé à la résistance de l'air. Et si on supose ce cone équilateral, l'espace parcouru jusqu'à la perte de la moitié de sa vîtesse initiale, sera de 3272 diametres de sa base, en cas qu'il se meuve de pointe ; car si il se mouvoit la base en avant, ce cone ne parcoureroit que le quart de l'espace précedent, ou 818 diametres de sa base.

13. Ou pour déterminer d'une maniere generale la longueur du chemin que doit parcourir avant de per-

dre une quantité donnée de sa vîtesse, tout conoïde regulier dont la base est un cercle. Soit *AHBD*, le conoïde proposé qu'on supose se mouvoir dans l'air la pointe en avant le long de la direction de son axe *ID*, perpendiculaire à sa base *PO*, une ordonnée $= x$, *qO*, ou sa differentielle $= dx$: *oO*, ou la differentielle de l'arc $DO = ds$: *n*, le nombre de fois que la vîtesse initiale du conoïde doit être diminuée. *ln*, le logarithme de ce nombre. Soit enfin $C =$ à la longueur d'un cylindre d'air, perpendiculaire à sa base, de même base, & aussi pesant que le conoïde. Je dis que $Cxxln$ divisé par Fig. 13.

$17371780 \left| \frac{xdx^3}{ds^2} \right.$, exprimera dans le cas où x devient $= IA$ ou au rayon de la base, *l'espace que doit parcourir le conoïde, pour que sa vîtesse résiduë, ou ce qui lui reste de vîtesse, soit à sa vîtesse initiale, comme* 1 *est à* n.

CHAPITRE XIII.

De la résistance des milieux, qu'elle ne change pas les loix de la communication du mouvement. Maniere de calculer la perte de la vîtesse causée par la résistance.

1. LA résistance ordinaire que souffrent les corps mûs dans le plein, ou dans une matiere fluide, ne donne pas occasion à beaucoup de spéculations nouvelles, & je craindrois avec d'autant plus de raison d'ennuyer mon lecteur, si je repetois ce que divers Auteurs ont écrit sur ce sujet, que rien ne m'oblige à le faire. En effet, la communication du mouvement des corps durs, dont il s'agit principalement ici, se fait de la même maniere dans le plein que dans le vuide, je m'explique : Toute résistance est une espece d'effort passif, qui ne diminuë sensiblement la vîtesse d'un corps, que lorsque

ce corps a parcouru un eſpace fini ou ſenſible, dans un tems auſſi fini ou ſenſible.

2. Mais le choc des corps eſt ſi ſubit, quoique ſucceſſif, & d'une ſi petite durée, depuis ſon commencement juſqu'à ſa fin, que la réſiſtance du fluide ambiant, n'a le tems de cauſer aucun changement ſenſible à la vîteſſe que les corps ont dans l'inſtant qu'ils ſe choquent. On peut donc aſſurer que les loix generales, de même que les regles que nous avons établies & démontrées dans ce diſcours, & particulierement celles qui concernent la meſure de la force vive, ſeront auſſi inviolablement obſervées dans le plein, qu'elles le ſeroient dans le vuide.

3. Il eſt vrai que peu de tems après le choc, les vîteſſes que les corps ont acquiſes ſont alterées par la réſiſtance du fluide, dans lequel ces corps ſe meuvent, & cela plus ou moins ſelon la diverſité de la réſiſtance laquelle dépend de la nature de chaque fluide, & des qualitez qui lui ſont propres. Mais comme je l'ai déja dit, cet effet de la réſiſtance n'influë en aucune maniere, ſur la communication du mouvement. Il en change ſeulement la continuation dans chaque corps en particulier.

4. C'eſt ce changement qu'il s'agiroit d'examiner, ſi la queſtion propoſée l'exigeoit; mais puiſqu'elle ne fait mention que des loix de la communication du mouvement que j'ai traité avec aſſez d'étenduë, je me crois diſpenſé d'entamer une nouvelle queſtion; & ſi j'ajoûte ici quelque choſe ſur la détermination de l'effet que produit la réſiſtance du fluide ſur les corps qui s'y meuvent, ce n'eſt que par ſurabondance de droit, & par le rapport que cette matiere a avec mon ſujet.

5. Il n'eſt pas difficile d'apliquer à l'effet de la réſiſtance, tout ce que j'ai dit (*Chapitre* 11. §. 2. *& ſuiv.*) pour expliquer la deſtruction & la production des vîteſſes actuelles, par une preſſion miſe en œuvre, & continuée pendant quelque tems. Cet effet conſiſte à diminuer peu à peu, & par des degrez infiniment petits, la vîteſſe d'un

d'un corps mû dans un milieu qui lui résiste, de même qu'elle peut avoir été produite par des degrez infiniment petits par un effort continué. La loi de la résistance étant donc donnée, il s'agit de trouver les diminutions de vîtesse, ou les vîtesses residuës. Soit, par exemple, la résistance de l'air ou d'un autre fluide uniforme, proportionnelle au quarré de la vîtesse, comme on l'établit communement. Soit *AC* la direction d'un corps qui se meut dans ce milieu résistant de *A* vers *C*. Soit enfin *DEF* une ligne courbe, dont les appliquées *AD*, *BE*, &c. marquent les vîtesses résiduës. Fig. 14.

6. Pour déterminer la nature de cette courbe, je prends à discretion un point fixe *A*, pour le commencement des abscisses ; & je m'imagine la courbe *AMO*, dont les appliquées *BM* representent les tems que le mobile employe à parcourir les espaces *AB*. Soit donc $AB = x$, $Bb = dx$, $BE = u$, $GE = dv$, $BM = f$, $Nm = dt$; on aura le tems élementaire par *Bb*, c'est-à-dire, la differentielle *Nm*, ou $dt = \frac{adx}{v}$, parce que ce petit tems est en raison composée de la directe de l'espace dx, & de l'inverse de la vîtesse v. Or l'effet de la résistance pendant le tems dt, est de diminuer la vîtesse *BE* d'un degré infiniment petit, qui s'exprime par *GE*, differentielle de l'appliquée *B*, & cette diminution momentanée est en raison composée de la résistance & du tems. Ainsi suposant la force qui résiste proportionnelle au quarré de la vîtesse, on aura *GE*, ou $-dv = \frac{vv}{aa} \times \frac{adx}{v} = \frac{vdx}{a}$, & partant $-\frac{adv}{v} = dx$, ce qui fait voir que la courbe cherchée *DEF* est la logarithmique ordinaire, dont la sou-tangente est la constante a, prise arbitrairement pour remplir les homogenes. Et si on supose la vîtesse initiale $AD = a = 1$, *AB* sera le logarithme de *BE*, & par consequent les espaces parcourus sont comme les logarithmes des vîtesses résiduës.

COROLLAIRE. I.

7. On n'a pour déterminer la courbe des tems AMO, qu'à ſubſtituer dans l'équation $dt = \frac{adx}{v}$, la valeur de $dx = \frac{-adv}{v}$, il viendra $dt = \frac{-aadv}{vv}$, dont l'integrale donne $t = \frac{aa}{v} - a$, ou $t + a = \frac{aa}{v}$, ce qui fait voir que AMO, eſt la même logarithmique que la précedente miſe en un ſens opoſé, je veux dire qu'ayant prolongé FED vers L, & tiré DP parallele & égale AB; il faut faire $BM =$ à l'apliquée PL, pour avoir la courbe AM égale & ſemblable à la courbe DL. Il eſt clair que la courbe AM ſera la courbe des tems, & que les apliquées BM exprimeront les tems que le mobile donné employera à parcourir les eſpaces AB.

COROLLAIRE II.

8. Supoſons en general que la réſiſtance du milieu ſoit en raiſon d'une puiſſance quelconque de la vîteſſe dont l'expoſant ſoit $= n$. On parviendra par la même methode à cette équation, $-dv = \frac{v^n}{a^n} \times \frac{adx}{v} = \frac{v^{n-1}dx}{a^{n-1}}$, ou $\frac{-a^{n-1}dv}{v^{n-1}} = dx$, dont prenant les intregrales, il en réſulte $\frac{1}{n-2} a^{n-1} v^{2-n} = x \pm b$. Equation qui prouve que la courbe des vîteſſes DEF, eſt du genre des hyperboles, lorſque $n > 2$, & des paraboles lorſque $n < 2$, excepté dans le cas où $n = 1$, dans lequel DEF devient une ligne droite.

COROLLAIRE III.

9. La courbe des tems AMO, pour la puiſſance generale de la vîteſſe ſe détermine en ſubſtituant dans

l'équation $dt = \frac{adx}{v}$ la valeur de dx, trouvée par le Corollaire précedent. On aura par ce moyen $dt = \frac{-a^n dv}{v^n}$, & son integrale $t \pm c = \frac{1}{1-n} a^n v^{1-n}$; & si $n = 1$ l'équation $dt = \frac{-a^n dv}{v^n}$, se changera en $dt = \frac{-adv}{v} = ($parce que dans ce cas, $v = b - x) \frac{adx}{b-x}$; d'où il paroît que la courbe AMO sera aussi un logarithmique, dont l'Assymptote est CR, tirée perpendiculairement sur la ligne de direction AC, du point C, où la ligne des vîtesses qui dans ce cas est une ligne droite, coupe la même ligne AC, en sorte que BM, qui au point C, se confond avec l'Assymptote devient infinie. D'où il s'ensuit qu'il faut un tems infini au mobile, pour parcourir l'espace fini AC.

10. Si un mobile est continuellement sollicité à se mouvoir en avant, par une force motrice qui le pousse par derriere, tandis que la résistance du milieu qu'il traverse le repousse par devant; comme il arrive aux corps pesans qui tombent dans l'air, dans l'eau, ou dans tout autre fluide qui résiste à leur mouvement; la vîtesse du mobile ira en augmentant, ou en diminuant, selon que la force motrice sera plus grande, ou moindre que la résistance. La methode précedente déterminera dans cette supposition la courbe des vîtesses acquises ou résiduës, en prenant ici la difference de la force motrice, à la résistance du milieu; cette difference étant la seule cause de l'acceleration ou de la retardation du mouvement.

11. Ainsi dans le cas où les corps pesans mis ou jettez perpendiculairement dans un milieu qui leur résiste, descendent; la force motrice qui n'est autre chose que leur pesanteur, est uniforme & invariable; mais la résistance est proportionnelle au quarré de la vîtesse. Il n'y a donc ici qu'à multiplier cette difference, laquelle

(en prenant la pesanteur pour l'unité) est $=1-\frac{vv}{aa}$, par l'élement du tems, sçavoir par $\frac{adx}{v}$, & l'on aura GE, ou $\pm dv = \frac{adx}{v} - \frac{vdx}{a} = \frac{aa-vv}{av} dx$, par consequent $dx = \pm \frac{avdv}{aa-vv} = \pm \frac{\frac{1}{2}adv}{a-v} \pm \frac{\frac{1}{2}adv}{a+v}$, & en integrant $x = \pm \frac{1}{2} a l \overline{a-v} \pm \frac{1}{2} a l \overline{a+v}$, d'où il paroît que la courbe des vîtesses se construit par le moyen de la logarithmique.

12. Ce seroit ici le lieu d'examiner la nature des courbes que décrivent les projectiles pesans, jettez obliquement dans l'air; mais comme j'ai traité cette matiere ailleurs, je ne pourrois pas m'étendre sur ce sujet, ni renvoyer mon lecteur à ce que j'en ai publié sans me faire connoître, ce qui seroit contre l'intention de *l'Academie Royale des Sciences.*

CHAPITRE XIV.

Nouvelle maniere de déterminer par la theorie des forces vives expliquées dans cet Ouvrage, le centre d'oscillation dans les Pendules composez.

1. JE finirai cette dissertation par quelques remarques sur le centre d'oscillation dans les pendules composez, fondées sur la conservation de la quantité des forces vives, que je me flatte qu'on verra avec plaisir; la recherche de ce centre a toujours paru curieuse & utile, entre ceux qui ont entrepris de le déterminer: les uns se sont trompez dans leurs raisonnemens, d'autres n'en sont venus à bout que par des détours longs & difficiles, & en employant diverses methodes tirées de principes qui ne paroissent pas toujours assez natu-

rels. Dès personnes intelligentes ont trouvé que le principe qu'employe M. Huguens, & qu'il propose comme un axiome, étoit un peu trop hardi ; ce principe ayant besoin lui-même d'être démontré, M. Huguens (*) supose que le centre de gravité d'un pendule composé, descendu d'une hauteur donnée, ne remontroit pas plus haut que la hauteur dont il est descendu, si les poids simples qui composent ce pendule se détachoient subitement, lorsqu'il est parvenu dans une situation verticale, & que chacun de ces poids remontât separement avec la vîtesse qu'il a acquise au moment de sa séparation. La nouvelle theorie du centre d'oscillation, qu'on trouve dans les Memoires de l'Academie de l'année 1714. n'est appuyée sur aucune supposition gratuite; elle est même generale, mais ce que l'on y a employé de méchanique, quoique solidement établi, en rend la démonstration difficile & moins à la portée de tout le monde.

2. La methode dont je me sers est d'autant plus remarquable, que sans recourir à une nouvelle hypothese, on déduit de la seule conservation des forces vives, la détermination du centre d'oscillation, & qu'elle découvre en même tems le fondement & la raison de l'identité du centre d'oscillation, avec le centre de percussion qu'un celebre Auteur a confondus mal-à-propos, persuadé que ces deux centres étoient essentiellement compris sous une même idée.

3. Concevons un pendule composé, par exemple, de trois poids *A*, *B*, *C*, attachez ou enfilez à une ligne inflexible *HA*, qui fasse ses oscillations autour de l'axe *H*. Soit *HA* la situation horisontale d'où le pendule commence à descendre, & qu'il parvienne ensuite dans la situation verticale *Ha* ; les vîtesses acquises seront comme les distances, parce que les poids attachez à la ligne inflexible *HA*, ne sçauroient se mouvoir l'un sans l'autre. Concevons presentement que les poids *A*, *B*, *C*, étant FIG. 15.

(*) Voyez son Traité de Horolog. Oscillat. hyp. 1. pag. 93.

libres, forment autant de pendules ſimples, afin que chacun puiſſe deſcendre ſeparement, & parvenir à la ſituation verticale *Ha*, après avoir fait une demi oſcillation; dans ce cas de liberté les vîteſſes acquiſes ſeront par la regle de *Galilée*, en raiſon ſou-doublée des hauteurs *Ha*, *Hb*, *Hc*.

4. Ceci connu, je demande qu'on m'accorde ſeulement que la ſomme des forces vives des poids, eſt la même après que les poids ſont deſcendus auſſi bas qu'ils le peuvent, ſoit que ces poids deſcendent conjointement attachez à une même ligne inflexible; ſoit que chacun de ces poids deſcende librement, comme un pendule ſimple; il me ſemble que cette ſupoſition ſouffre beaucoup moins de difficulté que celle de M. Huguens, puiſque la deſcente des poids dans l'un & l'autre cas, eſt l'effet d'une même cauſe, je veux dire de la peſanteur qui les oblige de deſcendre. C'eſt donc auſſi la peſanteur qui produit dans la ſomme des poids une quantité déterminée de force vive, de quelque maniere qu'ils deſcendent, pourvû que chaque poids deſcende de la même hauteur qu'il deſcendroit ſi il faiſoit un pendule ſimple; la choſe me paroît évidente.

5. Prenant donc la ſomme des forces vives, pour le cas où les poids ſont attachez à une ligne inflexible, & la ſomme des mêmes forces pour le cas de leur deſcente libre; formons une égalité entre ces deux ſommes, cette égalité déterminera le centre d'oſcillation, ou la longueur du pendule ſimple *HG*, *iſochrone* avec le compoſé *HCBA*; pour cet effet ſoit $HA = a$, $HB = b$, $HC = c$, & $HG = x$; la vîteſſe du centre *G* parvenuë en *g*, ſur laquelle les autres vîteſſes doivent être reglées, peut être nommée comme on voudra, je la nomme donc auſſi x; mais les vîteſſes des poids du pendule compoſé, étant ſimplement proportionnelles à leurs diſtances du point *H*, la vîteſſe du poids *A* ſera $= a$, la vîteſſe du poids $B = b$, & la vîteſſe du poids $C = c$; donc la ſomme de leurs forces vives ſera $= aaA + bbB + ccC$; & dans le cas où

les poids descendent separement leurs vîtesses acquises quand ils sont parvenus au point le plus bas, étant par la regle *de Galilée*, en raison sou-doublée des hauteurs verticales, la vîtesse du centre d'oscillation G, ayant été nommée x, on aura la vîtesse du poids libre $A = \sqrt{ax}$, la vîtesse du poids libre $B = \sqrt{bx}$, & celle du poids libre $C = \sqrt{cx}$; d'où il resulte que la somme de leurs forces vives est $= axA + bxB + cxC$, & ces deux sommes mises en équation $aaA + bbB + ccC = axA + bxB + cxC$, donnent $x = \frac{aa\text{A} + bb\text{B} + cc\text{C}}{a\text{A} + b\text{B} + c\text{C}}$, ce qui fait voir que la longueur du pendule simple isochrone au pendule composé, se trouve en prenant *la somme des produits des poids par les quarrez de leurs distances à l'axe du pendule, & divisant cette somme par la somme des produits des poids par leurs simples distances.* Et c'est aussi précisement en quoi consiste la (*) regle que M. Huguens a donnée pour la détermination du centre d'oscillation, établie ensuite & fondée sur des principes incontestables, & confirmée de nouveau à present, par la loy de la conservation des forces vives.

(*) Voyez son Traité de Horolog. Oscillat. pag. 100.

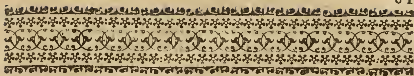
Fin du premier Discours.



ADDITION

Au Discours in magnis voluisse sat est, *sur les loix de la communication du mouvement, où l'Auteur entreprend de donner une explication probable de la cause physique du ressort.*

ADDITION



ADDITION

Au Discours in magnis voluisse sat est, *sur les loix de la communication du Mouvement, où l'Auteur entreprend de donner une explication probable de la cause physique du ressort.*

L'Auteur souhaite que cette Addition soit lûë après le premier Chapitre de son Discours.

1. 'AY composé ce Discours *in magnis voluisse sat est*, dans le dessein de satisfaire au Prix proposé par l'Academie Royale des Sciences, pour l'année 1724. Il s'y agissoit de déterminer les loix de la communication du mouvement des corps parfaitement durs. Les Philosophes ayant eu de tout tems differentes idées sur la nature de la dureté des corps, & l'Academie n'ayant point expliqué en quel sens Elle vouloit qu'on prit ce terme, ni averti que par dureté parfaite, Elle entendoit une inflexibilité absoluë. J'ai crû qu'il m'étoit libre d'attacher au mot de *dureté*, l'idée qui me paroissoit & qui me paroît encore la plus convenable à la nature des choses.

2. *Sur ce pied* j'ai pris *dureté parfaite* & *roideur infinie*, pour des termes synonimes : tout corps qui aplati par le choc d'un autre corps, se remet dans sa premiere figure, étant appellé *corps roide* ou *élastique*, j'ai conçû aussi que plus cette roideur ou élasticité, étoit forte, plus aussi cet aplatissement devoit être petit ; & que par consequent le corps doüé de cette faculté, devoit d'au-

tant plus aprocher de la nature des corps parfaitement durs, que son élasticité étoit grande; en sorte qu'il n'y avoit plus qu'à suposer une roideur infinie ou immense, pour avoir des corps parfaitement durs, ou infiniment peu flexibles.

3. Mon but étoit en cela de concilier la dureté parfaite avec les loix de la nature; ayant fait voir dans mon discours, que l'opinion commune qui supose les corps parfaitement durs, dénuez de toute flexibilité, même d'une flexibibilité infiniment petite, ne pouvoit pas subsister avec ces mêmes loix, puisqu'elle ne sçauroit s'accorder avec quelques-unes de ces loix, qu'elle n'en renverse en même tems d'autres. Cependant Messieurs de l'Academie ont declaré dans l'Avertissement imprimé à la tête de la Piece qui a remporté le Prix, qu'en proposant la question ils ont donné au mot de *dureté* ce même sens que je rejette, & qui, selon moi, est physiquement impossible. Parlant au reste de mon discours avec éloge, je commencerai par les remercier de la bonté qu'ils ont eu d'y faire attention, & j'avouërai ensuite franchement, que ne pouvant pas raisonner sur un sujet dont la suposition me paroissoit opposée aux loix de la nature, je ne m'y suis point attaché en composant cet ouvrage, je crus devoir substituer à cette idée, un examen general du choc des corps à ressort; & considerant ensuite qu'en suposant un ressort infiniment vigoureux, il en resultoit des corps infiniment peu flexibles, par les plus grands chocs, je me formai une notion juste & distincte de la dureté parfaite. En effet un applatissement très-petit, pouvant passer pour un non applatissement absolu; j'imitois en cela les Geometres & les Analystes, qui comparant à des grandeurs finies, les grandeurs infiniment petites, ou les élemens, negligent ces dernieres, & ne les considerent que comme des points ou des zeros absolus.

4. J'ai aussi lieu d'être content du bon effet que mon Memoire a produit. Les forces vives si differentes des

forces mortes, commencent à être goûtées ; & j'ose me flater que la veritable maniere de les estimer, sera bientôt connuë. On n'a pour cela qu'à peser avec une attention desinteressée, le poids des raisonnemens & des démonstrations, qu'on trouve en grand nombre dans mon discours ; l'espoir même de remporter le Prix ne m'est pas ôté : Messieurs de l'Academie se sont reservez le pouvoir de l'adjuger à des Memoires envoyez les années précedentes, & le mien convient parfaitement au sujet proposé pour l'année 1726. où *l'on exige les loix du choc des corps à ressort, &c.*

5. Mais Messieurs de l'Academie ayant jugé à propos d'y ajoûter une nouvelle condition, sur laquelle je ne me suis point arrêté en 1724. parce qu'il ne s'y en agissoit pas alors, il est juste de l'examiner à present : ces Messieurs ne demandent pas simplement *les loix du choc des corps élastiques*, mon premier Discours y auroit satisfait : ils veulent de plus que ces mêmes loix soient déduites *d'une explication probable de la cause physique du ressort* ; il me reste donc pour satisfaire au sujet dans toute son étenduë, d'ajoûter ici à mon Memoire, une theorie de l'élasticité des corps que je me suis formée il y a déja long-tems, & je le fais d'autant plus volontiers, que cette theorie m'est particuliere, & que par son moyen je rends une raison probable & mechanique, non seulement de la cause physique du ressort, mais encore des principaux phenomenes que l'on remarque dans les fluides élastiques.

6. Il seroit inutile d'entrer dans un examen trop étendu, des differentes opinions que les Philosophes ont euës sur la cause du ressort, aussi me contenterai-je de faire quelques reflexions sur les plus vrai-semblables. Je ne sçai si ceux qui admettent dans les corps élastiques des corpuscules élementaires, doüez naturellement d'une vertu *expansive*, sans expliquer d'où leur vient cette proprieté, meritent qu'on les refutent. Les Philosophes supposent évidemment ce qui est en question, & si cette

vertu ſelon eux, innée & primitive, eſt indépendante de l'arangement des particules dont les corps élaſtiques ſont compoſez ; il eſt auſſi aiſé de l'attribuer tout d'un coup aux maſſes entieres des plus grands corps, qu'à la moindre de leurs particules : mais qui ne voit que ce ſeroit ouvrir de nouveau un aſile à l'ignorance, & faire revivre les qualitez ocultes décriées avec tant de raiſon.

7. Les Phyſiciens modernes ſont allez plus loin, ils tâchent d'employer les loix de la Mechanique à expliquer la cauſe du reſſort. Mais je n'en connois aucun qui ait ſuffiſamment éclairci cette matiere, & levé les difficultez qui l'envelopent. On en trouve de bien grandes pour peu qu'on examine leurs explications, qui loin d'être fondées ſur la ſaine Mechanique, en détruiſent ſouvent les premiers principes. Ils conviennent preſque tous qu'il faut recourir à l'action d'un fluide, ou d'une matiere ſubtile qui coulant dans les pores des corps à reſſort, leur donne la faculté de ſe débander, & de ſe reſtituer dans leur premier état, lorſque la force qui les avoit comprimez ceſſe. A parler generalement, ces Meſſieurs ont raiſon d'admettre une matiere ſubtile qui par ſon mouvement ſoit la cauſe primitive du reſſort des corps. Mais il ne ſuffit pas de ſupoſer ſimplement un fluide perpetuellement agité ; il faut de plus rendre raiſon des circonſtances qui l'acompagnent, & faire voir quelle eſt la nature d'une agitation capable de produire le reſſort, toute ſorte de mouvement n'étant pas propre pour cela.

8. Quelques-uns ſoutiennent, par exemple, qu'un corps élaſtique venant à être comprimé par quelque force exterieure, la matiere ſubtile qui remplit ſes pores, & qui avoit été contrainte d'en ſortir, rentre dans ces mêmes pores, d'où elle avoit été chaſſée dès que la force exterieure ceſſe d'agir ; d'où il ſuit neceſſairement ſelon eux, que ce corps eſt obligé de reprendre ſa premiere figure, ces Meſſieurs faiſant conſiſter l'élaſticité dans cet effort ; ſans ſe mettre en peine d'expliquer ce qui contraint la

matiere ſubtile à rentrer dans ces mêmes cellules qu'elle occupoit auparavant, ni pourquoi elle s'éforce durant la compreſſion, de regagner le poſte qu'elle avoit abandonné. Diront-ils que c'eſt la maſſe de la matiere ſubtile ambiante, qui par ſa réſiſtance repouſſe celle qui ſort, & la chaſſe dans les pores retrecis, lorſqu'ils ceſſent d'être comprimez par une force exterieure? Mais cette raiſon ſpécieuſe en aparence, ne ſçauroit ſubſiſter avec les premiers principes de l'hydroſtatique, puiſqu'on prouve par eux que la plus petite portion d'un fluide, enfermée dans une envelope, & miſe au milieu d'une maſſe du même fluide, réſiſte & fait équilibre avec la maſſe entiere du fluide qui l'environne; enſorte que quand même on forceroit une partie du fluide à ſortir, en comprimant l'envelope qui le contient, & que nous ſupoſerons pour cet effet flexible & percée de toutes parts; loin que ce même fluide s'éforçât de rentrer dans l'envelope après la compreſſion, & de remplacer celui qui en avoit été chaſſé, l'hydroſtatique nous aprend au contraire, que la petite portion de fluide reſtée dans l'envelope, doit ſoutenir par ſa réſiſtance paſſive, la preſſion de la maſſe du dehors, & que toutes les parties du fluide, tant grandes que petites, demeurent entre elles en équilibre. Supoſons, par exemple, une veſſie remplie d'air ordinaire, percée de toutes parts, & expoſée au grand air, & que comprimant cette veſſie entre ſes mains, on oblige l'air qu'elle contient, ou une partie de cet air, à s'échaper; ſoûtiendra-t-on que l'air exterieur retournera dans la veſſie, & la renflera avec impetuoſité? non ſans doute, & l'experience le démentiroit, puiſqu'elle fait voir que la veſſie demeure flaſque, & dans l'état de compreſſion où on l'avoit miſe, ſoit que l'air exterieur auquel on l'avoit expoſée, ſoit calme ou agité par un grand vent. Je ne crois pas au reſte qu'on puiſſe m'objecter que les cellules, ou pores des corps élaſtiques, ayent une ſtructure differente des trous de la veſſie percée. Car, 1°. ſelon cette opinion, les cellules des corps élaſtiques doivent

être ouvertes de toutes parts, puiſqu'elles donnent un libre paſſage à la matiere ſubtile. En ſecond lieu, leurs parois doivent être flexibles comme celles de la veſſie, puiſqu'elles changent de figure par la compreſſion, à moins qu'on ne ſoutienne que ces pores, quoique flexibles, ont outre cela un degré de roideur qui les fait retourner à leur premiere figure. Mais cette roideur n'étant autre choſe que l'élaſticité même, elle demanderoit une nouvelle explication : ce ſeroit d'ailleurs ſupoſer ce qui eſt en queſtion.

9. D'autres attribuent la cauſe phyſique du reſſort à un principe peu different de celui que nous venons de refuter : ils conſiderent les pores des corps élaſtiques, comme autant de petits tuyaux capables d'être retrecis par la compreſſion ; en ſorte que la matiere ſubtile ou étherée, coulant rapidement au travers de ces petits canaux, choque continuellement leurs parois interieurs. D'où il ſuit que les chocs lateraux deviennent plus forts, quand par la compreſſion les paſſages ſe retreciſſent, & que par conſequent la matiere ſubtile qui y coule, doit acquerir par là une plus grande rapidité. C'eſt, ſelon ces Meſſieurs, de l'augmentation de ces efforts lateraux de la matiere ſubtile, que dépend l'effort total que le corps comprimé fait pour ſe rétablir dans ſa premiere diſpoſition, & en quoi conſiſte la nature du reſſort.

10. Si cette explication à quelque vrai-ſemblance, il faut avoüer qu'elle eſt bien legere, & que pour peu qu'on raiſonne on en découvre l'illuſion ; car outre que ce que nous venons de dire, tombe en partie ſur cette maniere d'expliquer la cauſe du reſſort : ce que je vais ajoûter achevera d'en faire ſentir le foible. Il eſt vrai, & le bon ſens le dicte, qu'un fluide qui coule doit acquerir d'autant plus de vîteſſe, que l'endroit par où il eſt contraint de paſſer eſt plus étroit ; ſans quoi il feroit impoſſible que des quantitez égales de fluides, paſſaſſent en même tems par deux ouvertures inégales en largeur ;

il n'eſt pas moins vrai qu'une plus grande vîteſſe dans le fluide, augmente la violence avec laquelle il agit ſur les parois de ſon canal ; & que plus le fluide coule vîte, plus il s'éforce d'élargir ſon paſſage. Auſſi voyons-nous qu'une riviere prend un cours rapide, quand d'un lit large & ſpacieux, elle eſt contrainte de ſe reſſerrer entre deux rivages hauts, étroits & eſcarpez, & que les rivages ſouffrent bien plus de la violence du courant, que dans les endroits où l'eau trouve aſſez d'eſpace pour s'étendre en largeur. Mais il faut faire attention à la circonſtance qui fait que l'eau accelere ſa courſe, quand elle commence à être reſſerrée entre deux rivages étroits. En effet la choſe n'arrive que lorſque l'eau eſt contrainte de couler dans ſon lit, ſans pouvoir échaper de côté ni d'autre. Car ſi à l'entrée du paſſage étroit, l'eau trouvoit d'autres routes ouvertes, ou une plaine de niveau, il eſt certain qu'elle n'iroit pas ſe fourrer toute entiere dans ce paſſage, mais qu'une partie de l'eau trouvant dans le détroit plus de réſiſtance à ſon cours qu'auparavant, elle s'écouleroit par les routes qu'elle trouveroit ouvertes, ou ſe répandroit dans la plaine ; en ſorte que le détroit ne recevroit de l'eau qu'à proportion de ſa capacité ; la nature des fluides étant de ſe tourner à la rencontre d'un obſtacle, & d'enfiler les routes où il n'y en a point : d'où il eſt aiſé de conclure que la vîteſſe du courant n'y ſeroit nullement augmentée.

11. Mais pour revenir à notre ſujet, on doit diſtinguer entre le mouvement d'un fluide contraint, & le mouvement d'un fluide libre. Lorſque le mouvement ſe fait dans un canal d'inégal largeur, dont le fluide ne ſçauroit échaper, il eſt ſans contredit que le fluide s'accelerera toutes les fois qu'il paſſera d'un endroit plus large dans un endroit plus reſſerré ; mais ſi le fluide a un mouvement rectiligne libre, & qu'il puiſſe s'étendre de tous côtez à la rencontre de la moindre réſiſtance, je dis que ſi on lui opoſe quelque obſtacle, un tuyau, par exemple, ouvert par les deux bouts, & couché dans la

même direction, un cylindre de ce fluide égal en capacité au tuyau, enfilera ce tuyau, & le traversera d'un bout à l'autre, avec une vîtesse égale à celle de toute la masse du fluide qui restera hors du tuyau. Je dis plus, c'est que si on presse assez fortement ce tuyau que je supose d'une matiere molle ou pliable, pour le rendre plus étroit, le fluide ne le traversera pas avec plus de rapidité qu'auparavant, puisque le superflu de ce fluide que le tuyau ne pourra plus contenir regorgera, & passera librement à côté. On ne sentira donc aucune résistance de la part du fluide interieur, sa pression étant contre-balancée par celle du fluide exterieur qui lui est égale. La preuve en est aisée; soit une quantité suffisante de brins de paille entiers, d'égale longueur, & liez legerement en botte, oposez au courant d'une riviere rapide, dans une situation fixe, & parallele à la direction du fil de l'eau, afin que l'eau puisse en penetrer librement les tubules : je dis que quoiqu'on serre cette botte de paille entre ses mains, jusqu'à retrecir la capacité des petits tuyaux qui la composent, on ne sentira cependant de résistance que celle qui peut provenir de la roideur même de la paille, & qu'on sentiroit hors de l'eau de même que dans l'eau; la raison en est manifeste, car dès que les chalumeaux deviennent plus étroits, l'eau ne pouvant plus y entrer avec la même facilité, il n'y en passe plus qu'une quantité proportionnée à leur ouverture diminuée, le surplus se détourne librement de côté, & poursuit conjointement avec le reste de l'eau, le mouvement commun de la riviere; ainsi n'y ayant aucune force qui contraigne l'eau de passer par les tuyaux, au delà de ce que leur cavité en peut recevoir sans effort; il est évident que l'eau n'acquerrera aucune augmentation de vîtesse en coulant au travers de ces tuyaux retrecis.

12. L'aplication de ce que nous venons de dire est facile. Les partisans de l'opinion que je combats, doivent necessairement admettre dans les corps élastiques, des

pores

pores ouverts en forme de petits tuyaux paralleles, & disposez de même que les brins de paille de la botte dont j'ai parlé, & un mouvement dans la matiere subtile qui traverse ces pores ; semblable à celui de l'eau de la riviere qui coule au travers des chalumeaux : mais on a démontré que quand même les chalumeaux viendroient à se retrecir, l'eau n'en auroit pas pour cela plus de force à les dilater. D'où il s'ensuit, selon moi, que la matiere subtile qui penetre les pores tubuleux des corps élastiques, ne doit pas faire plus d'effort pour les élargir, quoique retrecis par une compression étrangere. Loin de se redresser, le corps resteroit donc aplati, ce ne seroit donc plus un corps élastique. Donc cette maniere d'expliquer la cause du ressort, n'est pas la veritable.

13. Je ne sçais si ceux qui font consister l'air dans l'amas d'une infinité de petites particules branchuës, pliables, & perpetuellement agitées, qui nageant dans l'éther, tendent naturellement à se redresser, lorsque quelque cause exterieure les comprime, s'aperçoivent qu'ils tombent dans le défaut qu'on nomme *petition de principe*. Qui ne voit en effet que cette tendance à se redresser, que ces Messieurs attribuent gratuitement aux petites particules repliées de l'air, est précisement cela même dont il s'agit de déterminer la cause.

14. Si quelques Physiciens font consister la cause du ressort, dans l'effort d'un fluide imperceptible, qui se mouvant avec rapidité dans les pores des corps élastiques, tâche continullement à se dilater par quelque force centrifuge, ce sont ceux qui, à mon avis, aprochent le plus de la verité, pourvû que se renfermant dans les bornes de la nature, ces Philosophes n'attribuent pas la cause de cette force à quelque vertu ou faculté immaterielle & imaginaire, telle que sont l'antipathie, & la simpathie.

15. Pour en venir maintenant à l'explication de ma theorie, sur la cause probable de l'élasticité des corps à ressort, je commencerai par dire que j'adopte pour prin-

M

cipe *la force centrifuge*, mais prise dans un sens intelligible. J'entends par ce mot, la force qu'ont tous les corps étant mûs en rond, ou sur quelqu'autre ligne courbe: force qui consiste dans l'effort que tout corps fait de se mouvoir en ligne droite, en vertu de la loi generale de la nature, qui veut que tout corps continue autant qu'il est en lui de se mouvoir, suivant la direction qu'il a en chaque instant; ainsi pour détourner un corps de son mouvement rectiligne, & pour lui faire décrire une ligne courbe, il faut une action continuellement apliquée, qui entretienne le mouvement en ligne courbe, parce qu'autrement le corps s'échaperoit suivant la tangente de la courbe, si cette action venoit seulement à cesser un moment: or comme il n'y a point d'action sans réaction, & que l'action qui détourne le corps de son mouvement rectiligne, est une impulsion, ou pression exterieure, il est visible que la réaction qui se fait sentir de la part du corps en mouvement, n'est autre chose que cette résistance, ou plutôt cette *renitence* qu'on rencontre en voulant changer son état, laquelle dépend en partie de l'inertie, ou de la quantité de matiere, & en partie de la vîtesse avec laquelle le corps se meut: telle est *la force centrifuge* que j'admets.

16. Ce n'est point une qualité imaginaire, puisqu'elle a des proprietez très-réelles que d'habiles Geometres ont démontrées, & entre autres M. Huguens, dans les beaux Theorêmes qu'il a le premier publiez, à la fin de son Traité *de Horologio oscillatorio*. On conclud aisément du second & du troisiéme de ces Theorêmes, que la force centrifuge d'un corps mû sur la circonference d'un cercle, est comme le produit de la masse par le quarré de la vîtesse, divisé par le rayon, je veux dire en raison composée de trois raisons; de la simple directe de la quantité de matiere, de la doublée directe de la vîtesse, & de la simple reciproque du rayon. Ce Theorême me servira à expliquer la cause d'un des plus curieux Phenomenes qui se remarque dans les fluides élastiques, & qu'on sçait

être attaché à leur nature. Ce Phenomene que l'experience a découvert, consiste en ce que la force de l'élasticité de tout fluide comprimé, augmente dans la proportion du degré de densité auquel on le réduit. Si l'air de consistance naturelle, renfermé, par exemple, dans un espace, peut soutenir par la force de son ressort, une colonne de vif-argent de 28 pouces de hauteur ; ce même air en soutiendra une deux fois plus haute, réduit à un volume deux fois plus petit, ou ce qui revient au même, si dans le même espace où cet air est renfermé, on introduit de nouveau une quantité d'air égale à celle qui y étoit déja ; quoiqu'on se soit assuré de la verité de ce fait par un grand nombres d'experiences réiterées ; je ne sçache pourtant personne qui ait entrepris d'en rendre une raison physique. Et comment l'auroit-on fait ? les theories publiées jusqu'ici sur la cause du ressort, ont si peu de fondement dans les loix de la nature, qu'on ne sçauroit en déduire une explication vrai-semblable de ce même Theorême, que ma theorie develope avec tant de facilité. Je me flatte qu'on en sera pleinement convaincu, si on se donne la peine d'examiner avec un peu de soin, ce que j'aurai l'honneur de dire dans la suite de ce Memoire.

17. J'ai déja insinué (*Art.* 7.) que la cause generale & primitive du ressort des corps tant fluides que solides, dépend du mouvement d'une matiere subtile. Je ne dis pas que cette matiere étant en mouvement, devienne elle-même élastique : mais le mouvement de cette matiere subtile devant necessairement entraîner avec rapidité les particules les plus grossieres qui nagent dedans ; ces particules sont par cela seules déterminées à se mouvoir en rond, & acquierent dès-là une force centrifuge, (*) telle qu'agissant avec violence contre la surface interieure de l'endroit où elles sont renfermées, elles s'éforcent continuellement d'élargir la prison qui les retient. C'est de cet effort dont dépend la force du ressort. Voici de quelle maniere je conçois la production de cet effet.

(*) Voyez l'art. 14.

18. Soit un eſpace, par exemple, un recipient d'une figure quelconque, rempli de matiere ſubtile : on ſçait aſſez que cette matiere qui paſſe ſans peine par les interſtices les plus étroits de tous les corps ſenſibles, traverſera avec la même facilité les pores du recipient : je ſupoſe qu'outre la matiere ſubtile contenuë dans le recipient, il y a quantité de corpuſcules trop groſſiers pour pouvoir s'échaper au travers des pores du recipient ; mais qui nageant librement dans la matiere ſubtile, laiſſent entre eux des intervalles ſi ſpatieux, que tous ces corpuſcules ramaſſez en un tas, n'ocuperoient peut-être pas la cent milliéme partie du recipient. Je ſupoſe enfin que ces mêmes corpuſcules tous extrêmement ſuſceptibles de mouvement, le ſont pourtant inégalement, les uns plus, les autres moins, à cauſe de la diverſité de leurs figures.

19. Juſques-ici j'ai conſideré la matiere ſubtile comme étant en repos dans le recipient. Voyons à preſent ce qui doit arriver lorſque cette matiere ſe ſuccedant continuellement à elle-même, traverſe avec rapidité le recipient qu'elle penetre de toutes parts. Il eſt évident que ces corpuſcules que leur groſſiereté empêche de s'échaper au travers des pores du recipient, emportez çà & là, par le cours violent de cette matiere, ne peuvent qu'être en une agitation extrêmement confuſe, & ſe choquer les uns les autres dans l'irregularité de leurs mouvemens. Mais ces corpuſcules agitez ainſi en tous ſens, s'embarraſſans les uns les autres par des mouvemens rectilignes opoſez, chacun d'eux ſe trouvera bien-tôt déterminé à ſe mouvoir de la maniere où il ſera le moins en obſtacle au mouvement des autres corpuſcules ; je veux dire à changer ſon mouvement droit en un mouvement circulaire autour d'un centre ; ainſi chaque corpuſcule agité, que je nommerai dans la ſuite *mobile circulant*, décrira ſon propre cercle plus ou moins grand, ſelon qu'il aura plus ou moins de vîteſſe ; car j'ai déja remarqué que tous les mobiles circulans, ne reçoivent

pas un même degré de vîteſſe par l'agitation de la matiere ſubtile.

20. Il y aura donc differens ordres de mobiles circulans, & entre ceux qui ſont d'un même ordre, pluſieurs pourront ſe mouvoir autour d'un centre commun ſur des circonferences égales, & décrire differens plans qui tous paſſeront par le centre commun de leur mouvement; en ſorte que toutes les circonferences que ces mobiles circulans décriront autour d'un même centre, ſeront autant de grands cercle d'une ſphere, & la multitude de ces mobiles pourra devenir ſi grande, que toute la ſurface ſpherique ſera comme couverte de ces petits mobiles, dont les mouvemens rapides & divers parcoureront toujours des circonferences égales, ou au moins des arcs de grands cercles: je dis des arcs, car il arrivera à tout moment que pluſieurs mobiles circulans ſe rencontrans aux points où leurs cercles ſe croiſſent, ſe détourneront de leur route ſans rien perdre de leur vîteſſe, parce que le mouvement de la matiere ſubtile les entretient toujours dans le même dégré de vîteſſe qu'elle leur a une fois communiquée. D'où il eſt aiſé de conclure que les arcs décrits en divers plans par chaque mobile, ſeront toujours des portions de grands cercles. Car ſi on ſupoſoit qu'un mobile décrivit un petit cercle avec une vîteſſe égale, il acquerreroit dès-là une force centrifuge prévalante, qui feroit étendre ſur la ſurface ſpherique le petit cercle qu'il décrit, juſqu'à ce qu'il ſe changeât en un grand cercle, & que ſa force centrifuge devint égale à celle des autres mobiles.

21. Mais comme la multitude des mobiles circulans d'un même ordre, eſt ſans doute beaucoup trop grande pour qu'ils puiſſent tous ſe mouvoir commodement, & ſans s'embarraſſer ſur une même ſurface ſpherique; on conçoit aiſement qu'il doit ſe former un grand nombre de ces ſurfaces ſpheriques, dont chacune ſe mouvra autour de ſon centre particulier, à peu près comme font les abeilles, (ſi il m'eſt permis de me ſervir de cette com-

paraiſon) qui ſe partagent en divers eſſains, lorſqu'elles ſont trop nombreuſes pour n'en compoſer qu'un ſeul.

22. Conſiderons à preſent les diſpoſitions que prendront dans le recipient toutes ces ſurfaces ſpheriques, & l'effort qu'elles font les unes ſur les autres, & contre les parois interieurs du recipient qui les empêche de ſe dilater; & nous comprendrons, 1°. que toutes les ſurfaces grandes & petites de tous les degrez, ſeront diſperſées dans l'étenduë du recipient de la même maniere dont Deſcartes a conçu que l'Univers étoit rempli de tourbillons de toute ſorte de grandeur. Par quelle raiſon y auroit-il en effet dans une partie du recipient, plus de ſurfaces ſpheriques d'un certain ordre, que dans toute autre partie? 2°. Supoſant donc les plus grandes ſpheres également diſperſées dans toute la cavité du recipient, celles qui les ſuivent en grandeur occuperont les intervalles que les premieres laiſſeront entre elles, de même que celles du troiſiéme ordre ſe logeront dans les interſtices des ſecondes, & ainſi de ſuite à l'infini; en ſorte que chaque ſurface ſpherique ſera environnée de toutes parts d'une infinité de ſurfaces plus petites dans tous les degrez poſſibles. 3°. Et comme chacune de ces ſurfaces fourmille de mobiles qui circulent avec une vîteſſe convenable à la grandeur de leurs ſpheres, & que chacun de ces mobiles acquiert par cette circulation une force centrifuge, il eſt clair que toutes ces ſpheres dont l'interieur n'eſt rempli que de matiere ſubtile, s'efforceront continuellement de ſe dilater en tout ſens, tous les points de leurs ſurfaces tâchant en même tems de s'éloigner du centre de leur mouvement. On pourroit donc comparer ces ſpheres à ces veſſies d'eau de ſavon, que l'on dilate par le moyen de l'air introduit par un chalumeau, avec cette difference pourtant que les ſurfaces de celle-ci ſont pouſſées du dedans au dehors par une force étrangere; au lieu que les ſurfaces ſpheriques tendent d'elles-mêmes à ſe dilater en dehors, par la force centrifuge qui reſide dans ces mêmes mobiles circulans dont cha-

que surface sphèrique est composée. 4°. Aussi chacune de ces spheres grossiroit-elle actuellement par la dilatation de sa surface, si les spheres voisines qui font de pareils efforts pour s'étendre, ne l'en empêchoient. 5°. Mais y ayant un parfait équilibre entre les pressions par le moyen desquelles ces spheres agissent les unes sur les autres, il faut de necessité que chacune de ces spheres, tant grandes que petites, ait une force égale qui contre-balance l'effort de celles qui l'environnent, & l'empêche de ceder à leur pression.

23. Tout ceci bien entendu, j'en tire les consequences suivantes: 1°. Il faut que les mobiles qui circulent sur des surfaces spheriques de differentes grandeurs, ayent des vîtesses qui soient en raison sou-doublée, des rayons de leurs spheres; car de cette maniere les forces centrifuges deviennent égales par le Theorême de l'article 16. & les surfaces spheriques que j'appellerai dans la suite, *Spheres creuses*; ou simplement *Spheres*, se maintiendront dans un parfait équilibre, quoiqu'inégales en grandeur, par leurs pressions égales & reciproques. 2°. Comme les spheres contiguës aux parois du recipient, ne trouvent de réaction du côté de leur attouchement à ces parois, que la simple resistance passive, ou la fermeté du recipient, il est manifeste que toute sa surface interieure devant soutenir l'effort des spheres qui la touchent, sera continuellement pressée du dedans au dehors dans tous ses points, par des directions perpendiculaires. 3°. Les spheres qui ne touchent pas les parois du recipient, ne faisant autre chose que se contre-balancer mutuellement; & servant ainsi uniquement d'apui aux spheres qui touchent ces parois, il est évident que ce sont ces dernieres seules dont l'effort se fait sentir sur la surface interieure du recipient. Il en est de ceci comme de la pression de plusieurs ressorts rangez en ligne droite, dont j'ai parlé dans mon discours, (*Chap.6. art.3.*) où j'ai fait voir que la puissance *L*, qui empêche que les quatre ressorts égaux *ACB*, *BED*, *DGF*, *FIH*, ne se FIG. I.

débandent, eſt égale à la puiſſance *P*, qui réſiſte à un ſeul de ces reſſorts, au reſſort *ACB*, par exemple. 4°. D'où il s'enſuit que la preſſion totale que ſouffre la ſurface interieure du recipient, ne doit pas être eſtimée par la multitude de toutes les ſpheres contenuës dans la cavité du recipient, mais ſeulement par le nombre de celles qui ſont contiguës à ſa ſurface. 5°. Ainſi tout l'amas de nos ſpheres creuſes, étant tranſporté dans un autre recipient de même capacité, mais de figure differente, la preſſion totale que le ſecond recipient ſoutiendra, ſera plus ou moins forte, ſelon que ſa ſurface ſera plus ou moins grande que celle du premier recipient. 6°. Il s'enſuit encore de là qu'un recipient beaucoup moins ſpatieux que le premier, quoiqu'il ne puiſſe contenir qu'une partie de ces mêmes ſpheres creuſes, ſera cependant expoſé à une plus forte preſſion, ſi ſa ſurface interieure eſt plus grande que celle du premier recipient.

24. Il eſt aiſé après tout ce que je viens de dire, de déterminer quelle peut être la cauſe probable du reſſort des corps élaſtiques. En effet on ne peut guéres attribuer qu'à une matiere ſubtile, telle que je l'ai décrite, la cauſe primitive de l'élaſticité de tous les corps à reſſort; ſoit que ces corps ſoient eux-mêmes fluides, comme l'air groſſier que nous reſpirons; ſoit que ces corps ſoient ſolides, & de la nature de ceux qu'on nomme *roides*, lorſque parmi les particules terreſtres qui compoſent une matiere fluide ou liquide, il ſe trouve quantité de ces ſpheres creuſes, leſquelles tendent continuellement à ſe dilater par la force centrifuge de leurs mobiles circulans; il eſt évident que ce mouvement imprime à ces particules terreſtres, une force ou une tendance à s'écarter les uns des autres, & à occuper ainſi un plus grand volume qu'auparavant. C'eſt en vertu de cette force, ou de cette tendance des ſpheres creuſes à ſe dilater, que le fluide où elles ſe trouvent eſt apellé *élaſtique*; tel eſt non ſeulement l'air ordinaire, mais encore l'eſprit de vin rectifié, & d'autres liqueurs ſpiri-

tueuſes,

tueuſes, leſquelles ſe dilatent avec impetuoſité, dès que la preſſion exterieure de l'air qui retenoit leurs ſpheres creuſes en contrainte eſt ôtée, ou que la force centrifuge de leurs mobiles circulans eſt augmentée par un nouveau degré de vîteſſe, cauſé par la chaleur, ou par quelque autre cauſe étrangere. Auſſi voyons-nous que l'eſprit de vin mis dans la machine du vuide, boüillonne avec force ; & qu'étant expoſé à un air plus chaud, il ſe dilate ſenſiblement : les Thermometres ſont une preuve de ce que j'avance. Ce ſeroit ici le lieu de parler des effets ſurprenans des fermentations, & des efferveſcences chymiques, & particulierement de ceux de la poudre enflammée, ſi le ſujet le permettoit, n'y ayant aucun de ces effets qui ne découle naturellement de ma theorie ſur la cauſe du reſſort.

25. Il n'eſt pas plus difficile d'aſſigner aux ſolides élaſtiques, une cauſe probable de leur reſſort. Concevons que ces corps ſemblables à une éponge ſont remplis de petites cavitez ou cellules, & que chacune de ces cellules renferme des ſpheres creuſes, qui jointes aux particules terreſtres, compoſent ce que nous venons de nommer *matiere fluide élaſtique*. Concevons de plus, qu'outre ces cellules il y a une infinité de pores fort étroits, par leſquels la matiere ſubtile paſſe librement d'une cellule à l'autre, ſans que les mobiles circulans puiſſent s'échaper de leurs cellules à cauſe de la petiteſſe de ces pores. Voilà donc le corps roide ou élaſtique, conſideré comme un amas de petits recipiens, dont chacun contient une quantité de matiere fluide élaſtique, proportionnée à ſa capacité. Mais un corps compoſé de la ſorte, ne ſçauroit être plié ou comprimé, qu'une partie de ſes cellules ne ſe retreciſſent, & que les ſpheres creuſes qui y ſont renfermées, ſe retreciſſant auſſi à proportion, ne deviennent plus petites. Leurs mobiles circulans ſeront donc obligez de décrire de plus petits cercles, pendant qu'ils conſerveront toujours leur même vîteſſe ; la matiere ſubtile qui la leur imprime, continuant toujours

d'être agitée de même, quelque puiſſe être la compreſſion des pores & des cellules, ainſi que je l'ai fait voir art. 11. & 12. D'où il s'enſuit que chacun des mobiles circulans aura une force d'autant plus grande, que le rayon de la ſurface ſpherique ſur laquelle il circule diminuë davantage ; les forces centrifuges des mobiles égaux qui circulent avec des vîteſſes égales ſur des circonferences de cercles inégaux, étant en raiſon renverſée de leurs rayons. Les ſurfaces ſpheriques, ou les ſpheres creuſes contenuës dans les cellules retrecies, feront donc un plus grand effort pour les dilater, qu'elles ne faiſoient avant la compreſſion des cellules. Or c'eſt préciſement dans cet effort, exercé continuellement contre les parois des cellules, & qui tend à les élargir, que conſiſte la vertu des corps à reſſort ; & c'eſt auſſi ce que j'avois entrepris d'expliquer.

COROLLAIRE I.

26. Le reſſort des corps ſolides, provenant de l'effort que fait une matiere fluide renfermée dans leurs petites cellules, on voit aiſement pourquoi ce reſſort eſt parfait en quelque corps, & imparfait en d'autres. En effet un corps eſt parfaitement élaſtique, lorſque les fibres qui compoſent ces cellules, ſont aſſez fortes pour réſiſter à l'effort des ſpheres, pendant le retreciſſement de ſes cellules ; en ſorte que bien loin qu'il en creve aucune, elles ſe rétabliſſent toutes dans leur premier état. Il n'eſt au contraire qu'un corps parfaitement élaſtique, lorſque la ſtructure de ſes fibres eſt telle, qu'il creve une partie de ſes cellules retrecies par la compreſſion, tandis que l'autre partie de ſes cellules ſe rétablit.

COROLLAIRE II.

27. Tout ce qui augmente la vîteſſe des mobiles circulans ſur les ſurfaces ſpheriques, augmente auſſi en même tems la force de l'élaſticité du fluide élaſtique ; & plus la force centrifuge de chaque mobile circulant, de-

vient grande par l'augmentation de sa vîtesse, plus les spheres creuses tendent à se dilater avec effort; c'est par cette raison que l'air enfermé dans une phiole, étant aprochée du feu, la casse, & la fait sauter avec bruit; car la chaleur mettant en une agitation violente la matiere subtile; & celle-ci augmentant la rapidité des mobiles circulans, augmente aussi leurs forces centrifuges, d'où dépend l'élasticité de la matiere fluide; & cela à un point que les parois de la phiole n'étant plus en état de soutenir l'effort avec lequel les spheres creuses tendent à se dilater, il faut de necessité que le verre se casse avec éclat.

COROLLAIRE III.

28. C'est aussi de là que dépend la cause physique de ce que certains corps, dont les cellules sont composées de fibres peu flexibles, tels que le verre, le cristal, & diverses sortes de pierres étant jettées au feu, se fondent de toutes parts, les mobiles circulans du fluide élastique contenu dans les cellules de ces corps, étant excitez par la chaleur à se mouvoir d'une vîtesse extraordinaire, se dilatent avec tant de violence, qu'ils font crever leurs cellules incapables de soutenir un si grand effort, & s'échapant ainsi de tous côtez, laissent dans ces corps une infinité de crevasses ou fêlures; aussi voit-on que ces corps perdent leur élasticité par la calcination.

COROLLAIRE IV.

29. D'autres corps, tels que les métaux, par exemple, ont une structure differente, & les fibres de leurs cellules sujets à extension, prêtent plutôt que de rompre par la dilatation de leurs cellules; aussi voit-on que la contexture de ces corps demeure entiere, quoique leur volume augmente par la chaleur, à moins que la chaleur devenuë excessive, ne les fasse fondre; & cela conformement à l'experience, qui montre qu'une plaque de fer rougie au feu, augmente sensiblement dans toutes ses dimensions. On doit cependant remarquer que les

corps les plus cassans & les plus roides, tels que ceux dont j'ai parlé dans le Corollaire precedent, n'ont jamais leurs fibres assez inextensibles, qu'elles n'obéissent un peu avant que de rompre, & qu'une chaleur moderée dilate ces sortes de corps, sans désunir leurs petites parties. La pierre même est sujete à cette loi; & un bloc de marbre mesuré avec soin, a été trouvé plus long en Eté qu'en Hyver.

30. Je reviens aux fluides élastiques; il sera facile à present de découvrir le reste de leurs proprietez: c'en est une fort connuë, que celle dont j'ai parlé au second Corollaire; sçavoir que la chaleur augmente la force du ressort de l'air enfermé dans une phiole. Mais on n'a pas encore fait assez d'attention au raport qu'il peut y avoir entre les differens degrez de chaleur, les augmentations des forces du, du ressort de l'air que la chaleur occasionne: Voici ce que je conçois sur cela.

Puisque la chaleur consiste dans une agitation violente de la matiere subtile, qui penetrant avec facilité les corps les plus compactes, met en mouvement leurs mobiles circulans; il est évident que la vîtesse de leur mouvement, est la mesure du degré de chaleur, ou ce qui revient au même, l'intensité de la chaleur est en raison de la vîtesse des mobiles circulans d'un ordre donné; ensorte que si cette vîtesse augmente, par exemple, du double, on doit conclure que la chaleur qui a produit cet accroissement de vîtesse, à deux fois plus d'intensité qu'elle n'en avoit avant cet accroissement.

31. Venons à la maniere de mesurer la proportion des divers degrez de vîtesse que peuvent avoir entre eux les mobiles circulans. Les forces centrifuges des mobiles circulans d'un même ordre, c'est-à-dire, qui décrivent des cercles égaux, sont comme les quarrez de leurs vîtesses. Mais j'ai démontré que l'effet de ces forces centrifuges, n'est autre chose que la force du ressort d'un fluide élastique. On aura donc la juste mesure de la force du ressort, & par consequent aussi du degré de chaleur, ré-

duire au poids, & les intensitez de la chaleur seront en raison sou-doublée des forces du ressort ou des poids, que le fluide élastique, tantôt plus, tantôt moins échauffé, peut soutenir. Soient, par exemple, *A* & *B*, deux cylindres creux, parfaitement égaux en largeur & en hauteur, fermez par en bas, & ouverts par en haut, remplis tous deux d'air d'une même densité, & que nous suposerons d'abord de même temperature que l'air exterieur. Soient de plus deux diaphragmes *L M*, *N P*, qui bouchant exactement les ouvertures des cylindres, puissent neanmoins se mouvoir sans frottement, de haut en bas, & de bas en haut, il est clair que ces deux diaphragmes, considerez sans pesanteur, resteront en équilibre, chacun d'eux étant également pressé dessus & dessous, d'un côté par l'action de l'air exterieur, & de l'autre par une force égale du ressort de l'air interieur. Fig. 2.

Suposons à present que l'air exterieur étant ôté, on lui substituë deux poids *R* & *S*, dont chacun égal à la pression de l'air exterieur qui pesoit sur les diaphragmes, continuë à les tenir en équilibre, contre l'effort de l'air interieur, qui renfermé dans les cylindres *A* & *B*, agit contre ces diaphragmes, & tâche de les soulever par son ressort. Il est encore manifeste que cet équilibre durera aussi long-tems que l'air en *A* & en *B* restera dans son premier état de chaleur naturelle. Mais s'il survient un nouveau degré de chaleur, à l'un ou à l'autre de ces deux cylindres d'air, à *B*, par exemple, en ce cas son ressort sera augmenté, & il soulevera le diaphragme dont il est chargé, à moins qu'on n'augmente aussi la charge d'un nouveau poids *T*. Soient donc les poids *T* & *S* pris ensemble, ce qu'il faut précisement de pesanteur, pour empêcher que l'air en *B* ne souleve le diaphragme *NP*, je dis que suivant le systême que je viens d'établir, la chaleur de l'air naturel en *A*, sera à la chaleur augmentée en *B*, comme $\sqrt{R}$ est à $\sqrt{S+T}$.

32. Il seroit aisé de déterminer par ce moyen, ou par d'autres moyens équivalans, & plus faciles à pratiquer,

celui-ci n'ayant été proposé que pour mieux faire entendre ma pensée, il seroit, dis-je, aisé de déterminer la proportion qui regne entre les degrez de chaleur de l'air en Eté, & celle que ce même air conserve en Hyver. Je suis persuadé qu'il s'en faut beaucoup que la chaleur de l'air en Eté, ne surpasse autant qu'on le croit communément, la chaleur de l'air en Hyver : & qu'on ne soit pas surpris si j'attribuë un degré de chaleur à l'air en Hyver ; car le froid le plus violent n'étant causé que par une diminution, & non pas par une entiere extinction de la chaleur : il ne fait jamais si froid qu'il ne puisse faire encore plus froid ; ainsi quelque froid que l'air paroisse à nos sens, il conserve toujours quelque reste de chaleur.

33. Une des proprietez les plus curieuses qu'on ait reconnuë dans l'air, c'est la proportion constante qui regne entre son élasticité, & sa densité. L'experience ayant découvert que le même air, & dans un même degré de chaleur, devient d'autant plus élastique, qu'on le réduit à une plus grande densité ; les efforts que l'air fait pour se dilater, étant toujours en raison de ses densitez. La densité de l'air se mesure par la quantité d'air contenuë dans un volume donné, ou reciproquement, par l'espace connu qu'une quantité d'air occupe. Ainsi, par exemple, le piston d'une pompe pneumatique, & remplie d'air, étant enfoncé jusqu'à la moitié de la profondeur du cylindre, en sorte que l'air qui en occupoit auparavant toute la cavité, n'en occupe plus que la moitié ; cet air comprimé & réduit à un volume deux fois plus petit que son premier volume, sera dit avoir deux fois plus de densité qu'il n'en avoit avant l'avancement du piston. Reste à faire voir pourquoi dans cet état de compression, l'air repousse le piston avec deux fois plus de force ; car dans le premier état de consistance naturelle, l'air interieur repoussoit le piston en dehors avec autant de force que l'air exterieur le repoussoit en dedans. Mais dans l'état de compression dont nous venons

de parler, il faut outre la force de l'air exterieur, que celui qui enfonce le piston, employe de nouveau une force précisement égale à celle de l'air exterieur, si il veut empêcher que le piston ne rebrousse chemin; & si on enfonce le piston dans le cylindre, en sorte que l'air enfermé se trouve réduit à un tiers de la hauteur qu'il occupoit auparavant. Cet air ainsi comprimé sera trois fois plus dense, & repoussera par consequent le piston avec trois fois plus d'effort. Car pour empêcher le retour du piston, il faut joindre à la pression contraire de l'air exterieur, une force double de cette pression, & oposer par ce moyen au piston une résistance égale à l'effort de l'air condensé; il en est de même des autres cas que l'experience verifiera tous. J'en excepte les pressions excessivement grandes, où les forces de l'élasticité croissant en plus grande raison que les densitez; la regle generale commence à s'écarter un peu de cette proportion. Ma theorie en découvre la raison.

34. Reprenons les deux cylindres égaux, & l'article 31. *A* & *B*, & suposons qu'il n'y ait point d'air exterieur qui agisse sur les diaphragmes *LM* & *NP*, que le cylindre *A* est rempli d'air naturel, & que le cylindre *B*, en contient huit fois autant; l'air de ce cylindre sera huit fois plus dense que celui du cylindre *A*. Soient chargez les diaphragmes *LM*, *NP*, des poids *R* & $S+T$, dont la pesanteur proportionnée contrebalance précisement l'effort avec lequel l'air renfermé dans les cylindres *A* & *B*, tend à soulever ces diaphrames; en sorte que les poids *R* & $S+T$, marquent les forces de l'élasticité de l'air en *A* & en *B*: il s'agit de démontrer que $R . S+T :: 1 . 8$. c'est ce que j'execute de la maniere suivante.

35. Puisque dans l'espace *B* il y a par l'hypothese, huit fois plus d'air que dans l'espace *A*, il est visible que tout ce qui concourt à composer l'air naturel en *A*, se trouvera huit fois dans l'air en *B*, & que c'est la même chose que si j'avois introduit successivement dans le cylindre *B*, huit cylindres d'air naturel, dont chacun fut

égal au cylindre *A*; il y aura donc en *B* huit fois plus de particules terreſtres, & parmi celles-ci, huit fois plus de ſpheres creuſes de toutes façons, qu'il n'y en a en *A*, leſquelles ſeront entre-mêlées de la même maniere qu'elles le ſont dans le cylindre *A*; avec cette ſeule difference, qu'en *B* toutes les dimenſions des ſpheres creuſes ſeront réduites à la moitié de ce qu'elles ſont en *A*; je veux dire que le rayon de chacune de ces ſpheres, étant devenu deux fois plus petit par la compreſſion, la diſtance des mobiles circulans au centre de leurs ſpheres, ſera auſſi deux fois plus petite: c'eſt dans cette proportion que les dimenſions homologues doivent diminuer, pourvû qu'il y ait huit fois plus de ſpheres en *B* qu'en *A*: la raiſon en eſt manifeſte, & la moindre attention aux principes de Géometrie, fait voir que dans le cas propoſé, le nombre des ſpheres creuſes de chaque eſpece contenuës en *B*, doit être au nombre des ſpheres creuſes qui leurs répondent, & que contient l'eſpace *A* égal à l'eſpace *B*, en raiſon triplée reciproque de leurs rayons. Remarquez que je ſupoſe ici les eſpaces *A* & *B*, incomparablement plus grands que la plus grande des ſpheres creuſes, ſans quoi il pourroit arriver que la raiſon triplée reciproque ne ſeroit pas tout-à-fait exacte.

36. Il s'enſuit encore conformément aux mêmes principes de la Geometrie, que la multitude des ſpheres de chaque eſpece contiguës au diaphragme *NP*, eſt à la multitude de celles qui leurs répondent, contiguës au diaphragme *LM*, en raiſon doublée reciproque de leurs rayons, parce que les diaphragmes *NP* & *LM*, ſont des cercles égaux; en ſorte que dans le cas ſupoſé, il y a quatre fois plus de ſpheres de chaque eſpece qui s'appuyent contre *NP*, qu'il n'y en a qui s'apuyent contre *LM*. Mais puiſque de toutes les ſpheres que renferme un cylindre, ſon diaphragme n'eſt chargé que de la preſſion de celles qui le touchent immediatement; ainſi que nous l'avons fait voir dans les notes 3. & 4. de l'article 23. de ce Diſcours. Il reſte à examiner ici combien la preſ-

ſion

ſion totale des ſpheres apuyées contre le diaphragme *NP*, dont le nombre eſt quadruple du nombre de celles qui s'apuyent contre le diaphragme *L M*, ſurpaſſe la preſſion que les ſpheres contenuës dans le cylindre *A*, font ſur ce même diaphragme *LM*, le calcul en eſt aiſé : le voici. Le rayon de chaque ſphere étant réduit à la moitié par la condenſation, comme on l'a dit dans l'article precedent ; & les mobiles continuans à circuler ſur chaque ſurface ſpherique avec la même vîteſſe après la condenſation, puiſqu'on ſupoſe le même degré de chaleur. Il eſt évident par le Theorême de l'article 16. que chacun des mobiles circulans, aura une force centrifuge, double de celle qu'il avoit avant la condenſation, & que chaque ſphere creuſe réduite à la moitié de ſon rayon, tendra à ſe dilater avec deux fois plus de force. Ainſi le diaphragme *N P* étant preſſé par quatre fois plus de ſpheres, & chacune de ces ſpheres ayant deux fois plus de force, il en réſulte une preſſion totale contre *NP*, deux fois, quatre fois, ou huit fois plus grande que celle avec laquelle l'air dans ſon état naturel agit ſur le diaphragme *L M*. On démontrera par le même raiſonnement, que la preſſion contre *N P* doit être vingt-ſept fois plus forte, lorſque l'air en *B* eſt vingt-ſept fois plus denſe que n'eſt l'air naturel en *A*, parce que chaque ſphere creuſe réduite par la condenſation au tiers de ſon rayon, augmentera au triple l'effort avec lequel elle tend à ſe dilater, y ayant dans ce cas trois fois trois, ou neuf fois plus de ſpheres qui agiſſent ſur *N P* ; de ſorte que la preſſion totale de l'air condenſé contre *N P*, ſera $3 \times 3 \times 3$, ou vingt-ſept fois plus grande que celle de l'air naturel contre *LM*. La démonſtration eſt generale, puiſque les preſſions ſuivent toujours la proportion des denſitez. Mais c'eſt dans la force de ces preſſions que conſiſte la force du reſſort de l'air, & de tout autre fluide élaſtique : donc les élaſticitez ſont proportionnelles aux denſitez. *C. Q. F. D.*

37. Dans tout ce raiſonnement, j'ai fait abſtraction de l'étenduë qu'auroit la matiere propre du fluide élaſti-

que, si toutes les particules qui la composent, & qui ne peuvent pas penetrer les pores des corps, étoient ramassées en une masse solide & sans pores ; ou plutôt j'ai suposé tacitement, que toute l'étenduë de cette masse ne feroit qu'une partie infiniment petite, de l'espace entier dans lequel le fluide élastique est contenu. En effet l'air naturel étant pour le moins 15000 fois moins pesant, & par conséquent plus rare que l'or, qui lui-même n'est pas sans pores ; on peut dire que la matiere propre de l'air naturel, & des spheres creuses qui nagent dedans, ne fait pas la quinze milliéme partie du volume qu'occupe l'air ; de sorte qu'on peut bien considerer cette partie comme infiniment petite par raport à l'étenduë de son volume entier. Mais un autre fluide élastique qui contiendroit beaucoup plus de matiere que l'air, ou l'air même extrêmement condensé, demanderoit sans doute qu'on eut égard à ce que son étenduë pourroit aporter de changement à notre regle ; car soit l'espace *A* occupé par un fluide élastique, dont la matiere ramassée forme une étenduë $=b$, soit une autre espace $B = à\ A$, qui tienne huit fois autant du même fluide élastique. On devroit dire, selon la définition ordinaire de la densité, que le fluide en *B* est huit fois plus dense que le fluide en *A* ; mais on se tromperoit, puisqu'à proprement parler, il est plus de huit fois plus dense. Pour s'en convaincre on n'a qu'à considerer que l'espace entier *A* ou *B* étant nommé *a*, le volume que le fluide élastique occupe en *A* & en *B* par sa dilatation, se détermine en retranchant de l'espace entier *a*, ce que le fluide ramassé contiendroit d'étenduë de part & d'autre, sçavoir *b* & 8*b* : de sorte que le volume en *A*, n'est pas *a*, mais $a-b$, & le volume en *B*, $a-8b$; ces deux volumes ne peuvent donc pas être pris pour égaux ; comme lorsqu'on supose que la matiere du fluide ne fait pas une partie finie de l'espace dans lequel il est contenu. Je veux dire que *b* est infiniment petit par raport à *a* ; & lorsque ces volumes sont inégaux, la veritable densité du fluide en *B*, n'est

pas à la densité du fluide en *A*, comme la quantité de matiere en *B*, est à la quantité de matiere en *A*, ou comme 8 est à 1; mais en raison composée de la directe de ces quantitez, & de la raison inverse des veritables volumes que le fluide élastique occupe de part & d'autre par sa dilatation. Ainsi la densité en *B*, est à la densité en *A*, $:: \frac{8}{a-8b} \cdot \frac{1}{a-b} :: 8a - 8b.\ a - 8b.$ ce qui fait une raison plus grande que de 8 à 1. Mais par notre démonstration (*art.* 36.) les élasticitez sont toujours proportionnelles aux veritables densitez : donc la force de l'élasticité du fluide en *B*, est à la force de l'élasticité en *A*, $:: 8a - 8b.\ a - 8b.$ c'est-à-dire, en plus grande raison que 8 à 1. & en general si on introduit en *B* une quantité de fluide élastique n fois plus grande, que celle qui est en *A*, on aura l'élasticité en *B*, à l'élasticité en *A*, $:: na - nb.\ a - nb > n.\ 1.$ & par tant en une raison plus grande que celle des densitez aparentes.

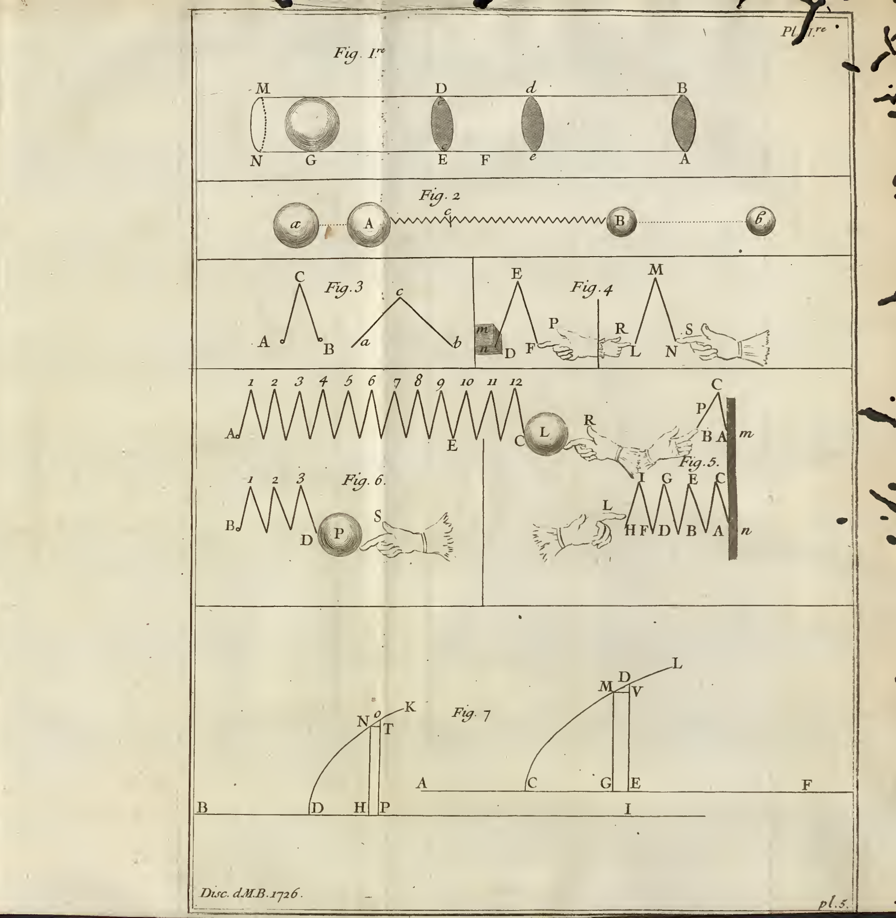
38. On remarquera que quoique b soit plus petit que $\frac{1}{15000}a$, lorsque l'air est dans son état naturel, & que par consequent il ne fasse pas une partie sensible de a; cependant le nombre n peut augmenter si fort, que nb deviendra enfin sensible par raport à a. C'est ce qui fait que l'air extrêmement condensé, a la force de son ressort plus grande que ne semble l'exiger la densité aparente : lorsqu'on dit donc que les élasticitez de l'air sont proportionnelles à ses densitez aparentes, cela ne doit s'entendre que des densitez aparentes, mediocres ou moyennes, lesquelles ne different pas sensiblement des densitez veritables.

39. Nous ne connoissons jusqu'ici que la chaleur & la condensation qui augmentent le ressort de l'air, j'ai consideré ces causes separément, & j'ai déterminé l'effet que chacune d'elles peut produire de son côté. Il ne sera pas difficile de déterminer presentement l'effet que ces deux causes produisent étant combinées ensem-

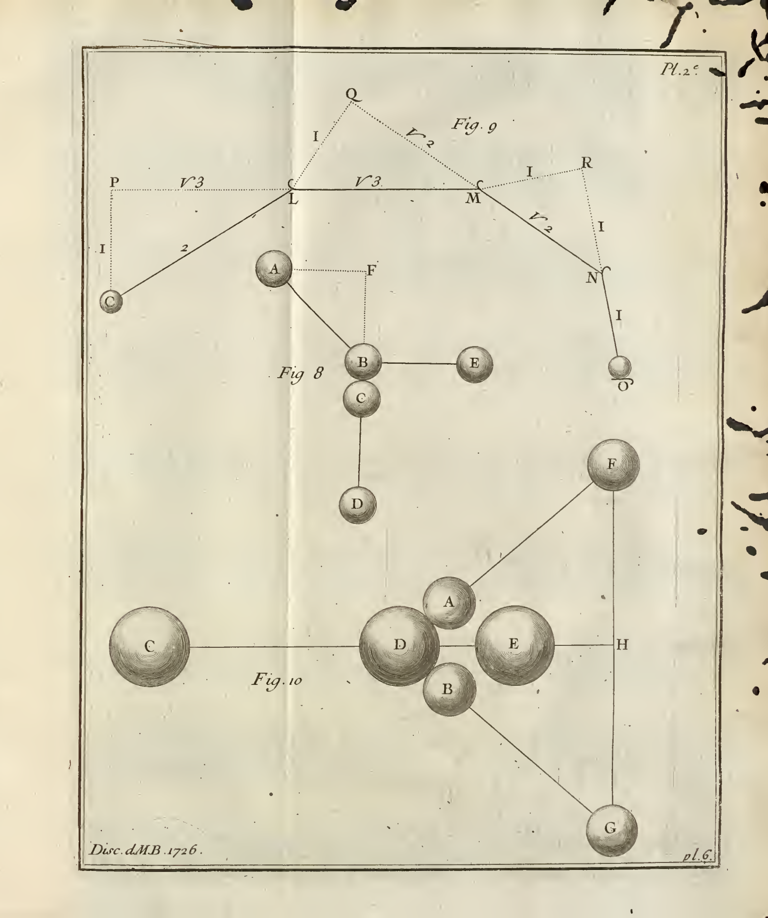
ble, lorſque l'une & l'autre vient à être changée. Nous avons prouvé que les differens degrez de chaleur cauſent dans le même air des élaſticitez, qui ſont comme les quarrez des intenſitez de la chaleur ; & que les differentes denſitez (la même chaleur ſupoſée) ſont en ſimple raiſon des élaſticitez. On trouvera donc en compoſant ces deux raiſons, que les élaſticitez de deux volumes d'air differemment chauds, & differemment denſes, ſont en raiſon compoſée de la raiſon doublée des chaleurs, & de la ſimple des denſitez : verité qui a lieu tant que les denſitez aparentes ne different pas ſenſiblement des veritables : je veux dire tant que la compreſſion de l'air n'eſt pas aſſez grande pour que la quantité de matiere ramaſſée en une maſſe, faſſe une étenduë comparable à l'eſpace où il eſt renfermé.

40. J'aurois pû tirer ici de mes principes, diverſes conſequences qui peut-être contribuëroient à perfectionner l'uſage des Thermometres, & des Barometres. La matiere eſt riche & d'autant plus curieuſe, qu'il ne me paroît pas qu'on ait eu juſqu'à preſent des idées aſſez nettes ſur la meſure du froid & du chaud ; & ſi les Thermometres ordinaires marquent les variations qui arrivent à l'une & à l'autre de ces qualitez, c'eſt ſans indiquer au juſte la proportion qui regne entre elles, ni combien l'air eſt plus ou moins chaud en un tems qu'en un autre. Mais cette entrepriſe me meneroit trop loin, elle paſſe les bornes que je me ſuis preſcrites, & ce que Meſſieurs de l'Academie exigent de moi. Content donc de me renfermer dans une explication probable de la cauſe phyſique du reſſort, je pourrai un jour leur faire part de mes meditations, ſi cet Ecrit que j'ai l'honneur de leur preſenter, a le bonheur de leur plaire.

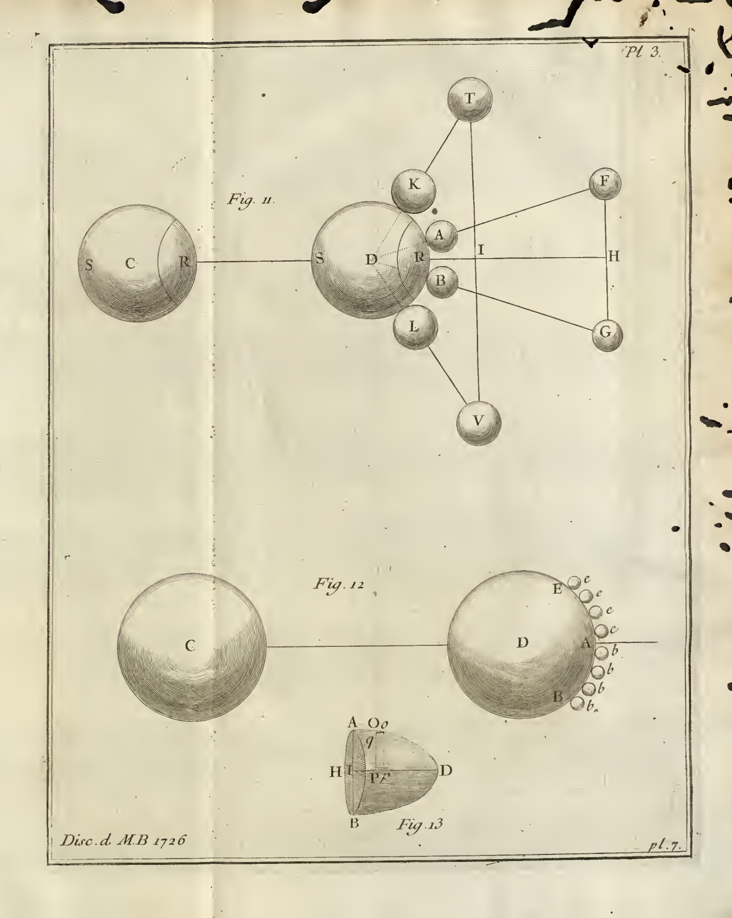
FIN.

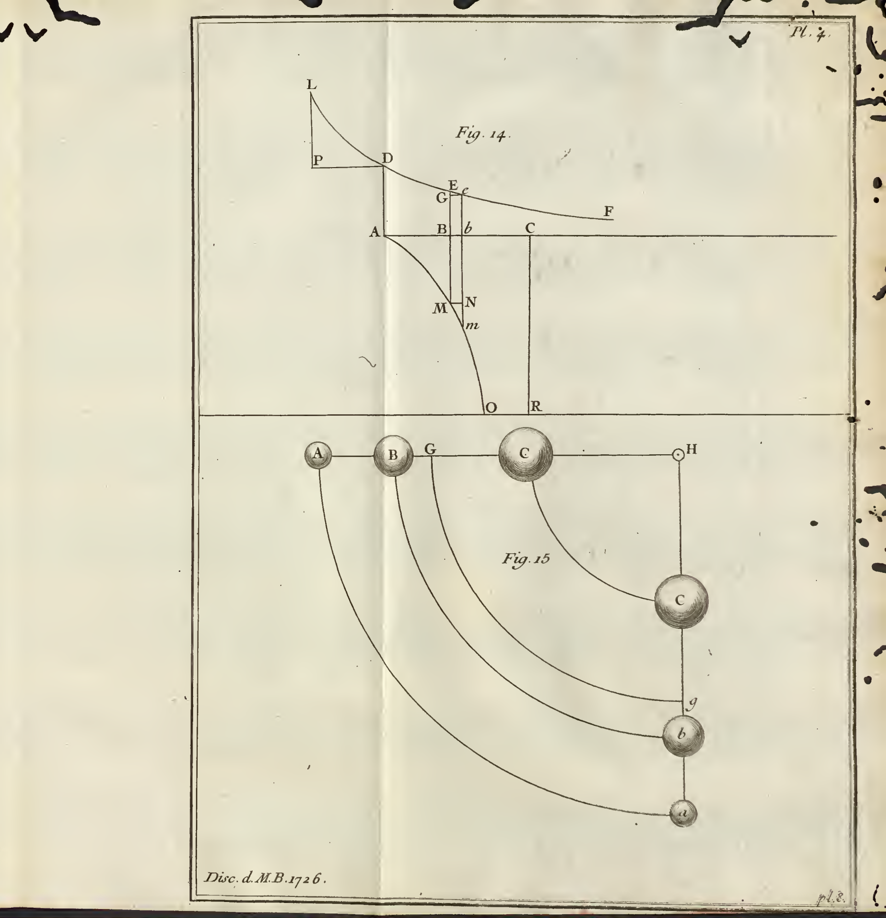

Pl. I.re
Fig. I.re
M
D
d
B
N
G
E
F
e
A
Fig. 2
a
A
c
B
b
Fig. 3
C
c
A
B
a
b
Fig. 4
E
M
m
n
D
F
P
R
L
N
S
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
A
E
C
L
R
C
P
B
A
m
Fig. 5.
I
G
E
C
L
H
F
D
B
A
n
Fig. 6.
1 2 3
B
D
P
S
Fig. 7
L
D
M
V
K
N
o
T
A
C
G
E
F
B
D
H
P
I
Disc. d.M.B. 1726.
pl. 5.

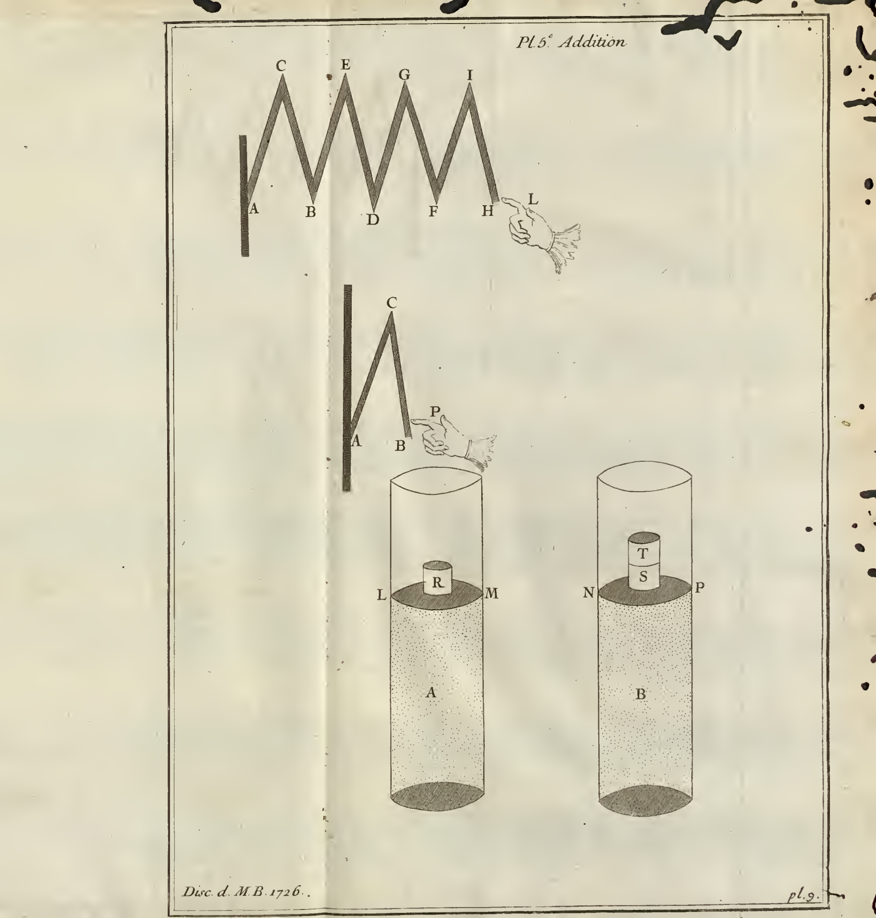


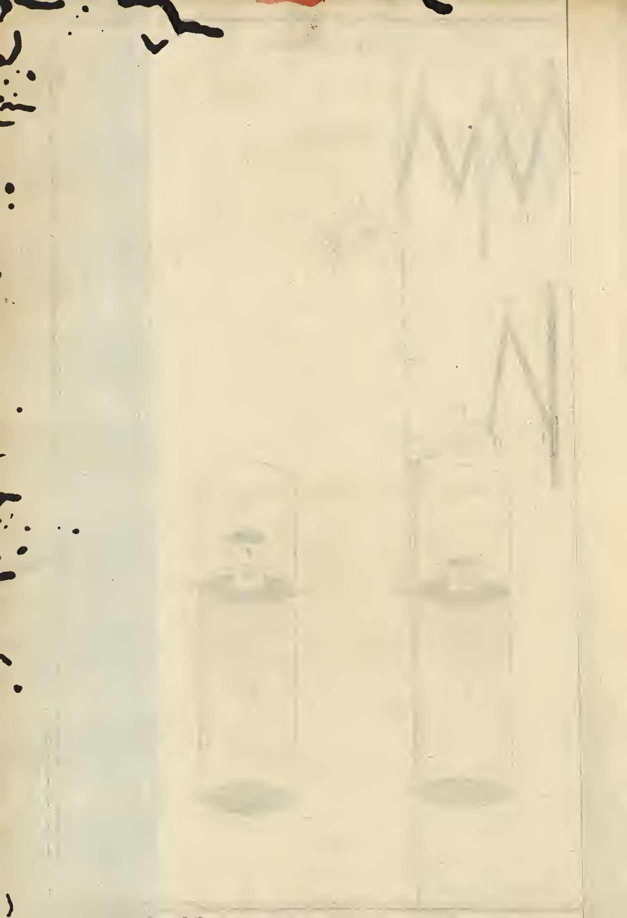


Pl.2e
Q
I
V2
Fig. 9
R
P
V3
V3
I
L
M
V2
I
I
2
A
F
N
C
I
B
E
Fig 8
O
C
D
F
A
C
D
E
H
Fig. 10
B
G
Disc. d.M.B. 1726.
pl. 6.


Pl. 3.
Fig. 11.
S
C
R
S
D
R
K
T
A
F
I
H
B
G
L
V
Fig. 12
C
D
E
A
B
e
e
e
e
b
b
b
b
A
O
o
q
H
I
P
P
D
B
Fig. 13
Disc. d. M.B 1726
pl. 7.


Pl. 4.
Fig. 14.
L
P
D
E
e
G
F
A
B
b
C
M
N
m
O
R
A
B
G
C
H
Fig. 15
C
g
b
a
Disc. d. M.B. 1726.
pl. 8.

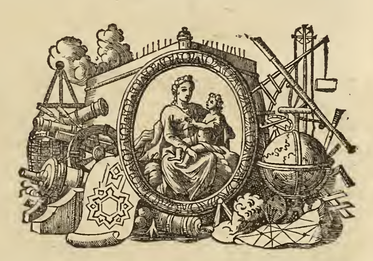

Pl. 5.e Addition
C
E
G
I
A
B
D
F
H
L
C
P
A
B
R
L
M
A
T
S
N
P
B
Disc. d. M.B. 1726.
pl. 9.



DE LA MÂTURE DES VAISSEAUX.

PIECE QUI A REMPORTÉ LE PRIX DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Proposé pour l'année 1727, selon la fondation faite par feu M. ROUILLE' DE MESLAY, *ancien Conseiller au Parlement.*



A PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image de Notre-Dame.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 6. Septembre 1727.

MESSIEURS de Mairan & Nicole, qui avoient été nommez pour examiner les Additions faites par M. Bouguer à ſa Piéce ſur *la Mâture des Vaiſſeaux*, qui a remporté le Prix de cette année, en ayant fait leur rapport; la Compagnie a jugé que ces Additions ſerviroient à perfectionner cette Piéce, très-digne d'ailleurs de l'honneur qu'elle a reçû. En foi de quoi j'ai ſigné le préſent Certificat. A Paris ce 26. Septembre 1727.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Ac. Roy. des Sc.*

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conſeillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conſeiller ordinaire en notre Conſeil d'Etat, & Préſident de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement expoſer, que depuis qu'il nous a plû donner à notredite Académie, par un Réglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'eſt appliquée avec plus de ſoin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ſes exercices; enſorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle ſeroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaiſoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conſeil d'Etat du 13. Août 1713. Et déſirant donner au Sieur Expoſant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Préſentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéiſſance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choiſir, en telle forme, marge, caractére, & autant de fois que bon lui ſemblera, *toutes ſes Recherches ou Obſervations journaliéres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Aſſemblées*; comme auſſi *les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la compoſent*, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître ſous ſon nom, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & jugé qu'ils ſont dignes de l'impreſſion; & ce pendant le tems de *quinze années* conſécutives, à compter du jour de la datte deſdites Préſentes. Faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre Royaume; comme auſſi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun deſdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie; en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, ſans le conſentement par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiſcation des Exemplaires contre-

faits au profit de sondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dén·n-ciateur, & de tous dépens, dommages & interêts ; à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvr·ges sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caractéres, conformément aux Réglemens de la Librairie ; & qu'avant de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau ; le tout à peine de n·llité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoi·nons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desd. Présentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desd. Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29 jour du mois de Juin, l'an de grace 1717, & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roi en son Conseil.

Signé, FOUQUET

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.

Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné Président de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Académie, pour par elle & les differens Académiciens qui la composent, en jouir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.

ERRATA.

PAge 58 ligne 20, lisez f au lieu de f^2 *dans le dénominateur de l'expression algébrique. Pag. 68 l. 22, lisez* $\frac{5}{6}e$ *au lieu de* $\frac{6}{5}e$. *Pag. 79 l. 28, lisez* & la distance. *Pag. 80 l. dern. effacez* l'exposant 2 *du dénominateur x. Pag. 85 l. 4,* il puisse, *effacez* il. *Pag. 121 l. 20*, la situation, *lisez* sa situation. *Pag. 145 l. 16, lisez* n'a que $\frac{1}{h^2}$ de variable. *Pag. 150 l. dern.* qui lui est égale & qui a la même forme, *lisez* qui doit lui être égale si on suppose que A & a soient deux impulsions directes connuës, l'une pour la route directe & l'autre pour la route dont *c* est la tangente de la dérive.



DE LA MÂTURE DES VAISSEAUX.

Vela damus, vaſtumque cavâ trabe currimus æquor.
Lib. III. Virg. Mar.

PREMIERE SECTION.

Où l'on examine les conditions de la Mâture parfaite, principalement pour la route directe.

CHAPITRE PREMIER.

Des Mâts conſiderez comme leviers, & des points qui leur ſervent d'hypomoclions.

I.

LES voiles ſupérieures ſont ordinairement plus d'effet que les inférieures; ſoit parce qu'étant plus tenduës, elles reçoivent plus directement l'impulſion du vent, ſoit parce que le vent auquel elles ſont expoſées eſt plus rapide que celuy

qui frappe ſur les voiles d'enbas. Les Anciens qui ne penſoient point à ces deux raiſons, prenoient les Mâts pour des leviers, & prétendoient que les voiles ſupérieures ne faiſoient marcher le Vaiſſeau avec plus de vîteſſe, que parce qu'elles étoient appliquées à une plus grande diſtance du point d'appuy. Prévenus enſuite en faveur de ce ſentiment, ils le ſoutenoient avec chaleur; car ils rapportoient à cette même méchanique indifferemment toutes ſortes d'actions, & ils ne pouvoient pas manquer d'y rapporter celle des Mâts, dont la hauteur eſt tres-propre à repreſenter la longueur des leviers. Cependant on peut aſſurer qu'ils ſe trouvoient arrêtez par une grande difficulté; il falloit aſſigner une place au point d'appuy, & ils ne ſçavoient pas trop où le mettre. Le centre de gravité, le pied du Mât, l'extrémité de la prouë, tous les points du Navire enfin, ſervoient aſſez à expliquer les balancemens & les inclinaiſons du Vaiſſeau; mais ils ne ſervoient pas également, lorſqu'il s'agiſſoit de rendre raiſon du mouvement du ſillage, & c'eſt-là juſtement ce qui embarraſſoit.

En effet, on étoit alors bien éloigné d'avoir le véritable point d'appuy, puiſqu'il eſt facile de prouver que ce point ne peut être qu'au centre de la terre. Pour ſe convaincre de cette propoſition, qui ſemble d'abord un peu paradoxe, il n'y a qu'à ſuppoſer que le Vaiſſeau pouſſé par le vent qui choque ſa voile, fait dans ſa route le tour de nôtre globe. Pendant ce temps-là le centre d'effort de la voile décrira un cercle concentrique à la terre, & le Mât changera continuellement de ſituation. Mais cependant ſi on conçoit ce Mât prolongé indéfiniment par enbas, il paſſera toujours par le centre de la terre, & ainſi il ſera toujours rayon des cercles que le Vaiſſeau & le centre d'effort de la voile décriront. Voila ce qui montre que le centre de la terre eſt naturellement le point fixe ou le point d'appuy des Mâts pris pour leviers dans l'explication du mouvement du ſillage. Les Mâts ſont des

leviers de la seconde espece, parce que le fardeau est entre la puissance & le point d'appuy. Le point d'appuy est le centre de la terre où le Mât étant prolongé va toujours se rendre; la puissance, c'est l'impulsion du vent réunie dans le centre d'effort des voiles, & le fardeau est representé par la difficulté qu'il y a à mouvoir le Vaisseau dans un milieu qui fait de la résistance. Et nous pouvons remarquer que comme la puissance & le fardeau sont sensiblement à une même distance du point fixe, puisque la hauteur des Mâts est toujours insensible par rapport au rayon de la terre, la puissance doit être égale au fardeau : c'est-à-dire que, lorsque le Navire single avec son mouvement uniforme, l'impulsion du vent selon le sens horisontal doit être égale à la résistance que le Navire trouve à avancer dans l'eau aussi selon le sens horisontal.

II.

Mais si au lieu de considerer le sillage du Navire, on examine ses situations & inclinaisons, son *tangage* & son *roulis*, on ne doit plus prendre le centre de la terre pour le point fixe : car il est certain que peu de changement dans la hauteur du Mât produit de grands effets dans la situation du Vaisseau, & c'est ce qui n'arriveroit pas si le point d'appuy étoit au centre de la terre; puisque l'impulsion du vent sur la voile en seroit toujours à peu près également éloignée, & agiroit par consequent toujours de la même maniere. C'est donc le centre de gravité du Vaisseau qu'on doit dans ce cas regarder comme hypomoclion ou comme point d'appuy : car une puissance ne tend à faire tourner un corps ou à le faire incliner, que selon qu'elle est appliquée à plus de distance de son centre de gravité. Si, par exemple, la direction SK [Figure 1.] du choc du vent sur la voile LM passoit par le centre de gravité G du Vaisseau OC, le choc du vent n'auroit aucune force pour faire incliner le Navire; mais comme

Tangage, c'est les balancemens du Vaisseau dans le sens de sa longueur; & *roulis*, les balancemens dans le sens de sa largeur.

Fig. 1.

la direction SK est considerablement éloignée du centre G, on doit convenir que le choc du vent tend à faire pancher le Vaisseau du côté de sa prouë O, avec un moment qui est d'autant plus fort, que la distance de sa direction SK au centre G, qui sert de point d'appuy, est plus grande.

III.

Pendant que l'impulsion du vent travaille ainsi à faire enfoncer la prouë dans l'eau, il faut nécessairement que quelqu'autre puissance tende à l'en faire sortir; autrement le Navire verseroit toujours. La principale force qui s'oppose à l'impulsion du vent, c'est l'impulsion de l'eau sur la prouë *a*E qui agit selon la direction DH. Le Vaisseau ne peut pas singler le moins du monde sans choquer l'eau qui se rencontre sur son chemin, ni sans en être repoussé dans un sens contraire à la route: & l'impulsion tombe sur une ligne DH qui s'éleve en l'air vers H, parce que comme la prouë *a*E est toujours inclinée en avant, elle est poussée par l'eau, non-seulement selon le sens horisontal, mais aussi selon le sens vertical. Or cette impulsion de l'eau peut contre-balancer l'impulsion du vent sur la voile; car elle tend à élever la prouë en même-tems que l'impulsion du vent tend à la faire caler; & il est évident que selon que l'une de ces impulsions sera plus puissante que l'autre, à raison de sa force absoluë & de la distance de sa direction au centre de gravité G, le Navire doit prendre differentes situations.

IV.

On voit bien qu'il est de la derniere importance pour la Théorie de la mâture de découvrir le résultat de ces deux impulsions du vent sur la voile, & de l'eau sur la prouë. On pourroit considérer ces impulsions séparément: mais je crois qu'il vaut beaucoup mieux les réduire

d'abord en une ſeule force par les régles de la compoſition des mouvemens ; car nous n'aurons de cette ſorte qu'un ſeul effort à conſidérer, & nous ſerons moins obligez de partager notre attention. Lorſqu'on tire en même-tems un corps par deux differentes directions, comme avec deux cordes, ce corps n'eſt pas déterminé de la même maniere que s'il n'étoit tiré que vers un ſeul côté. Des deux directions il s'en forme une troiſiéme, & c'eſt cette derniere que le corps ſuit dans ſon mouvement. Il doit arriver à peu près la même choſe au Vaiſſeau qui eſt exposé en même-tems à l'action de deux differentes forces, l'impulſion du vent, & l'impulſion de l'eau. Ces deux forces ſe doivent réduire en une ſeule ; & ce doit être la même choſe de conſidérer cette ſeule force, que d'avoir égard aux deux impulſions du vent & de l'eau ; parce que comme ces impulſions ſont contraires en certain ſens, elles ſe détruiſent en partie, & la force dont nous parlons doit être composée de tout ce qui n'entre pas dans la deſtruction. Mais il faut que nous nous reſſouvenions toujours de prendre le centre de gravité du Vaiſſeau pour point d'appuy ; puiſque ce centre ſert véritablement d'hypomoclion à toutes les puiſſances qui tendent à faire tourner ou incliner le Navire.

CHAPITRE II.

De la maniere dont les chocs du vent ſur la voile, & de l'eau ſur la prouë ſe réduiſent à un ſeul effort.

I.

LE Lecteur ſçait, ſans doute, que c'eſt ordinairement par le moyen d'un paralellograme qu'on réduit deux puiſſances en une ſeule force. Si, par exemple, deux puiſſances pouſſent à la fois le corps A Fig. 2. ſelon les Fig. 2.

deux directions AB & AC, & que la premiere le pouſſe avec une force capable de luy faire parcourir AB, pendant que la ſeconde le pouſſe avec une force capable de luy faire parcourir AC : ce corps ne doit ſuivre en particulier aucune des directions AB & AC ; car la puiſſance qui agit ſur l'autre direction doit l'en empêcher. Ce corps doit ſuivre un chemin AD qui tienne une eſpece de milieu entre les deux directions AB & AC : & pour découvrir ce chemin, il n'y a qu'à former le paralellograme BACD par les paralelles CD, BD aux directions, & la diagonale AD ſera le chemin requis ou la direction composée des deux AB & AC ; direction composée que le corps A doit ſuivre, ou qu'il eſt du moins déterminé à ſuivre par l'impulſion des deux puiſſances. Le corps A en avançant ſur AD, ſatisfera, autant qu'il ſera poſſible, aux mouvemens ſur les deux directions AB & AC. La premiere puiſſance en agiſſant ſelon AB, le pouſſe dans le ſens de la direction composée AD de la quantité AG, & tend à l'écarter de cette même direction de la quantité AE ou GB. La ſeconde puiſſance qui pouſſe ſelon AC avec une force AC, tend auſſi à faire avancer le corps A dans le ſens de la direction composée AD d'une quantité AH, & tend à l'écarter de cette même direction de la quantité AF ou HC. Mais comme les deux puiſſances travaillent à écarter le corps A de différens côtez de la direction composée AD, l'une du côté droit, & l'autre du côté gauche, & qu'elles travaillent à cela avec des forces précisément égales AE & AF ou GB & HC, il eſt évident qu'elles ſe doivent détruire mutuellement dans le ſens perpendiculaire à AD, & qu'ainſi elles ne doivent point empêcher le corps A de ſuivre AD. Et enfin, ſi on joint AG & AH, qui ſont les tendances des deux puiſſances ſelon la direction composée, on trouvera qu'elles forment AD, puiſque HD eſt égale à AG, à cauſe de l'égalité des deux triangles BAG, CDH. De ſorte que les deux mouvemens AB & AC ne ſe réduiſent eu égard à

tout, à leur convenance & à leur oppoſition, qu'au ſeul mouvement AD.

II.

Comme le Vaiſſeau ne forme qu'un ſeul corps avec ſon Mât & ſa voile, il eſt auſſi toujours ſujet à l'action de deux puiſſances, le choc du vent ſelon la direction SK, & le choq de l'eau ſur la prouë ſelon la direction DH ; & il eſt ſenſible que ces deux chocs ſe doivent réduire de la même maniere en un ſeul effort. Ces deux chocs s'exerceroient tout le long de leurs directions SK & DH, ſi rien ne les empêchoit dans leurs actions ; mais ils ſe font obſtacle l'un à l'autre en N, où leurs directions ſe coupent ; ils ont des forces contraires ſelon certain ſens, & ces forces ſe doivent détruire mutuellement en N, parce que c'eſt-là où elles ſe trouvent directement opposées. Je prends donc ſur leurs deux directions SK & DH depuis leur point de concours N, des eſpaces N*p* & N*r* pour déſigner les impulſions du vent & de l'eau, ou pour en marquer le rapport. L'eſpace N*p* exprimera l'impulſion du vent ſur la voile LM, pendant que l'eſpace N*r* repreſentera l'impulſion de l'eau ſur la prouë *a*E. J'acheve le paralellograme N*ptr*, & j'ay dans ſa diagonale N*t* la direction composée des deux SK & DH, & l'effort mutuel des deux impulſions N*p* & N*r* ; effort mutuel qui eſt tout ce qui réſulte de la réunion des impulſions du vent & de l'eau. Cet effort a moins de tendance dans le ſens de la route, que le choc N*p* du vent ſur la voile, parce qu'il ne repreſente pas l'action ſeule du vent, mais les actions du vent & de l'eau jointes enſemble ; c'eſt-à-dire, qu'il marque la force avec laquelle le vent pouſſe dans le ſens de la route après le retranchement fait de la réſiſtance de l'eau qui pouſſe dans un ſens contraire. Et ſi ce même effort N*t* agit dans la détermination verticale, c'eſt afin de remplir les forces relatives verticales des impulſions du vent & de l'eau, qui bien loin de ſe détruire, s'ajoutent au contraire Fig. 1.

ici ensemble ; parce qu'elles s'aident l'une & l'autre en tendant toutes deux en haut.

III.

Nous n'examinons point encore les changemens que l'effort N *t* doit produire dans la situation du Vaisseau : nous ne considérons icy les effets de cet effort que par rapport à la marche. Comme il tire de l'avant par sa force horisontale, & que rien ne peut luy faire obstacle, il est sensible qu'il fera augmenter la vîtesse du Navire. Et il en sera de même toutes les fois que cet effort agira sur une direction inclinée vers la prouë : car, puisque le Vaisseau conserveroit sa même vîtesse si rien ne le tiroit de l'avant, & s'il ne ressentoit aucune résistance, il est sensible qu'il doit augmenter son mouvement lorsque de l'impulsion du vent & de la résistance de l'eau il résulte un effort N *t* qui le tire dans le sens de la route. Mais il y a de la différence aussi-tôt que la direction de cet effort est verticale comme NT, ainsi que cela arrive pendant presque toute la navigation ; car l'effort composé NT n'a dans ce cas aucune force horisontale qui puisse produire du changement dans le sillage. Il est vrai que les impulsions NP du vent & NR de l'eau qui forment l'effort NT, tendent toujours chacune à part à faire marcher le Vaisseau plus vîte ou plus lentement : mais ces deux impulsions agissent ensemble & en des sens contraires, & il faut nécessairement qu'elles se détruisent l'une & l'autre quant au sens horisontal de la route, puisqu'elles ne se réduisent qu'à un effort vertical NT. Ainsi ces deux impulsions peuvent bien jointes ensemble soulever le Navire par leur tendance mutuelle verticale ; mais elles ne doivent point altérer le mouvement du sillage, parce qu'elles s'en empêchent mutuellement, & que leur effort composé ne tire qu'en haut. Il reste à expliquer comment les impulsions du vent & de l'eau qui agissent d'abord sur une direction

direction composée oblique, prennent très-peu de tems après une direction verticale NT.

IV.

C'est qu'à chaque degré de vîtesse que l'effort composé des impulsions du vent & de l'eau communique au Navire, l'impulsion du vent sur la voile diminuë & l'impulsion de l'eau sur la prouë augmente; de maniere que de ces deux impulsions du vent & de l'eau il naît ensuite un effort composé, différent du premier & qui approche un peu plus d'être vertical. L'impulsion de l'eau devient plus grande à mesure que le sillage augmente; car le Vaisseau ne peut pas singler plus vîte sans choquer l'eau par sa prouë avec plus de force. Et l'impulsion du vent sur la voile diminuë en même tems; parce que plus le Vaisseau single vîte, plus la voile fuit, pour ainsi dire, le vent; ou ce qui revient au même, plus il faut retrancher de la vîtesse absoluë du vent pour avoir la vîtesse respective avec laquelle il frappe la voile. Ainsi après qu'un effort composé Nt des impulsions Np du vent & Nr de l'eau a fait accélerer le mouvement de la marche de quelque degré, les impulsions du vent & de l'eau ne doivent plus être les mêmes; l'impulsion du vent doit être plus petite, telle qu'est NP & l'impulsion de l'eau plus grande telle qu'est NR; & il doit se former un autre effort composé NT. Cet effort NT fait encore accélerer le mouvement de la marche par sa tendance horisontale; & cette accélération étant cause que les impulsions du vent & de l'eau changent derechef, il se forme encore un autre effort un peu moins incliné; & la même chose se répete d'instant en instant, jusqu'à ce que l'effort composé se trouve exactement vertical comme NT, & que la promptitude de la marche n'augmente plus: ce qui s'acheve en fort peu de tems, en moins de deux ou trois minutes.

Fig. 1.

V.

Il s'enſuit de là que les impulſions du vent & de l'eau doivent agir ſuivant différentes directions compoſées ſelon les différens états dans leſquels on examine le Navire. Ou 1°. le ſillage n'eſt point encore arrivé à ſa plus grande vîteſſe, & alors la direction compoſée des impulſions eſt inclinée en avant comme N *t*, N *T*, &c. & plus ou moins incliné, ſelon qu'il s'en faut davantage que le Navire n'avance avec ſon mouvement uniforme. Ou 2°. le ſillage ne s'accélére plus, & c'eſt une marque que la direction compoſée eſt exactement verticale comme NT. Mais puiſqu'il eſt certain par l'expérience que les Vaiſſeaux ne reſtent que fort peu dans le premier état, & qu'ils parviennent au ſecond dans lequel ils avancent avec leur mouvement uniforme, en moins de tems qu'il n'en faut pour déployer toutes leurs voiles & pour les orienter, nous pouvons fort bien ne les conſiderer que dans ce ſecond état. C'eſt pourquoi nous prendrons toujours pour principe que *les impulſions du vent ſur la voile* LM *& de l'eau ſur la prouë a* E *ne ſe réduiſent qu'à l'effort vertical* NT *ou ne tendent jointes enſemble qu'à tirer le Navire en haut, ſelon la verticale* VNT *qui paſſe par l'interſection* N *de leurs directions* SK *&* DH.

VI.

Si on veut maintenant trouver la valeur de l'effort compoſé NT, il ſera facile d'en venir à bout; pourvû qu'on ſçache la valeur d'une des impulſions du vent ſur la voile ou de l'eau ſur la prouë avec la ſituation des axes SK & DH de ces deux impulſions. On ſçaura la force de l'impulſion du vent par l'étenduë de la voile & par la vîteſſe du vent: & la force de l'impulſion de l'eau ſur la prouë par la grandeur & la figure de la prouë & par la vîteſſe du Navi-

re, parce que c'eſt avec cette vîteſſe que la prouë va rencontrer l'eau. Et après cela le triangle PNT dont on connoîtra les trois angles & un côté, nous fournira cette proportion, le ſinus de l'angle PTN égal à l'angle TNR formé par la verticale VT & la direction DH eſt à l'impulſion NP du vent ſur la voile, ou bien le ſinus de l'angle PNT formé par la verticale VT & la direction SK eſt à PT qui eſt égale à l'impulſion NR de l'eau ſur la prouë, comme le ſinus de l'angle TPN égal à l'angle RNS que font enſemble les deux directions SK & DH ſera à l'effort NT auquel les deux impulſions NP du vent & NR de l'eau ſe réduiſent. Or c'eſt de cet effort compoſé ou mutuel NT dont nous n'avons qu'à examiner les effets pour reconnoître tous les mouvemens que les chocs du vent & de l'eau ſont capables d'imprimer au Navire : Nous allons commencer nos recherches dans les vaiſſeaux dont la poupe & la prouë ſont égales, & nous marquerons en même tems la véritable diſpoſition de leur Mâture. Fig. 1.

CHAPITRE III.

Des différentes ſituations que l'effort mutuel des impreſſions du vent & de l'eau doit faire prendre aux Vaiſſeaux dont la poupe & la prouë ſont égales ; & des conditions qui rendent la Mâture parfaite dans ces ſortes de Vaiſſeaux.

I.

PUiſque les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë ne ſe réduiſent qu'au ſeul effort vertical NT, il eſt ſenſible qu'on peut comparer le Navire à une poutre qui ſeroit tirée en haut par quelque puiſſance : & de même que la puiſſance qui tireroit en haut ne pourroit avoir que trois différentes diſpoſitions, ſelon

qu'elle feroit appliquée au centre de gravité de la poutre ou à quelqu'une de fes extremitez, de même auffi toutes les difpofitions de l'effort NT & de fa direction VNT doivent être renfermées dans les trois cas fuivans.

1°. Ou la direction SK de la voile eft fort élevée & la verticale VNT qui eft la direction compofée des efforts du vent & de l'eau paffe en arriere du centre de gravité G du Vaiffeau.

2°. Ou la direction SK de la voile eft peu élevée & la verticale VNT paffe en avant du centre de gravité G du Vaiffeau.

3°. Ou enfin la hauteur de la Mâture tient le milieu entre celles des deux premiers cas, & la verticale VNT paffe par le centre de gravité du Navire.

II.

Fig. 1. Nous remarquerons maintenant que le Vaiffeau Mâté comme dans le premier cas & dans la premiere Figure, doit plonger fa prouë dans l'eau & élever fa poupe. Car les impulfions du vent & de l'eau réunies dans l'effort NT tirent la poupe en haut felon leur direction commune ou compofée VNT qui eft appliquée en arriere du centre de gravité G; & la poupe ne peut pas fortir de l'eau fans que la prouë ne s'y enfonce davantage. Il eft encore fenfible que plus la Mâture aura de hauteur, plus la direction SK de la voile rencontrera la direction DH de l'impulfion de l'eau en un point N avancé vers l'arriere, plus la verticale VNT fur laquelle les impulfions du vent & de l'eau s'accordent à tirer en haut fera écartée du centre de gravité G qui fert d'hypomoclion, & plus par conféquent l'effort compofé NT aura de force relative ou de moment pour faire incliner le Vaiffeau en avant. Ajoûtons que lorfque le vent augmentera fa vîteffe, l'impulfion NP que recevra la voile deviendra plus grande, de même que l'impulfion NR de l'eau fur la prouë, & l'effort compofé NT.

augmentant auſſi, le Navire ſera tiré en haut avec plus de force & s'inclinera preſque toûjours davantage. Ainſi on doit craindre que l'enfoncement de la prouë n'aille trop loin, & que le Vaiſſeau Mâté comme dans le premier cas ne verſe à force de s'incliner.

III.

Ce que nous venons de dire du premier cas ſe peut appliquer au ſecond, où la verticale VT [Figure 3.] paſſe en avant du centre de gravité G; pourvû qu'on entende de la poupe ce que nous avons dit de la prouë. Les Vaiſſeaux dans ce ſecond cas courent encore riſque de verſer. Le péril n'eſt pas ſi évident que dans le premier cas, parce que comme les voiles n'ont pas tant de hauteur elles ont moins d'étenduë, & elles ne reçoivent pas une ſi grande impulſion de la part du vent; ce qui fait que l'effort compoſé NT ne tire jamais en haut avec tant de force : mais cependant il y a toûjours quelque riſque. Et c'eſt là même un deffaut que les voiles ayent peu d'étenduë & qu'elles reçoivent peu d'impulſion de la part du vent, puiſque le Navire en doit ſingler moins vîte. Fig. 3.

IV.

Enfin la verticale VT ſur laquelle ſe joignent les impulſions du vent & de l'eau peut paſſer par le centre de gravité du Vaiſſeau comme dans le troiſiéme cas & dans la quatriéme Figure. On voit ſenſiblement que le Navire en cette derniere rencontre ne doit pas changer ſa ſituation horiſontale. Car quelque effort que faſſent l'eau & le vent joints enſemble ſelon VT, ils ne tendent toûjours qu'à ſoulever entierement le Navire, à cauſe de l'équilibre parfait qu'il y a de part & d'autre du centre de gravité G & de la direction VT qui paſſe par ce centre. La prouë, par exemple, ne doit pas s'enfoncer dans l'eau, Fig. 4.

Fig. 4. puisqu'elle est soutenuë par la poupe qui est en état de la contrebalancer. Mais direz-vous, le vent augmentera peut-être ? Il n'importe ; car quoique l'effort composé devienne plus grand & que le Vaisseau soit tiré en haut avec plus de force, rien ne lui fera encore perdre son équilibre, & ce Vaisseau conservera par consequent toûjours sa situation horisontale. En un mot le changement des impulsions du vent & de l'eau ne produit ici aucun autre effet, sinon que le Navire s'éleve un peu de l'eau on y retombe par tout également : au lieu qu'il arrive dans les deux premiers cas que le Navire étant tiré en haut avec differentes forces par un endroit qui n'est pas son centre de gravité, s'incline plus ou moins du côté opposé & court risque de *faire capot* pour parler en terme de Marine.

V.

Ainsi il n'est pas nécessaire de pousser cet examen plus loin, pour reconnoître quelle est la meilleure disposition de la voile : il est si clair que c'est le troisiéme cas qui est préférable aux deux premiers, qu'il n'est pas besoin de le faire sentir davantage. Ce n'est que dans le troisiéme cas que le Navire reste continuellement de niveau, & qu'il n'y a aucune apparence de péril, & tant qu'on s'y conformera, on pourra encore naviger avec toute la promptitude possible ; car on ne sera sujet à aucun accident, quoiqu'on augmente l'étenduë des voiles d'une quantité extraordinaire. L'impulsion NP du vent sera beaucoup plus grande de même que l'impulsion NR de l'eau sur la prouë, parce que le Navire singlera beaucoup plus vîte : mais ces deux impulsions rassemblées dans l'effort composé NT & qui tireront en haut avec beaucoup plus de force ne tendront encore qu'à soulever le Navire par tout également, sans luy faire perdre sa situation horisontale. Voilà ce qui montre combien la disposition du troisiéme cas est parfaite, & ce qui doit faire cesser toutes nos irrésolutions.

Lorsqu'on voudra donc mâter un Vaisseau OC [Fig. 4.] *il faudra faire passer la direction* SK *du choc du vent sur la voile par le point de concours* N *de la direction* DH *du choc de l'eau sur la prouë & de la verticale* GT *du centre de gravité* G *du Vaisseau*. Autrement la direction composée VNT ne passeroit pas par le centre de gravité G, & le Navire seroit disposé comme dans le premier ou dans le second cas. Notre maxime ne sera nullement difficile à observer : comme on connoît les loix que les fluides observent dans leur impulsion, on pourra déterminer la direction DH du choc de l'eau sur la prouë ; puis élevant du centre de gravité ou du milieu G du Vaisseau la verticale GT, le point de concours de cette verticale & de la direction DH doit toûjours appartenir à la Mâture, & on pourra l'appeller *point vélique*, parce que s'il n'est pas néceſsaire qu'il se trouve toûjours dans la voile, il faut au moins que la direction de l'effort de la voile y passe toûjours. On menera donc par ce point N une ligne SK pour servir de direction au choc du vent, & il ne restera plus qu'à appliquer la voile, de maniere que l'impulsion qu'elle recevra tombe effectivement sur cette ligne. Il s'ensuit de là qu'on pourra donner à la voile une infinité de différentes situations : car on peut conduire par le point N une infinité de differentes lignes comme SK. Il n'importe aussi comment la voile soit placée, ni que sa direction soit horisontale ou inclinée pour que les impulsions du vent & de l'eau se réduisent à un seul effort vertical NT : & il est évident qu'aussi-tôt que la direction de la voile passe par le point de concours N de la direction DH du choc de l'eau & de la verticale GT du centre de gravité G, la direction de l'effort composé NT est toûjours appliquée au centre de gravité G ; car cette direction n'est autre chose que la verticale même du centre G.

Fig. 4. Maxime de Mâture pour les Vaisseaux dont la poupe & la prouë sont égales.

VI.

Si on nous propose, par exemple, de mâter le Navire OC [Fig. 5.] formé par un demi cilindre couché de 80 pieds de long, dont les deux extremitez sont couvertes de deux moitiez d'Hémisphere de 18 pieds de rayon, qui servent de prouë & de poupe ; & qu'on suppose que ce Navire, qui approche fort de la figure des *Houcres*, * cale dans l'eau de 9 pieds, moitié de sa profondeur : on trouvera que la direction DH de l'impulsion de l'eau sur la prouë fait avec l'horison un angle HDC d'environ $48\frac{1}{3}$ degr. & cherchant par la Trigonometrie à quelle hauteur cet axe DH rencontre la verticale VT du centre de gravité G du Vaisseau ; (ce qui est facile, puisqu'il ne s'agit que de résoudre le triangle rectangle DVN dont l'angle D est de $48\frac{1}{3}$ degr. & le côté DV de 40 pieds moitié de la longueur du corps du Navire,) nous trouverons que cette hauteur VN du *point vélique* N est de 45 pieds. On pourra ensuite conduire par le point N la direction SK de l'impulsion du vent comme on voudra. Mais si on est bien aise de placer la voile verticalement, ainsi qu'on a coûtume de le faire dans la Marine, il faudra mener cette direction SK horisontalement, & de cette sorte le centre d'effort I de la voile sera à même hauteur que le *point vélique* N à 45 pieds au-dessus du Vaisseau : & enfin pour mettre tout d'un coup le centre d'effort I à cette hauteur, il n'y aura qu'à faire la voile par tout également large, & lui donner pour hauteur le double de celle du *point vélique* ; c'est-à-dire, qu'il faudra icy l'élever de 90 pieds.

Fig. 5.

* Certains bâtimens qui sont en usage dans les païs du Nord.

VII.

Mais il faut remarquer que tout ce que nous venons de dire n'est pas général, & qu'il ne convient principalement qu'aux Vaisseaux dont la poupe & la prouë sont égales.

égales. Car nous n'avons compté jusqu'icy que deux causes extérieures des mouvemens du Navire, le choq du vent sur la voile & celuy de l'eau sur la prouë ; mais il y en a une troisiéme à laquelle il faut avoir égard, sçavoir une certaine force qu'a l'eau de même que toutes les autres liqueurs pour pousser en haut les corps qu'elles supportent. Cette force qui agit dans le centre de gravité Γ de l'espace qu'occupe la carene & qui est égale à la pesanteur de la masse d'eau qui a cédé sa place, ne tend toûjours qu'à soûtenir le Navire de la Figure 4, parce qu'elle se trouve toûjours appliquée sous son centre de gravité G. Au lieu que dans la plûpart des Navires dont la poupe & la prouë sont inégales comme celuy de la Figure 9, à mesure que ces Vaisseaux s'élevent de l'eau par l'action de l'effort composé NT, le centre de gravité Γ dans lequel se réunit la force dont nous parlons, change de place & cette force tend à produire quelque inclinaison en même-tems qu'elle soûtient le Navire ; parce qu'elle ne se trouve plus appliquée sous son centre de gravité G. Voilà ce qui doit rendre insuffisante la maxime de Mâture que nous venons d'établir ; & c'est ce qui nous oblige d'entrer de rechef dans l'examen des situations & inclinaisons du Navire, afin de découvrir quelle part peut y avoir la force verticale de l'eau.

CHAPITRE IV.

De la partie du Navire qui s'enfonce dans la mer, & de celle qui en doit sortir par l'action de l'effort composé des chocs du vent & de l'eau.

I.

IL faut que les liqueurs poussent en haut avec une véritable force les corps qui nagent sur leurs surfaces ; au-

trement la pesanteur de ces corps les empêcheroit de flotter & les feroit toûjours tomber à fond. On ne peut pas aussi enfoncer dans l'eau quelque solide très-leger sans éprouver cette force ; car on ressent une résistance considérable & une résistance qui augmente toûjours en même raison que l'enfoncement. Si on plonge le solide deux fois plus, on trouve que le liquide pousse en haut avec deux fois plus de force ; si on le plonge trois fois plus, on trouve trois fois plus de force ; & ainsi toûjours de suite. En un mot *cette poussée verticale* (c'est ainsi que nous appellerons désormais cette force qui agit précisément de bas en haut) se réunit dans le centre de gravité de l'espace que la carene du corps occupe dans la liqueur, & est toûjours égale à la pesanteur du liquide qui a cedé sa place : c'est-à-dire, que si un Navire enfonce dans l'eau de 10000 pieds cubes, il sera poussé en haut avec un effort de 720000 liv. qui est le poids de 10000 pieds cubiques d'eau de mer, à 72 livres chaque pied.

On rend facilement raison en Hydrostatique de cette force qu'ont les liqueurs pour pousser en haut. On fait remarquer que lorsqu'on plonge quelque corps dans l'eau, on fait monter autant d'eau que le corps qu'on plonge a d'étenduë, & on fait voir qu'il est naturel qu'on ressente la pesanteur de cette eau qu'on éleve & qu'on fait sortir de sa place ; & c'est ce qui forme *la poussée* dont nous parlons. On montre aussi que le centre de gravité des corps qui flottent librement est toûjours précisément au dessus ou au dessous du centre de gravité de leur carene ; & cela parce qu'il faut que la poussée de l'eau qui se réunit dans le centre de gravité de la carene agisse dans la même direction que la pesanteur du solide pour pouvoir la soûtenir exactement. C'est enfin sur ces principes que lorsqu'on veut trouver le port d'un Navire, on mesure la partie de la carene qui s'enfonce dans la mer par la charge ; c'est-à-dire, la partie qui fait la différence du plus grand & du moindre enfoncement lorsque le Navire est chargé & lorsf-

qu'il ne l'eſt pas : & ſi cette partie eſt de 10000 pieds cubiques, c'eſt une marque qu'il faut 720000 livres ou 360 tonneaux pour la faire enfoncer dans l'eau & pour charger le Navire propoſé.

II.

La pouſſée des liqueurs étant reconnuë, il eſt facile de découvrir ce qu'il y a de plus particulier dans les ſituations que le Navire doit prendre. On voit en premier lieu que comme il eſt tiré en haut avec force par les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë qui agiſſent de concert ſelon la verticale VNT, il doit un peu ſortir de l'eau & ne pas y occuper un eſpace *a*EF*b* ſi grand que ſa carene AEFB qui eſt l'eſpace qu'il occuperoit, s'il flottoit librement & s'il étoit en repos. Car il ne doit s'enfoncer dans la mer, de même que tous les autres corps, qu'à proportion de ſa peſanteur, & cette peſanteur eſt un peu moindre, puiſque l'effort compoſé NT en ſupporte une partie. Il eſt donc clair que ſi l'effort NT tire en haut avec une force capable de ſoutenir le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{1}{3}$ de la peſanteur du Vaiſſeau, le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{1}{3}$ de la carene doit s'élever de l'eau & la partie ſubmergée *a*EF*b* n'étant plus enſuite que les trois quarts ou les deux tiers de la carene AEFB, la pouſſée de l'eau qui augmente ou diminuë toûjours en même raiſon que cette partie, n'aura préciſément de force que ce qu'il en faut pour ſoûtenir les trois autres quarts ou les deux autres tiers de la peſanteur du Navire dont elle eſt chargée. Ainſi ſuppoſé que la carene AEFB repréſente la peſanteur entiere du Navire, la partie ſubmergée *a*EF*b* repréſentera *la pouſſée* de l'eau, pendant que l'effort NT ſera exprimé par la partie non-ſubmergée ou par la difference AEFB — *a*EF*b* de la carene & de la partie ſubmergée : & par conſequent *il doit toûjours y avoir même rapport de la partie non-ſubmergée de la carene à l'effort* NT *que de toute la carene à la peſanteur du Navire & que de* Fig. 1. & 3.

Fig. 1. 3. *la partie submergée à la poussée verticale de l'eau.* Dans les Figures 4, 8 & 9, AEFB est la carene, *a*EF*b* la partie submergée, & A*ab*B la partie non-submergée. Dans les Figures 1 & 6, AEFB est encore la carene & *a*EF*b* la partie submergée; mais on ne doit pas prendre tout B*yb* pour la partie non-submergée, parce que A*ya* s'est plongé dans l'eau pendant que B*yb* en est sorti, & que la carene AEFB ne surpasse pas la partie submergée *a*EF*b* de tout B*yb*, mais seulement de B*yb* — A*ya*. Ainsi c'est B*yb* — A*ya* qui s'est élevé de l'eau par l'action de l'effort composé NT & qu'on doit regarder comme la partie non-submergée.

III.

Quoiqu'il en soit de cette partie non-submergée, il est maintenant sensible qu'on en trouvera la solidité en cherchant une partie de la carene, qui soit à toute la carene comme l'effort NT est à toute la pesanteur du Vaisseau. Proposons-nous, par exemple, le Navire OC de la Figure 5 dont nous avons parlé dans l'article V. du Chapitre précédent. Si on cherche la solidité de sa carene entiere sur les dimensions que nous lui avons donné, on trouvera qu'elle est de 19736 pieds cubiques, & qu'ainsi la pesanteur du Navire & de sa charge est de 1420992 livres ou de 710 tonneaux 992 livres. Supposant ensuite que la voile LM ait 100 pieds de largeur & que le vent se meuve de 50 pieds par seconde plus vîte que le Vaisseau; il résultera de la premiere supposition que la voile aura 9000 pieds quarrez de superficie, parce que sa hauteur a été fixée par nos regles à 90 pieds; & il résultera de la seconde supposition que cette voile LM recevra de la part du vent une impulsion NP de 54000 livres, parce qu'on sçait par experience que le vent fait un effort capable de soutenir environ 6 livres, lorsqu'il choque perpendiculairement, avec une vîtesse respective de 50 pieds par seconde, une surface d'un pied en quarré. Cette impulsion NP du vent étant ainsi

Fig. 5.

découverte nous aurons recours à la proportion indiquée Fig. 5. dans l'article VI. du Chapitre II. pour trouver l'effort composé NT; le sinus de l'angle PTN égal à l'angle TNR est à l'impulsion NP comme le sinus de l'angle TPN égal à l'angle RNS est à cet effort NT; c'est-à-dire qu'icy où l'axe DH du choc de l'eau fait avec la direction SK de la voile, un angle RNS de 48 $\frac{1}{7}$ degr. & avec la verticale VT un angle TNR de 41 $\frac{2}{7}$ degr. nous aurons cette analogie : le sinus 66480 de l'angle PTN de 41 $\frac{2}{7}$ degr. est à l'impulsion NP de 54000 livres comme le sinus 74703 de l'angle TPN de 48 $\frac{1}{7}$ degr. est à 60678 livres pour l'effort NT. Si bien que les impulsions du vent sur la voile & de l'eau sur la prouë ne se réduisent qu'à cela, parce que tout le reste de leur force se détruit mutuellement. Et enfin puisqu'il y a même rapport de la partie non-submergée de la carene à l'effort NT que de toute la carene à la pesanteur du Vaisseau, il est évident que nous n'aurons plus qu'à faire cette proportion, la pesanteur 1420992 livres de tout le Vaisseau est à la solidité 19736 pieds cubiques de la carene entiere ; ainsi l'effort composé NT de 60678 livres sera à 842 $\frac{1}{4}$ pour la solidité de la partie non-submergée de la carene ; c'est-à-dire donc, que notre Navire enfoncera moins dans l'eau lorsqu'il sera sous voile que lorsqu'il sera en repos, de 842 $\frac{3}{4}$ pieds cubes.

Mais on peut parvenir au même but sans qu'il soit nécessaire de connoître la pesanteur du Vaisseau ni la solidité de sa carene ; il suffit qu'on sçache la grandeur de l'effort NT. Car de ce que le Navire est tiré en haut avec une force de 60678 livres, il s'ensuit que la poussée verticale de l'eau ne doit plus soutenir toute sa pesanteur & qu'elle doit être plus petite de 60678 livres : mais afin que la poussée de l'eau soit effectivement moindre de 60678 liv. il faut qu'il s'en manque le volume de 60678 livres d'eau que le Navire occupe autant de place dans la mer, puisque les poussées d'une liqueur sont toujours égales aux pesanteurs des masses de cette liqueur qui ont cedé leur pla-

Fig. 5. ce. Ainſi il n'y a qu'à diviſer 60678 par 72 pour ſçavoir combien 60678 livres d'eau valent de pieds cubiques, & le quotient 842 $\frac{3}{4}$ marquera en même-tems la ſolidité de la partie non-ſubmergée de la carene, la quantité dont le Navire doit ſortir de l'eau par l'action de l'effort NT.

IV.

Sçachant que la partie non-ſubmergée eſt de 842 $\frac{3}{4}$ pieds cubes, il ſera facile d'en trouver l'épaiſſeur. Cette partie eſt un corps plat dont la hauteur eſt par tout la même, puiſque le Navire de la Figure 5 ne doit point perdre ſa ſituation horiſontale; & la ſolidité d'un pareil corps eſt le produit de ſa hauteur par l'étenduë de ſa baſe, qui n'eſt autre choſe que la coupe du Navire faite au raz de la mer. C'eſt pourquoi il faut meſurer l'étenduë de cette baſe dans l'endroit où le Navire ſort de l'eau; on la trouvera de 3258 pieds quarrez; & diviſant la ſolidité 843 pieds cubes par cette étenduë 3258 pieds quarrez, on aura $\frac{843}{3258}^{mes}$ d'un pied pour l'épaiſſeur requiſe de la partie non-ſubmergée; de ſorte que le Navire propoſé doit s'élever de l'eau d'environ 3 pouces de hauteur verticale. Ce Navire ne doit s'élever que de cette quantité, quoique nous lui ayons donné une voile d'une fort grande étenduë, & que nous ayons ſuppoſé un vent fort rapide.

CHAPITRE V.

De l'inclinaiſon ou de la ſituation à laquelle le Vaiſſeau doit s'arrêter.

I.

LE ſecond effet que peut produire l'effort NT eſt de faire perdre au Navire ſa ſituation horiſontale; & c'eſt ce

qui n'arrive que parce qu'après que le Navire s'est élevé de l'eau, la direction VT de l'effort NT ou celle ΓZ de la poussée verticale de l'eau ne passe pas par le centre de gravité G. Le Navire, par exemple, de la Figure 1 a enfoncé sa prouë dans l'eau, & celui de la Figure 3 sa poupe, à cause que l'effort NT n'étoit pas appliqué au centre de gravité G, & il est sensible que l'enfoncement a dû continuer tant que la poussée de l'eau qui agit de bas en haut selon ΓZ, n'a pas eu autant de force pour élever la prouë ou la poupe que l'effort NT en a pour la faire caler davantage. C'est ce qui nous fait assurer *qu'un Navire ne peut conserver une certaine situation pendant sa route, que lorsqu'il y a équilibre de part & d'autre de son centre de gravité* G, *entre la poussée verticale de l'eau qui se réunit dans le centre de gravité* Γ *de la partie submergée* a*EF*b, *& entre l'effort composé* NT *des chocs du vent & de l'eau joints sur la direction verticale* VT. Cet équilibre doit avoir nécessairement lieu dans tous les cas imaginables, & s'étendre aux Vaisseaux de toutes sortes de fabriques.

II.

Et si le Vaisseau s'inclinant de plus en plus, l'équilibre dont nous parlons ne se trouvoit pas, il n'y auroit point alors de salut, on feroit *capot*, comme cela n'arrive que trop dans les routes obliques. Pour peu que les chocs du vent sur la voile & de l'eau sur le flanc du Navire qui sert de prouë soient trop grands, le Navire [Figure *6*] est tiré en haut selon VT avec une grande force & s'incline comme il est évident. Mais il porte quelquefois l'inclinaison jusqu'à recevoir de l'eau par sur son bord, & cependant la poussée verticale de l'eau réunie en Γ n'est pas assez forte pour s'opposer aux chocs du vent sur la voile & de l'eau sur la prouë, qui travaillent à augmenter l'inclinaison en tirant ensemble selon VT; c'est-à-dire, que l'effort composé NT a toujours un trop grand moment par

Fig. 6

Fig. 6. rapport à la pouſſée de l'eau. Dans ce cas le péril eſt inévitable & on verſe infailliblement. Mais pour l'ordinaire il n'y a pas lieu de craindre cet accident dans la route directe, ou lorſqu'on ſingle vent en poupe ; car il ſuffit que le Navire s'incline un peu ſelon ſa longueur pour que le centre Γ de la pouſſée de l'eau s'écarte beaucoup du centre de gravité G du Navire, & pour que cette pouſſée agiſſe avec une grande force relative. Il eſt même poſſible qu'un Vaiſſeau ait un certain terme, un *non plus ultrà* qu'il ne puiſſe jamais paſſer dans ſon inclinaiſon vers l'avant ni vers l'arriere : & cela parce que, ſi l'effort composé NT tire en haut avec plus de force, ſi le Navire ſort un peu de la mer, & que la pouſſée de l'eau devienne un peu plus petite, il peut arriver d'un autre côté que le centre de gravité Γ de la partie ſubmergée change de place & s'éloigne conſidérablement du centre de gravité G ; ce qui peut rendre la pouſſée de l'eau, malgré la diminution de ſa force abſoluë, capable d'empêcher un plus grand enfoncement de la prouë ou de la poupe.

III.

Les Conſtructeurs ont découvert à force de tentatives le moyen de remedier au défaut des Navires qui comme celui de la Figure 6, ne portent pas bien la voile dans les routes obliques ; ils ont trouvé qu'il n'y a qu'à élargir ou ouvrir un peu l'angle *a*E*b* que font les deux flancs E*a*, E*b* ; ce qui ſe fait en ajoutant de part & d'autre quelques pieces de bois au haut de la carene. Quoique cette pratique ſoit fort ordinaire dans tous nos Ports, perſonne, ce ſemble, n'en a donné une raiſon diſtincte : mais il eſt évident, ſi on ſuit nos principes, que deux choſes contribuënt alors à faire que le Vaiſſeau s'incline moins. Comme le flanc E*a* eſt enſuite moins à plomb, la direction DH du choc de l'eau approche plus d'être verticale. Ainſi elle rencontre la direction SK de la voile en quelque point qui

qui est entre N & I, & cela fait que la direction composée VT étant moins éloignée du centre de gravité G du Vaisseau, l'effort composé NT des chocs de l'eau & du vent tend avec moins de force à produire l'inclinaison. Et outre cela la poussée verticale de l'eau réunie en Γ tend avec plus de force à relever le Navire, & à le remettre de niveau : parce que le flanc E*a* étant plus enflé ou plus *soufflé*, pour parler en terme de marine, le centre de gravité Γ dans lequel se réunit la poussée de l'eau se trouve plus éloigné du centre de gravité G, qui sert d'hypomoclion ou de point fixe. On pourroit icy faire plusieurs autres semblables réflexions; comme, par exemple, qu'il est toujours avantageux pour la sûreté de la navigation que le centre de gravité G soit fort bas, parce que la poussée verticale de l'eau réunie en Γ fait plus d'effet pour relever le Vaisseau lorsque son centre de gravité est en *g*, que lorsqu'il est en G ; puisque cette poussée se trouve alors appliquée à une plus grande distance du point fixe ou du centre de gravité *g*. Ces remarques qu'on passe, parce qu'elles ne sont pas absolument nécessaires à ce sujet, & qu'elles sont faciles à faire, seront toujours conformes à l'expérience, & très-propres à convaincre le Lecteur que c'est l'équilibre de part & d'autre du centre de gravité G, entre la poussée verticale de l'eau, & l'effort composé NT des chocs du vent & de l'eau réunis sur leur direction commune ou composée VT, qui est la loy génerale que les Vaisseaux observent dans toutes leurs situations. Fig. 6.

IV.

On pourroit cependant encore proposer pour régle que les *Navires qui sont à la voile ne doivent rester dans un état constant que lorsque la direction composée* QX *de celle* ΓZ *de la poussée de l'eau & de celle* VT *de l'effort mutuel* NT *des chocs de l'eau & du vent passe par leur centre de gravité* G. Car on pourroit raisonner de la mê- Fig. 1. 3. & 4.

me maniere sur cette direction composée QX que nous le faisions dans le Chapitre III. sur la direction mutuelle VT des chocs du vent & de l'eau ; avec cette différence que ce que nous disions alors ne se pouvoit principalement entendre que des Navires dont la poupe & la prouë sont égales, au lieu que ce que nous pourrions dire icy s'appliqueroit à toutes sortes de Vaisseaux. Qu'on remarque donc qu'il n'y a que trois causes extérieures des différentes situations du Navire. 1°. L'impulsion du vent sur la voile, selon la direction SK ; 2°. le choc de l'eau sur la prouë selon la direction DH ; 3°. la poussée verticale de l'eau selon ΓZ. Et qu'on considére que ces trois causes agissent ensemble en tirant en haut selon la direction QX ; puisque la poussée de l'eau agit selon ΓZ, que le choc de l'eau sur la prouë & celui du vent sur la voile se réduisent au seul effort NT, & que QX est la direction composée de la poussée de l'eau & de l'effort NT. On conviendra ensuite que si la direction QX passe en avant du centre de gravité G, le Vaisseau relevera nécessairement sa prouë ; si la direction passe en arriére, le Navire la plongera ; & qu'enfin il ne doit rester dans une certaine situation que lorsque la direction QX passe par le centre de gravité G ; parce que ce n'est qu'alors que toutes les puissances ne tendent qu'à le soulever. Mais il est clair que cette explication revient aisément à la premiere. Deux forces sont toujours en équilibre autour de tous les points de leur direction composée ; puisqu'il suffit de mettre un obstacle sur cette direction pour suspendre & arrêter l'effet total des deux forces. Et par conséquent toutes les fois que la direction composée QX des deux ΓZ & VT passe par le centre de gravité G, il y a équilibre de part & d'autre de ce centre entre la poussée verticale de l'eau & l'effort composé NT des chocs de l'eau & du vent.

Fig. 1, 3, 4, 6, & 8.

V.

Au surplus on n'avance rien touchant la situation des Navires que ce qu'on pourroit dire d'une piece de bois OF [Figure 7.] qui nageroit sur la surface SR de l'eau, & qui seroit tirée en même-tems en l'air par une puissance T selon la direction verticale VN. Il est sensible que comme la puissance T soûtiendroit une partie de la pesanteur de la piece de bois OF, cette piece de bois ne s'enfonceroit pas tant dans l'eau, que si elle flottoit librement, & que si elle n'étoit point tirée en haut par la puissance T. Il est encore sensible que la piece de bois OF s'inclineroit ou changeroit d'état, jusqu'à ce qu'il y auroit équilibre de part & d'autre de son centre de gravité G, entre la puissance T & la poussée verticale de l'eau qui se réunit dans le centre de gravité Γ de la partie submergée *a*EF*b*: car la puissance T feroit incliner la piece de bois OF davantage, si elle n'étoit pas contrebalancée par la poussée verticale de l'eau qui se trouve située de l'autre côté du centre de gravité G, & qui agit de bas en haut selon ΓZ. Enfin il est encore évident que la piece de bois ne s'arrêteroit à une certaine situation que lorsque la direction composée QX de la direction VN de la puissance T & de celle ΓZ de la poussée de l'eau passeroit par son centre de gravité G. Car la puissance T & la poussée de l'eau doivent soûtenir ensemble la pesanteur de la piece de bois, & il est sensible qu'elles ne seront directement opposées à cette pesanteur que lorsque leur effort commun ou leur direction composée QX répondra au centre de gravité G. On voit donc que la piece de bois observera toujours dans ses situations les mêmes loix que le Vaisseau, & que tout ce qui sera vray pour l'un le sera également pour l'autre. Aussi n'y a-t-il aucune difference entre le cas de la piece de bois & celui du Vaisseau: ces deux cas sont tout-à-fait semblables; parce que si la piece de bois est tirée en haut

Fig. 7.

par une seule puissance T, au lieu que le Vaisseau est exposé à l'action de deux forces, au choc du vent & à celui de l'eau, il est constant par l'article V. du second Chapitre que ces chocs du vent & de l'eau ne se réduisent qu'à un seul effort ou qu'ils ne travaillent joints ensemble que comme une seule puissance, qui tireroit en haut selon la verticale qui passe par le concours de leurs directions particuliéres.

CHAPITRE VI.

Suite du Chapitre précedent & maxime de Mâture pour les Vaisseaux de toutes sortes de fabriques.

I.

Fig. 8. LOrsque le lest ou les marchandises sont tellement disposées dans le fond de cale que le centre de gravité du tout, du Navire & de sa charge est dans le même endroit que le centre de gravité G de l'espace qu'occupe la carene AEFB, on peut encore prendre pour regle que le Vaisseau ne changera point d'état aussi-tôt que la verticale VNT sur laquelle les impulsions du vent & de l'eau s'exercent à tirer en haut, passera par le centre de gravité γ de la partie non-submergée A*ab*B de la carene. C'est ce qui est facile à prouver.

Nous avons vû que la partie non-submergée A*ab*B represente l'effort NT pendant que la partie submergée *a*EF*b* represente la poussée verticale de l'eau : on sçait outre cela que la poussée de l'eau se réunit toûjours, par la nature des liquides, dans le centre de gravité Γ de la partie submergée *a*EF*b*. Il est donc évident qu'aussi-tôt que la verticale VNT sera appliquée au centre de gravité γ de la partie non-submergée, la poussée de l'eau & l'effort NT agiront précisément de la même maniére en tendant en haut que

les pesanteurs des deux parties *a*EF*b* & *a*AB*b* en tendant en bas. Et comme les pesanteurs de ces deux parties sont en équilibre autour du centre de gravité G de la carene, à cause que toutes les parties d'un corps sont en équilibre autour de son centre de gravité, il s'ensuit que la poussée de l'eau & l'effort composé NT seront aussi en équilibre autour de ce centre de gravité G qui l'est en même-tems de tout le Navire; & qu'ainsi le Vaisseau conservera sa situation, selon la théorie expliquée dans le Chapitre précédent. Fig. 8.

Dans tout équilibre les puissances sont toujours en raison réciproque de leurs distances à l'hypomoclion: c'est-à-dire, qu'afin que l'effort composé NT soit icy en équilibre avec la poussée de l'eau, il faut que la distance du centre de gravité G à la verticale VNT sur laquelle agit l'effort NT soit à la distance du même centre G à la direction ΓZ de la poussée de l'eau, comme cette poussée est à l'effort NT. Or c'est ce qui se trouve aussi toujours en effet, lorsque la verticale VNT répond au centre de gravité γ de la partie non-submergée A*a*B*b*. Ces deux forces, la poussée de l'eau & l'effort NT se peuvent alors comparer en tout aux pesanteurs des deux parties *a*EF*b* & A*ab*B; elles sont proportionelles à ces pesanteurs; elles agissent sur les mêmes directions: & ainsi, puisque les pesanteurs des deux parties *a*EF*b* & A*ab*B sont en raison réciproque des distances de leurs centres particuliers Γ & γ ou de celles de leurs directions au centre G de la carene, à cause de leur équilibre autour de ce centre qui est leur centre de gravité commun; il est sensible que la poussée de l'eau & l'effort NT seront aussi en raison réciproque des distances de leurs directions ΓZ & VNT au centre G. D'où il suit qu'aussi-tôt que la verticale VNT passe par le centre de gravité γ de la partie A*ab*B de la carene qui est hors de l'eau, il ne manque plus rien au Navire pour rester constamment dans le même état, sinon que son centre de gravité soit au même endroit que celui G de la carene;

afin que la pouſſée de l'eau & l'effort compoſé NT qui ſont en équilibre autour du centre de gravité de la carene, le ſoient en même-tems autour du centre de gravité G du Navire.

II.

Mais ce qui n'a lieu que dans certains Vaiſſeaux pour toutes les ſituations, convient à tous les Vaiſſeaux lorſqu'il ne s'agit que de ſituations horiſontales ou de ſituations paralelles à celle que le Navire prend de lui-même lorſqu'il eſt en repos; & cela peut nous ſervir à déterminer généralement la véritable diſpoſition de la Mâture. Il n'importe en effet comment ſoit arrangée la charge du Navire OC [Fig. 9.] ni que le centre de gravité G du tout ſoit au même endroit que celui *g* de la carene AEFB: dès-lorſque la direction compoſée VT des chocs de l'eau & du vent paſſe par le centre de gravité γ de la partie A*ab*B de la carene qui eſt hors de l'eau, il y a toujours équilibre, comme nous venons de le voir, de part & d'autre du centre de gravité *g* de la carene entre l'effort compoſé NT & la pouſſée verticale de l'eau. Mais puiſque ces deux puiſſances ſont en équilibre autour du centre de gravité *g* de la carene, elles le feront auſſi autour du centre de gravité G du Vaiſſeau; car tant que le Navire reſte dans ſa ſituation horiſontale, ſon centre G répond exactement au-deſſus ou au-deſſous de celui *g* de la carene ſelon l'article I. du Chapitre IV; & on ſçait d'ailleurs que les forces verticales qui ſont en équilibre autour d'un certain point, le ſont également autour de tous les autres points qui ſont exactement au-deſſus ou au-deſſous dans la même verticale. Voilà ce qui montre que le Vaiſſeau placé une fois horiſontalement ne ſortira point de cet état: mais nous pouvons prouver encore qu'il n'eſt pas poſſible qu'il reſte dans quelqu'autre ſituation. Suppoſons-le pour un moment panché, par exemple, vers la prouë: Le centre de gravité Γ de la partie ſubmergée *a*EF*b* dans lequel ſe réu-

nit la poussée de l'eau sera alors plus avancé vers l'avant, & plus éloigné du centre de gravité G qui sert d'hypomoclion; au lieu que la direction verticale VT sur laquelle agit l'effort NT sera toujours à peu-près dans la même place, à moins qu'elle ne se trouve un peu plus proche du centre G. Or il suit de là que l'équilibre ne subsistera plus entre l'effort NT & la poussée verticale de l'eau, & que cette derniere puissance aura trop de moment ou de force relative par rapport à l'effort NT, parce qu'elle se trouvera appliquée à une trop grande distance du centre G. Ainsi cette même puissance ne pourra pas manquer de rétablir sa situation horisontale; elle élevera infailliblement la prouë que nous avions supposé trop enfoncée dans l'eau. Fig. 9.

III.

Ce ne seroit pas la même chose si la Mâture étant plus ou moins élevée, la direction SK de la voile rencontroit la direction DH du choc de l'eau sur la prouë en quelque point au-dessus ou au-dessous de N. Car la verticale VT passeroit en arriere ou en avant du centre de gravité γ, & puisque l'effort composé NT est en équilibre avec la poussée de l'eau lorsque la verticale VT se rend en γ, il est clair qu'aussi-tôt que cette même verticale passera en dedans de γ, c'est-à-dire, entre γ & G, l'effort NT ne fera plus assez d'effet, à cause de son trop peu de distance au point d'appuy G, pour entretenir l'équilibre: & qu'au contraire il en fera trop si la verticale VT passe en dehors de γ. D'où il suit que le Navire perdra sa situation horisontale dans ces deux circonstances, il s'inclinera du côté le plus foible, & l'inclinaison sera d'autant plus grande qu'il s'en faudra davantage que la verticale VT ne se rende en γ, parce qu'il s'en faudra aussi davantage qu'il n'y ait équilibre & égalité de momens. C'est donc une proposition génerale *qu'un Navire ne peut rester de niveau que lorsque la verticale* VNT *sur laquelle les chocs de-*

Fig. 9. *l'eau & du vent se réunissent, passe par le centre de gravité γ de la partie non-submergée de la carene :* & ainsi dans la résolution où nous sommes de ménager aux Vaisseaux de toutes sortes de figures, les mêmes avantages qu'à ceux dont la poupe & la prouë sont égales, nous devons éviter les deux dispositions où la Mâture est trop haute ou trop basse, pour ne nous rapporter qu'à celle qui fait passer la verticale VNT par le centre de gravité γ de la partie A*ab*B. Le Vaisseau ne s'inclinera ensuite d'aucun côté, & nous serons à couvert de tous les accidens que l'on craint ordinairement en mer.

IV.

Il se presente cependant une difficulté ; il ne paroît pas que la plûpart des Vaisseaux soient propres à recevoir la bonne disposition de la Mâture. Car à mesure que les Navires s'élevent de l'eau ou s'y enfoncent, la poussée verticale de l'eau augmente ou diminuë, & elle se trouve encore appliquée à différentes distances de l'hypomoclion ou du centre de gravité G du Vaisseau ; parce que le centre de gravité Γ de la partie submergée *a*EF*b* dans lequel elle se réunit, change de place. Or afin que l'effort composé NT fit continuellement équilibre avec cette poussée dont l'action est ainsi variable, il faudroit, comme nous venons de le voir, que la verticale VNT se rendît toujours au centre de gravité γ de la partie non-submergée A*ab*B de la carene, & c'est justement ce qui ne peut arriver que par un grand hazard dans les Vaisseaux construits sur les proportions ordinaires. On peut bien donner une certaine situation à la voile telle que VT passe presentement par le centre de gravité γ de la partie A*ab*B ; mais si le vent vient à augmenter ou à diminuer, le Vaisseau étant tiré plus ou moins selon VT par les chocs de l'eau & du vent, sortira plus ou moins de l'eau, & selon toutes les apparences, la verticale VT ne passera plus par le centre de gra-

vité γ de la partie de la carene qui sera hors de l'eau : car la verticale VT & le centre γ changeront de place & ils ne seront pas sujets aux mêmes changemens. VT qui est la direction composée des deux SK & DH reçoit son changement de DH, qui reçoit le sien de ce que l'eau ne frappe pas sur les mêmes parties de la prouë lorsque le Navire est plus ou moins enfoncé : & le centre de gravité γ change simplement ; parce que la partie de la carene qui est hors de l'eau n'est pas toujours la même. Ainsi il est clair que si on vouloit remplir scrupuleusement les conditions d'une Mâture parfaite, on seroit obligé de toucher à la carene pour en regler * la figure & l'accommoder sur celle de la prouë.

Fig 9.

* Voyez le dernier Chap. de la seconde Section.

V.

Mais la difficulté s'évanouit aussi-tôt qu'on consulte l'expérience ou qu'on se rappelle le calcul du Chapitre IV. car on voit que l'effort NT ne fait jamais sortir de l'eau qu'une partie presque insensible A*ab*B de la carene, une partie qui n'a jamais que 3 ou 4 pouces d'épaisseur. Pendant que la poupe, par exemple, s'éleve de l'eau d'une certaine quantité dans les Navires dont la Mâture est imparfaite ; d'un autre côté la prouë se plonge dans l'eau d'une quantité presque égale, & de cette sorte les Navires occupent toujours à peu près le même espace dans la mer. Cela supposé, la direction DH du choc de l'eau ne doit pas souffrir de grands changemens, & il suffit de faire passer la verticale VNT par le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire prise à fleur d'eau, pour qu'elle passe sensiblement par le centre de gravité γ de la partie non-submergée A*ab*B & pour que la Mâture soit bien disposée. Car, puisque les Navires s'élevent si peu de l'eau lorsque le vent a le plus de force, on peut regarder la partie non-submergée de leur carene comme une simple surface, ou comme une tranche sans aucune épaisseur, & il ne doit

Fig. 9. y avoir aucune différence sensible entre le centre de gravité de cette tranche & celui γ de la partie $AabB$ de la carene qui sort effectivement de l'eau.

Maxime de Mâture pour les Vaisseaux de toutes sortes de fabriques.

Ainsi voicy à quoi se réduit la bonne Mâture dans tous les Vaisseaux, & on sera maintenant dispensé d'examiner si leur poupe & leur prouë sont égales. *C'est de faire en sorte que le point* N *où la direction* SK *de la voile rencontre la direction* DH *du choc de l'eau sur la prouë, réponde exactement au-dessus du centre de gravité de la coupe du Navire prise à fleur d'eau*, ou ce qui revient au même, *c'est de faire passer la direction* SK *de la voile par le point de concours* N *de la direction* DH *du choc de l'eau sur la prouë, & de la verticale* VT *du centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite au raz de la mer.* Car pour peu que la direction SK de la voile passeroit par-dessus ou par-dessous le point N, elle rencontreroit DH en un point plus avancé vers la poupe ou vers la prouë, & les chocs du vent & de l'eau ne se réuniroient plus dans la verticale VT du centre de gravité γ; ils se réuniroient sur une direction verticale qui passeroit en arriere ou en avant de ce centre, & cela romproit tout l'équilibre dont nous avons besoin. Le Navire s'inclineroit, comme on le sçait, vers la prouë ou vers la poupe, & l'inclinaison pourroit être excessive, parce qu'elle dépend des forces relatives de la poussée de l'eau & de l'effort composé NT ; forces relatives qui peuvent être fort grandes, lorsque même la force absoluë de ces deux puissances est fort petite. Suivant notre maxime nous avons deux choses à trouver pour pouvoir déterminer la disposition parfaite de la Mâture. 1°. Le centre de gravité de la premiere tranche horisontale de la carene & sa verticale VT. 2°. La direction DH du choc de l'eau sur la prouë. Et l'intersection de ces deux lignes sera le *point vélique* par lequel il ne restera plus qu'à faire passer la direction DH du choc du vent sur la voile.

Fig. 9.

VI.

On n'a point osé jusques icy donner une grande étenduë aux voiles, parce que comme il n'y avoit pas de moyen sûr pour en déterminer la situation, on a toujours eu lieu d'apprehender que le Vaisseau ne fût sujet à une inclinaison considérable. Mais nous pouvons maintenant augmenter la grandeur des voiles sans rien craindre de la plus grande violence du vent. Car quelque puissance qu'ait ensuite l'effort composé NT, il ne fera que soulever une plus grande partie A*ab*B de la carene, une partie qui aura peut-être 6 pouces d'épaisseur; mais comme toutes les coupes horisontales de la carene qu'on peut concevoir dans une épaisseur non-seulement de 6 pouces, mais même d'un pied, doivent être sensiblement des figures semblables, & avoir toutes leur centre de gravité au-dessous les unes des autres dans la même verticale, c'est assez que la verticale VT sur laquelle agit l'effort composé NT des chocs du vent & de l'eau, passe par le centre de gravité de la premiere tranche de la carene, pour qu'elle passe aussi par le centre de gravité γ de la plus grande partie A*ab*B de la carene qui s'élevera de l'eau. Or c'est-là selon les articles II. & III. de ce Chapitre la seule condition qui caracterise la bonne Mâture; & ainsi on sera continuellement à couvert du péril, malgré la rapidité du sillage & la grande étenduë de la voile.

CHAPITRE VII.

Maniére de trouver la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë.

I.

NOus nous dispenserons icy de traiter de la maniére de déterminer le centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & de tracer sa verticale : mais quoique nous pourrions nous dispenser aussi de traiter de la maniére de découvrir la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë, nous allons en parler dans ce Chapitre, afin de répandre un plus grand jour sur notre sujet. Un fluide qui choque perpendiculairement une superficie, agit dessus avec toute sa force absoluë : mais lorsqu'il vient la rencontrer obliquement, il ne lui en communique qu'une partie, qui est d'autant plus petite que l'obliquité est plus grande. Si, par exemple, [dans la Figure 10] AB represente une superficie exposée obliquement au cours d'un fluide dont CD est la direction ; & si CD represente l'espace que parcourt une molécule C du fluide dans une seconde de tems, on ne peut pas dire que cette molécule C choque la superficie AB avec toute la vîtesse CD: car quoiqu'elle avance de tout CD dans une seconde, elle ne s'approche cependant de la superficie AB, que de la quantité CE perpendiculaire à la superficie ; ainsi c'est CE qui doit exprimer le choc de chaque molécule, & non pas CD. Or CD étant prise pour rayon, CE sera le sinus de l'angle CDA. Il s'ensuit donc que les impressions des particules d'un fluide dépendent des sinus des *angles d'incidence* CDA formez par la direction du fluide & par la superficie : de sorte que si le *sinus d'incidence* est double ou triple, l'impulsion que fera chaque molécule sera aussi double ou triple.

Fig. 10.

Fig. 10.

II.

Puiſque les molécules du fluide n'agiſſent ſur la ſuperficie que ſelon le ſens perpendiculaire CE ſuivant lequel elles s'en approchent, il eſt évident que le fluide ne doit auſſi pouſſer la ſuperficie que perpendiculairement. C'eſt pourquoi, lorſqu'il s'agira de trouver l'axe de l'impulſion d'un fluide ſur une ſuperficie AB, il n'y aura qu'à lui élever une perpendiculaire DH en ſon milieu D. Cela ſuffira pour les challans, & pour toutes les eſpeces de Navires dont la prouë eſt formée par une ſeule ſurface plane inclinée en avant.

III.

Et quant à nos Vaiſſeaux de mer dont les prouës ſont terminées par des ſurfaces courbes, on les diviſera en un ſi grand nombre de parties, qu'on pourra prendre ces parties pour des ſurfaces planes. On cherchera l'axe de l'impulſion que reçoit chaque de ces parties; & compoſant enſuite tous ces axes ou toutes ces directions (ſelon les loix de la compoſition des mouvemens) on trouvera enfin une ſeule direction équivalente à toutes les autres; & ce ſera l'axe de l'impulſion totale. Il eſt vrai qu'à prendre la choſe dans la rigueur, il faudroit que le nombre des parties dans leſquelles on diviſe la prouë fût infini, afin que ces parties fuſſent planes. Mais bien loin que cette condition nous doive faire craindre quelque mauvais ſuccès, c'eſt elle au contraire qui nous fait heureuſement réuſſir; parce que c'eſt elle qui nous donne occaſion d'y appliquer le calcul intégral. C'eſt ce qu'on va voir pour toutes les prouës faites en demi conoïde. Et, afin de n'être pas obligé de recommencer dans la ſuite une nouvelle recherche, nous allons ſuppoſer que le Navire ſe meut obliquement par rapport à ſa quille.

IV.

Fig. 11. 12. Que BADE [Fig. 11, & 12.] soit le demi conoïde qui sert de prouë, formé par la révolution de la ligne courbe AD autour de son axe AC ; nous diviserons la superficie de la prouë en une infinité de zones, comme D*d*EB*d* par des circonferences de cercles DEB, *d*E*b* qui ont les differentes ordonnées du conoïde pour rayons ; & nous diviserons ces circonferences en une infinité de petites parties comme F*f*. Ces divisions faites à l'infini seront cause que chaque petite partie F*f* pourra être considerée comme une ligne droite, & que cherchant l'impulsion que cette partie F*f* ressent de la part de l'eau, il sera facile de trouver l'impulsion que doit recevoir la demie circonférence entiére DEB. Car de même que les F*f* sont les élemens de la demie circonférence, de même aussi les petites impulsions que reçoivent les F*f* sont les élemens de l'impulsion entiere que reçoit la demie circonférence DEB ; & il suffira par consequent d'intégrer les impulsions sur F*f* ou d'en prendre la somme infinie pour trouver l'impulsion sur DEB. Après cela nous multiplierons l'impulsion sur DEB par *d*D ; le produit nous donnera, comme il est évident, l'impulsion de l'eau sur la zone *d*DE*b*B, puisque *d*D en est la largeur. Mais puisque cette impulsion sur la zone est aussi l'élement de l'impulsion que supporte la prouë entiere, nous n'aurons qu'à intégrer une seconde fois pour trouver l'impulsion totale. Et cette impulsion trouvée, nous en chercherons l'axe en employant le principe ordinaire de statique.

V.

Pour exécuter tout cela, je méne de chaque point F une ligne horisontale FI qui est le sinus de l'arc FE ; une verticale FH qui est sinus de l'arc de complement FD ; un

rayon FC au centre C de la zone, & une paralelle FL à l'axe AC; & j'éleve ensuite de chaque point F une perpendiculaire FG à la superficie du conoïde. Toutes ces perpendiculaires sont égales dans la même zone *d*E*b*, & se rencontrent toutes au même point G de l'axe, comme il est évident. On peut les considerer comme des diagonales d'un solide rectangle qui auroit IC pour hauteur & pour base le plan horisontal IFLO dans lequel est la direction FK du liquide. Cette direction est située obliquement, parce qu'elle est, à proprement parler, la direction du Vaisseau même auquel nous faisons prendre icy une route oblique, afin de rendre nos formules plus générales. La route ou la direction FK fait avec FL paralelle à l'axe AG, un angle KFL qui est le même dans tous les points F, parce qu'il est toujours égal à l'angle que fait la route du Vaisseau avec sa quille, qu'on appelle ordinairement *angle de la dérive*. Fig. 11. & 12.

VI.

Pour venir à la mesure de l'angle d'incidence duquel dépend chaque impulsion, je remarque qu'il est le complement de l'angle GFK que fait la direction FK avec la perpendiculaire FG à la superficie du conoïde. Cela est sensible, parce que l'angle d'incidence est formé par la direction FK & la superficie du conoïde, & que FG est perpendiculaire à cette superficie. Ainsi si, du point G rencontre de FG & de l'axe AC, nous abaissons une perpendiculai- GN sur la direction FK, l'angle FGN sera égal à celui d'incidence, & dans le triangle rectangle FGN l'hypoténuse FG representant le sinus total, le côté FN sera le sinus de l'incidence de l'eau sur l'endroit F de la superficie du conoïde. Mais on peut déterminer ce sinus d'une maniere bien plus commode pour fournir une expression. C'est d'abaisser du point O la perpendiculaire ON sur la direction FK, & le point N de rencontre sera le même que si la perpendiculaire sortoit du point G. Pour s'en con-

Fig. 11. & 12. vaincre, il suffit de faire attention que comme la ligne GO est perpendiculaire au plan IL, tous les triangles GON qu'on peut former par la verticale GO qui sert de côté commun à tous, & par des lignes ON & GN qui concourent il n'importe en quel point N de la direction FK, sont rectangles en O : ainsi aussi-tôt qu'on aura trouvé l'hypoténuse GN la plus courte, ce qui n'arrivera que lorsqu'elle sera perpendiculaire à FK, on aura aussi trouvé la ligne la plus courte ON. D'où il suit que toutes les fois que GN est perpendiculaire à la direction FK, la ligne ON est aussi perpendiculaire à cette direction, & ainsi ON peut servir également à limiter la longueur du sinus d'incidence FN.

VII.

Si nous portons maintenant sur la paralelle FL à l'axe la grandeur FY $= h$, & que du point Y abaissant la perpendiculaire YK sur la direction, elle se trouve égale à m & fasse FK $= n$: si deplus nous nommons r le rayon CD du cercle DEB & q le quart DFE de sa circonference ; s la souperpendiculaire CG ; p la perpendiculaire FG, & qu'enfin LO $=$ FI soit appellé z ; il sera facile de trouver la valeur du sinus FN. Car en menant LM perpendiculaire à la direction, nous aurons FY $= h$ | FK $= n$ || FL $=$ CG $= s$ | FM $= \frac{ns}{h}$; & du point O conduisant OZ paralelle à la direction jusqu'à ce qu'elle rencontre LM prolongée ; on formera le triangle LZO semblable au triangle FKY, parce que l'angle FLO étant droit, l'angle ZLO est le complement de FLM, & partant égal à l'angle KFY, & de plus les deux triangles sont rectangles en Z & en K. Or cette ressemblance nous donne cette proportion, FY $= h$ | YK $= m$ || LO $= z =$ FI | ZO $= \frac{mz}{h}$. Et comme ZO $=$ MN, parce que la figure ZN est un rectangle

par

par la conſtruction, il s'enſuit que MN $= \frac{mz}{h}$ & par conſequent FN = FM + MN $= \frac{ns + mz}{h}$. Mais c'eſt lorſque le point F eſt du côté de la *dérive* comme dans la Figure 11. Car s'il étoit placé de l'autre côté, il faudroit retrancher, comme on le voit dans la Figure 12, la partie MN de FM & on trouveroit alors $\frac{ns - mz}{h}$ pour FN, de ſorte que pour ſatisfaire aux deux cas, nous n'avons qu'à dire que FN eſt exprimé par $\frac{ns \pm mz}{h}$. Et comme cette ligne FN n'eſt ſinus de l'angle d'incidence du liquide ſur le point F de la prouë que lorſque FG $= p$ repreſente le ſinus total, il eſt évident que prenant dans la ſuite la conſtante n pour le ſinus total au lieu de FG, on trouvera que $\frac{n^2 s \pm nmz}{hp}$ exprime le ſinus d'incidence, parce que $p \mid \frac{ns \pm mz}{h} \parallel n \mid \frac{n^2 s \pm nmz}{hp}$ & $\frac{n^4 s^2 \pm 2n^3 msz + n^2 m^2 z^2}{h^2 p^2}$ ſera le quarré de ce ſinus. Fig. 11, & 12.

VIII.

Nommant donc, *du*, la petite particule Ff du quart de cercle DFE, nous aurons $\frac{n^4 s^2 \pm 2n^3 msz + n^2 m^2 z^2}{h^2 p^2} \times du$, pour l'impreſſion entiere que reçoit Ff ſelon la direction perpendiculaire FG. Je multiplie *du* par le quarré ſinus d'incidence $\frac{n^2 s \pm nmz}{hp}$, quoique les impreſſions que fait une particule du liquide ſuivent le rapport du ſinus d'incidence : parce que la multitude des particules ou goutes d'eau qui viennent frapper F$f = du$, change auſſi ſelon le ſinus d'incidence ; ce qui doit faire ſuivre aux impulſions totales que les goutes d'eau forment enſemble, le rapport des quarrez des ſinus d'incidence. C'eſt-à-dire, ſi le ſinus d'incidence devient double, qu'outre que chaque parti-

Fig. 11, & 12. cule du liquide fera une impreſſion double, comme on l'a montré cy-deſſus dans le premier article de ce Chapitre, il y aura encore deux fois autant de particules qui contribueront à l'impreſſion totale, parce que la ſurface ſera deux fois plus expoſée au cours du liquide : d'où il ſuit que l'impulſion entiere ſera quadruple & aura augmenté comme le quarré du ſinus d'incidence.

IX.

Mais cette impreſſion $\frac{n^4s^2 \pm 2n^3msz + n^2m^2z^2}{b^2p^2} \times du$ que ſupporte $Ff = du$ ſelon la direction FG, peut ſe diviſer en trois déterminations différentes : la premiere eſt paralelle à l'axe du conoïde ſelon FL, & nous l'appellerons *directe* ; la deuxiéme eſt horiſontale & perpendiculaire à l'axe ſelon FI, & on peut l'appeller *latérale* ; & enfin la troiſiéme eſt *verticale* ſelon FH. Ou bien on peut diviſer l'impulſion abſoluë qui agit ſelon FG en deux déterminations ; l'une ſelon l'axe CG, l'autre ſelon le rayon ou la perpendiculaire FC à l'axe, & cette ſeconde détermination ſe ſubdiviſera en deux autres ſelon FI & FH, ce qui donne encore les trois déterminations ſimples FL, FI, FH équivalentes enſemble à la ſeule FG. On peut auſſi trouver facilement les trois forces qui agiſſent ſelon ces trois ſens, puiſqu'elles ſont exprimées par les trois lignes FL, FI, FH, lorſque FG repreſente l'impreſſion abſoluë. Ainſi $FG = p \mid FL = s \parallel \frac{n^4s^2 \pm 2mn^3sz + n^2m^2z^2}{b^2p^2} \times du \mid \ldots\ldots \frac{n^4s^3 \pm 2mn^3s^2z + n^2m^2sz^2}{b^2p^3} \times du$ pour l'impulſion relative ſelon l'axe ; $FG = p \mid FI = z \parallel \frac{n^4s^2 \pm 2mn^3sz + n^2m^2z^2}{b^2p^2} \times du \mid \frac{n^4zs^2 \pm 2mn^3sz^2 + n^2m^2z^3}{b^2p^3} \times du$ pour l'impulſion horiſontale ſelon le ſens perpendiculaire à l'axe ; & enfin $FG = p \mid FH = \sqrt{r^2 - z^2} \parallel \frac{n^4s^2 \pm 2mn^3sz + n^2m^2z^2}{b^2p^2} \times du \mid \ldots\ldots$;

$\frac{n^4s^2 \pm 2mn^3sz + n^2m^2z^2}{h^2p^3} \times du\sqrt{r^2 - z^2}$ pour l'impulſion relative ſelon la détermination verticale. Fig. 11, & 12.

X.

Je transforme ces trois impulſions, en ſubſtituant $\frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$ à la place de du (parce que regardant FI $= z$ comme une quantité variable dont la différence eſt F$t = dz$ afin de l'accommoder à tous les points F du quart de cercle DFE ou EB, il vient à cauſe de la reſſemblance du grand triangle FCI & du petit fFt la proportion, CI $= \sqrt{r^2 - z^2}$ | FC $= r$ || F$t = dz$ | F$f = du = \frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$.) La premiere impulſion ſe réduit à $\frac{n^4s^3rdz}{h^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}} \pm \frac{2mn^3rs^2zdz}{h^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}} + \ldots \frac{rn^2m^2sz^2dz}{h^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}}$. La ſeconde à $\frac{n^4rs^2zdz}{h^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}} \pm \frac{2mn^3rsz^2dz}{h^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{m^2n^2rz^3dz}{h^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}}$. Et la troiſiéme à $\frac{n^4rs^2dz}{h^2p^3} \pm \frac{2mn^3rszdz}{p^2h^3} + \ldots \frac{n^2m^2rz^2dz}{h^2p^3}$. Et je conſidére enſuite que puiſque ces grandeurs expriment les impreſſions relatives faites en différens ſens ſur une petite particule Ff du quart de cercle DFE, les intégrales marqueront les efforts que reçoit le quart de cercle entier DFE, ou EB ſelon les mêmes déterminations : c'eſt-à-dire, que la lettre $\int$ marquant l'intégrale des grandeurs qu'elle précede, nous aurons $\frac{n^4s^3}{h^2p^3}\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}} \mp \frac{2mn^3rs^2\sqrt{r^2 - z^2}}{h^2p^3} \pm \frac{2mn^3r^2s^2}{h^2p^3} - \ldots \frac{n^2m^2rsz\sqrt{r^2 - z^2}}{2h^2p^3} + \frac{n^2m^2r^2s}{2h^2p^3}\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$ pour l'impulſion que reçoit chaque quart de cercle DFE ou quelqu'un de ſes arcs EF ſelon la détermination paralelle à l'axe ; & intégrant les deux autres impulſions que reçoit le même élement Ff de la circonférence, on trouve que la ſeconde

Fig. 11. & 12 impulſion c'eſt-à-dire, celle qui agit horiſontalement & perpendiculairement à l'axe, eſt $-\frac{n^4rs^2\sqrt{r^2-z^2}}{h^2p^3}+\frac{n^4r^2s^2}{h^2p^3}\mp\frac{mn^3rsz\sqrt{r^2-z^2}}{h^2p^3}\pm\frac{mn^3r^2s}{h^2p^3}\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}-\frac{n^2m^2rz^2\sqrt{r^2-z^2}}{3h^2p^3}-\frac{2n^2m^2r^3\sqrt{r^2-z^2}}{3h^2p^3}+\frac{2n^2m^2r^4}{3h^2p^3}$, & la troiſiéme impulſion qui eſt celle que reçoit le quart de cercle entier DFE ou quelqu'un de ſes arcs EF ſelon le ſens vertical, ſe trouve de $\frac{n^4rs^2z}{h^2p^3}\pm\frac{mn^3rsz^2}{h^2p^3}+\frac{n^2m^2rz^3}{3h^2p^3}$. Il faut remarquer qu'ayant ſuppoſé $z=o$, j'ay ajouté aux intégrales précédentes les quantitez qui leur manquoient, & qu'ainſi elles ſont completes.

XI.

Mais puiſque nous ſuppoſons icy que le demi conoïde eſt entiérement ſubmergé, nous pouvons introduire r à la place de z dans les valeurs précédentes, & q à la place de $\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}$; parce que dans ce cas, le ſinus z ſe confond avec le rayon $CD=r$, & l'arc EF qui eſt égal à $\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}$, puiſque $\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}=du=Ff$, devient alors ED ou $EB=q$ quart de toute la circonférence du cercle. Nous trouverons donc que la réſiſtance que reſſent chaque quart de cercle ſelon la détermination paralelle à l'axe eſt $\frac{n^4s^3q}{h^2p^3}\pm\frac{2mn^3r^2s^2}{h^2p^3}+\frac{n^2m^2r^2sq}{2h^2p^3}$, parce que tous les termes qui ſont multipliez par $\sqrt{r^2-z^2}=o$ deviennent nuls. Nous aurons auſſi pour la réſiſtance dans le ſens horiſontal & perpendiculaire à l'axe $\frac{n^4r^2s^2}{h^2p^3}\pm\frac{mn^3r^2sq}{h^2p^3}+\frac{2n^2m^2r^4}{3h^2p^3}$; & enfin pour celle qui agit dans le ſens vertical $\frac{n^4s^2r^2}{h^2p^3}\pm\frac{mn^3r^3s}{h^2p^3}+\frac{n^2m^2r^4}{3h^2p^3}$.

Il eſt vrai que ſi ces expreſſions marquent infailliblement l'impulſion du fluide pour la moitié de la prouë qui eſt du côté de la dérive, il n'eſt pas ſûr qu'elles le faſſent toujours pour l'autre moitié. Car on voit dans la Figure 13, où les lignes KB, KF, K*f* repreſentent des directions paralelles du liquide, que pendant que la moitié de la prouë du côté de AB eſt toute choquée par l'eau, l'impulſion ne ſe fait reſſentir de l'autre côté que ſur la partie EAF*f* terminée par les points F, *f*, où les directions KF, K*f* du liquide ſont tangentes à la ſuperficie de la prouë. Mais on peut non-ſeulement répondre que ce cas doit être aſſez extraordinaire dans la pratique, parce que l'obliquité de la route par rapport à la quille eſt ordinairement plus petite; mais encore que les formules qui donneront l'impulſion de l'eau comme ſi elle ſe faiſoit ſur toute la demie prouë ADE, quoy qu'elle ne ſe faſſe effectivement que ſur A*ff*E ne ſeront jamais ſujettes à une erreur conſidérable, parce que la partie F*ff*D ſera toujours ſituée ſi obliquement, que l'eau ne pourroit faire que très-peu d'effet ſi elle la pouvoit rencontrer. Et enfin au lieu d'intégrer dans la Figure 12. les petites impulſions ſur F*f* juſqu'au point D, comme nous l'avons fait cy-devant, on pourroit bien ne les intégrer que juſqu'au point F où finit l'impulſion ſur le quart de cercle ED. Et on détermineroit ce point, en faiſant z ou FI égale à $\frac{ns}{m}$ ainſi que le démontreront aiſément ceux qui ſont un peu Géométres. Fig. 11, & 12.

XII.

Juſqu'icy les grandeurs r, s, p ont été conſtantes, parce que nous ne voulions examiner que chaque quart de cercle en particulier, & que le rayon CE, la ſoûpendiculaire CG & la perpendiculaire FG eſt la même pour tous les points F du même cercle. Mais comme nous voulons maintenant comparer les impreſſions de différens cercles &

Fig. 11, & 12. même de différentes zones, il nous faut mettre à la place de r les ordonnées comme CE de la ligne courbe AXE qui a formé le conoïde par sa révolution. J'appelleray y ces ordonnées & x les abscisses correspondantes comme AC: nous mettrons par conséquent $\frac{qy}{r}$ à la place de q, parce que $\frac{qy}{r}$ est le quart de la circonférence du cercle dont y est le rayon puisque $r \,|\, y \,||\, q \,|\, \frac{qy}{r}$; & à la place de $CG = s$ & de $FG = p$ nous substituerons ces expressions $\frac{ydy}{dx}$ & $\frac{y\sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx}$ que nous fournit le calcul differentiel pour la souperpendiculaire & la perpendiculaire. La premiere resistance selon l'axe, $\frac{n^4s^3q}{h^2p^3} \pm \frac{2mn^3r^2s^2}{h^2p^3} + \frac{n^2m^2r^2sq}{2h^2p^3}$ se changera de cette maniére en $\frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}^{\frac{3}{2}}}$: la seconde résistance selon la détermination horisontale & perpendiculaire à l'axe se changera en $\frac{3n^4rydy^2dx \pm 3mn^3qydydx^2 + 2n^2m^2rydx^3}{3h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}^{\frac{3}{2}}}$ & enfin la troisiéme résistance selon le sens vertical en .... $\frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + n^2m^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dy^2 + dx^2}^{\frac{3}{2}}}$; de sorte que voilà trois expressions en termes variables qui sont générales pour tous les quarts de cercle tracez sur la superficie de la proüe & considerez sans aucune largeur.

XIII.

Nous cherchons ensuite les résistances que souffrent les zones mêmes $dDEBb$ contenuës entre deux circonférences de cercles. Cela est facile; car puisque nous avons déja découvert les différentes résistances du quart de cercle DFE; il n'y a qu'à les multiplier par la largeur Dd qui est par tout la même, pour avoir les résistances du quart de zone $dDFE$ & ainsi de suite de toutes les autres. Or cette largeur dD de la zone, qui est une petite particule ou un élement de la ligne courbe qui a formé le conoïde

eſt toujours égale à $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ lorſque les ordonnées y ſont perpendiculaires à la ligne des abſciſſes x, comme on l'apprend par la conſidération des différentielles ; ainſi la réſiſtance ſelon l'axe que trouve le quart de zone dDFE ou EBb eſt $\frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2b^2r \times \overline{dx^2 + ay^2}}$; la réſiſtance horiſontale ſelon la perpendiculaire à l'axe eſt . . . . . $\frac{3n^4rydy^2dx \pm 3mn^3aydydx^2 + 2m^2n^2rydx^3}{3b^2r \times \overline{ay^2 + dx^2}}$, & la troiſiéme réſiſtance qui eſt celle que chaque côté de zone dDE ou EBb reſſent ſelon la détermination verticale eſt . . . . $\frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydyax^2 + n^2m^2yax^3}{3b^2 \times \overline{dy^2 + dx^2}}$. Voilà les expreſſions des trois impulſions & elles conviennent à toutes les zones.

Fig. 11 & 12.

XIV.

Mais enfin, puiſque les réſiſtances que la prouë reſſent ſelon les trois différentes déterminations ſont compoſées des réſiſtances de toutes les zones comme dDFE, il eſt évident que ſi on intégre les trois expreſſions que nous avons découvert en dernier lieu, nous trouverons les trois réſiſtances ou impulſions entiéres que reçoit chaque quart du conoïde ou chaque moitié de la prouë de part & d'autre de l'axe ; parce que les réſiſtances des zones ſont les élemens des trois réſiſtances totales de même que les zones ſont les élemens de la ſuperficie de la prouë. Par conſequent $\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2b^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ exprime l'impulſion directe ou l'impulſion que reçoit chaque moitié de la prouë de part & d'autre de la quille ſelon la determination de l'axe ; $\int \frac{3n^4rydy^2dx \pm 3mn^3qydydx^2 + 2n^2m^2rydx^3}{3b^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ exprime l'impulſion relative ſelon la détermination horiſontale perpendiculaire à l'axe & . . . . $\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + n^2m^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ déſigne l'impulſion dans

Fig. 11, & 12. le ſens vertical, ou bien marque avec quelle force chaque moitié de la prouë eſt pouſſée en haut par le choc du liquide.

XV.

Pour trouver maintenant les axes des impulſions relatives que nous venons de découvrir, il n'y a qu'à employer le principe général de ſtatique par le moyen duquel on peut reconnoître la direction compoſée d'une infinité de directions. Pour déterminer la diſtance de l'axe de l'impulſion ſelon la quille au plan vertical CIOG qui paſſe par l'axe, il faut d'abord multiplier chaque petite impulſion $\frac{n^4s^3rdz}{h^2p^3\sqrt{r^2-z^2}} \pm \frac{2mn^3rs^2zdz}{h^2p^3\sqrt{r^2-z^2}} + \frac{n^2m^2srz^2dz}{h^2p^3\sqrt{r^2-z^2}}$ que reçoit l'élement Ff, par ſa diſtance $FI = z$ au plan vertical CIOG, le produit $\frac{n^4s^3rzdz \pm 2mn^3rs^2z^2dz + n^2m^2srz^3dz}{h^2p^3\sqrt{r^2-z^2}}$ ſera le moment de l'impulſion que ſouffre la petite particule Ff du quart de cercle DFE & l'intégrale $-\frac{n^4s^3r\sqrt{r^2-z^2}}{h^2p^3} + \frac{n^4s^3r^2}{h^2p^3} \mp \frac{mn^3rs^2z\sqrt{r^2-z^2}}{h^2p^3} \pm \frac{mn^3r^2s^2}{h^2p^3}\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}} - \ldots$ $\frac{n^2m^2srz^2\sqrt{r^2-z^2}}{3h^2p^3} - \frac{2n^2m^2sr^3\sqrt{r^2-z^2}}{3h^2p^3} + \frac{2m^2sr^4n^2}{3h^2r^3}$ déſignera par conſéquent le moment total des impulſions que reçoit chaque partie ſenſible du quart de cercle, puiſque ce moment eſt la ſomme de tous les momens des petites impulſions faites ſur les Ff. Mais il ſe réduit lorſque le demi conoïde étant entiérement enfoncé dans l'eau, z devient r, l'intégrale $\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}$ devient q; & que la valeur $\sqrt{r^2-z^2}$ devient nulle; ce moment, dis-je, ſe réduit à $\frac{3n^4r^2s^3 \pm 3mn^3r^2s^2q + 2m^2sr^4n^2}{3h^2p^3}$ qu'on peut transformer aiſément (par la ſubſtitution de y à la place de r, de $\frac{qy}{r}$ à la place de q, de $\frac{ydy}{dx}$ à la place de s & de $\frac{y\sqrt{dx^2+dy^2}}{dx}$

au

au lieu de p, comme nous l'avons fait cy-dessus) à l'expression $\frac{n^4y^2dy^3}{h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}^{\frac{3}{2}} \pm \frac{mn^3qy^2dy^2dx}{h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}^{\frac{3}{2}} + \frac{2n^2m^2y^2dydx^2}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}^{\frac{3}{2}}$ qui est génerale pour le moment de l'impulsion que reçoivent selon l'axe tous les quarts de cercles comme DFE ou BE, &c. tracez sur la superficie de la prouë. Fig. 11, & 12.

XVI.

Je multiplie cette derniere expression du moment de l'arc DFE , par la largeur dD comprise entre les circonférences de cercle , pour avoir le moment de l'impulsion que supporte chaque zone. Cette largeur dD est $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ comme on le sçait ; ainsi le produit sera $\frac{3rn^4y^2dy^3 \pm 3mn^3qy^2dy^2dx + 2n^2rm^2y^2dydx^2}{3h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ & c'est-là le moment pour chaque zone en quart de cercle; moment qu'il ne reste plus qu'à intégrer pour trouver le moment total de l'impulsion sur chaque moitié de la prouë dont il étoit l'élement. Cette integrale $\int \frac{3n^4ry^2dy^3 \pm 3mn^3qy^2dy^2dx + 2m^2n^2ry^2dydx^2}{3h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ doit être divisée par l'impression . . . . $\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, puisque le principe géneral prescrit de diviser le moment total de toutes les forces par la somme des forces mêmes ; & le quotient marquera la distance de la direction composée au plan vertical qui sépare la prouë en deux parties égales en passant par la quille.

XVII.

Nous sçavons donc combien l'axe du choc que supporte chaque quart du conoïde ou bien chaque moitié de la prouë selon la détermination paralelle à l'axe , est éloigné du plan vertical CIOG. Cela suffit pour que nous ne puissions pas désormais mettre cet axe trop près du milieu ou des côtez de la prouë ; mais nous pourrions encore le pla-

Fig. 11, & 12, cer trop haut ou trop bas, parce que rien ne détermine sa situation par rapport au plan horisontal BAD ou CQ qui passe par l'axe de la prouë. C'est pourquoy il nous faut reprendre l'impulsion $\frac{n^4s^3rdz \pm 2mn^3rs^2zdz + n^2m^2srz^2dz}{h^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}}$ que reçoit chaque F*f* selon FL paralelle à l'axe, & la multiplier par FH $= \sqrt{r^2 - z^2}$ pour en avoir le moment par rapport au plan horisontal ADB, on trouvera ..... $\frac{n^4s^3rdz \pm 2mn^3rs^2zdz + n^2m^2srz^2dz}{h^2p^3}$ & si on en prend l'intégrale terme à terme, on aura $\frac{3n^4s^3rz \pm 3mn^3rs^2z^2 + n^2m^2srz^3}{3h^2p^3}$ pour le moment de l'impulsion que reçoit chaque arc de cercle comme EF de part & d'autre de la quille; & si on met *r* à la place de *z*, il viendra $\frac{3n^4s^3r^2 \pm 3mn^3s^2r^3 + n^2m^2sr^4}{3h^2p^3}$ qui est le moment pour chaque quart de cercle entier. On le changera par les substitutions ordinaires dans les articles précédens, en $\frac{3n^4y^2dy^3 + 3mn^3y^2dy^2dx + n^2m^2y^2dydx^2}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}^{\frac{3}{2}}}$ que je multiplie par la largeur *d*D $= \sqrt{dx^2 - dy^2}$, afin d'avoir le moment $\frac{3n^4y^2dy^3 \pm 3mn^3y^2dy^2dx + n^2m^2y^2dydx^2}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ de l'impulsion que reçoit chaque zone comme *d*DFE ou EB*b* : & prenant son intégrale pour trouver le moment total des impulsions selon l'axe que reçoit chaque moitié de la prouë, il ne faudra plus que la diviser par l'impulsion même, & le quotient marquera la distance de l'axe de la résistance selon la quille au plan horisontal DAB ; de sorte que la position de cet axe sera entiérement déterminée, puisque nous sçaurons non-seulement l'endroit de la largeur de la prouë par où il doit passer, mais encore celuy de la hauteur. On pourra découvrir, en tenant à peu-près le même chemin, la situation des axes des autres résistances & construire les formules que j'ay mis icy dans une table pour la commodité de ceux qui voudront s'appliquer à ces sortes de problêmes.

XVIII.

Fig. 11, & 12.

Lorſqu'on voudra ſe ſervir de ces formules, il faudra ſe ſouvenir que les lettres q,r,h,n,m ſont connuës ou marquent des rapports connus: q & r déſignent le rapport du quart de cercle au rayon, d'environ 157 à 100, & pour n, m, h, elles repreſentent le ſinus total, la tangente de l'angle de la dérive & la ſécante de cet angle, comme cela ſe voit à l'œil dans le triangle rectangle KFY où $FY = h$, $FK = n$, $YK = m$, & KFY eſt égal à l'angle de la dérive ou à l'obliquité de la route du Vaiſſeau. Il faudra donc remplir la place de toutes ces lettres par leur valeur, & changer par la ſubſtitution x, y, dx & dy en une ſeule variable avec ſa différentielle, ce qu'on exécutera par la connoiſſance de la nature de la courbe qui a formé la prouë: & on trouvera des expreſſions dont il ne reſtera plus qu'à prendre les intégrales, pour avoir les diverſes impulſions de l'eau ſur les deux côtez de la prouë. Après cela il n'y aura plus qu'à compoſer les impulſions relatives directes avec les latérales pour avoir l'impulſion entiére que ſouffre la prouë ſelon le ſens horiſontal; & il eſt clair que ſi on compoſe cette impulſion avec les impulſions relatives verticales, il viendra l'impulſion abſoluë que reçoit toute la prouë; puiſque cette impulſion ne doit être formée que des trois impulſions relatives directe, latérale & verticale.

XIX.

Enfin on doit remarquer que lorſque le Vaiſſeau ſingle directement ſur ſa quille, les formules précédentes ſe réduiſent à d'autres beaucoup plus ſimples; comme alors l'angle de la dérive eſt nul & que la ligne FK tombe ſur FY, n devient égal à h & $m = o$. C'eſt pourquoy, ſi dans l'impulſion directe . . . .

Fig. 11. & 12. $\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ on efface les termes qui ſont multipliez par m, & ſi on traite n & h comme deux quantitez égales, on trouvera que l'impulſion directe ſur chaque moitié de la prouë pour le cas où il n'y a point de dérive, eſt $\int \frac{n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$ & par conſéquent ſur toute la prouë $\int \frac{2n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$. Et, continuant la même operation ſur les autres formules, on reconnoîtra que cette impulſion directe agit ſur une direction qui eſt exactement au-deſſous de l'axe de la prouë de la quantité $\frac{\int \frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}}$; que l'impulſion verticale eſt ... $\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dx^2 + dy^2}$ & ſe réünit dans une direction éloignée du ſommet de la prouë de la diſtance $\frac{\int \frac{2n^2yxdy^2dx}{dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dx^2 + dy^2}}$. Comme les impulſions latérales que reçoivent les parties droite & gauche de la prouë ſe détruiſent mutuellement par leur égalité & leur oppoſition, il n'eſt pas néceſſaire de s'en mettre en peine.

CHAPITRE VIII.

Applications des formules précédentes à la prouë qui a la figure la plus avantageuſe, & à une prouë conique.

I.

1. POur rendre plus ſenſible l'uſage de nos formules, nous allons appliquer à la prouë qui a la figure la plus avantageuſe, celles qui ſervent pour la route directe.

FORMULES GENERALES

Pour découvrir les impulsions de l'eau sur les prouës formées en demi conoïdes.

Les formules qui sont cy à côté servent pour les routes obliques; & dans ces formules, *n* representant le sinus total, *m* marque la tangente de l'obliquité de la route, & *h* la secante de cette obliquité : *q* & *r* marquent le rapport du quart de la circonference d'un cercle à son rayon ou d'environ 157 à 100. *x* exprime les abscisses ou les parties de l'axe de la prouë, & *y* les ordonnées ou les demies largeurs : enfin la lettre $\int$ désigne les sommes infinies ou les intégrales des grandeurs qu'elle précede.

Premiere formule, qui exprime l'impulsion directe que reçoit chaque moitié de la prouë.

$$\int \frac{2n^4aydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2+dy^2}}$$

Seconde formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe, que reçoit chaque moitié de la prouë, est éloignée du plan vertical qui passe par le milieu de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4y^2dy^3 \pm \frac{3mn^3q}{r}y^2dxdy^2 + 2m^2n^2y^2dydx^2}{3h^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Troisiéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe est au-dessous de la surface de l'eau.

$$\frac{\int \frac{3n^4y^2dy^3 \pm 3mn^3y^2dy^2dx + n^2m^2y^2dx^2dy}{3h^2 \times \overline{ax^2+ay^2}}}{\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Quatriéme formule, qui exprime l'impulsion laterale ou l'impulsion selon le sens horisontal & perpendiculaire à l'axe que reçoit chaque moitié de la prouë.

$$\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}ydydx^2 + 2m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2+dj^2}}$$

Cinquiéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion laterale est éloignée du sommet de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4yxdy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}yxdydx^2 + 2m^2n^2yxdx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}ydydx^2 + 2m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Sixiéme formule qui exprime combien la direction de l'impulsion laterale est au-dessous de la surface de l'eau.

$$\frac{\int \frac{6n^4y^2dxdy^2 \pm 8mn^3y^2dydx^2 + 3m^2n^2y^2dx^3}{12h^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}ydydx^2 + 2m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Septiéme formule, qui exprime l'impulsion verticale que reçoit chaque moitié de la prouë.

$$\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}$$

Huitiéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée du sommet de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4yxdy^2dx \pm 3mn^3yxdydx^2 + m^2n^2yxdx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Neuviéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée du plan vertical qui passe par le milieu de la prouë.

$$\frac{\int \frac{6n^4y^2dy^2dx \pm 8mn^3y^2dydx^2 + 3m^2n^2y^2dx^3}{12h^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2+dy^2}}}$$

Les formules qui sont cy à côté ne servent que pour la route directe, ou pour le cas où le Navire single directement sur sa quille, sans aucune dérive.

Premiere formule, qui exprime l'impulsion directe sur la prouë entiére dans la route directe.

$$\int \frac{2n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2+dy^2}$$

Seconde formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe est au-dessous de l'axe de la prouë.

$$\frac{\int \frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2+dy^2}}{\int \frac{2n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2+dy^2}}$$

Troisiéme formule, qui exprime l'impulsion verticale sur la prouë entiére dans la route directe.

$$\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dy^2+dx^2}$$

Quatriéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée de l'extrémité de la prouë.

$$\frac{\int \frac{2n^2yxdy^2dx}{dx^2+dy^2}}{\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dx^2+dy^2}}$$

Plusieurs grands Hommes ont trouvé que la ligne courbe qui forme la prouë par une demie révolution autour de ſon axe, doit être telle que ſi a eſt une grandeur arbitraire conſtante, & z une quantité variable, chaque des ordonnées (y) doit être égale à $\frac{z^3}{a^2} + {}^2z + \frac{a^2}{z}$ & l'abſciſſe (x) correſpondante égale à $\frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} - \frac{5}{12}a - Lz$; de ſorte qu'on trouve autant d'ordonnées & d'abſciſſes qu'on attribuë de différentes valeurs à z. Ce n'eſt point ici le lieu d'expliquer cette découverte; on peut conſulter l'excellent Livre de l'*Analyſe démontrée*. Mais de ce que $y = \frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z} = \frac{z^4 + 2a^2z^2 + a^4}{a^2z}$, & $x = \frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} \ldots - \frac{5}{12}a - Lz$, il s'enſuit que $dy = \frac{3z^4dz + 2a^2z^2dz - a^4dz}{a^2z^2}$ & $dx = \frac{3z^3dz}{a^3} + \frac{2zdz}{a} - \frac{adz}{z} = \frac{3z^4dz + 2a^2z^2dz - a^4dz}{a^3z}$. Je fais entrer toutes ces valeurs dans la formule $\int \frac{2qn^2}{r} \times \ldots \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$ de l'impulſion directe, & je trouve que $\frac{2qn^2}{r} \times \ldots \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2} = \frac{2qn^2}{r} \times \ldots$

$$\frac{\overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^3 \times dz^3}{a^4z^3 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2 + a^2z^5 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2}$$

qui ſe réduit (en diviſant le numérateur & le dénominateur par $\overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2$) à $\frac{2qn^2}{r} \times \ldots \frac{\overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times dz}{a^4z^3 + a^2z^5} = \frac{2qn^2}{r} \times \ldots \frac{\overline{3z^8 + 8a^2z^6 + 6a^4z^4 - a^8} \times dz}{a^4z^3 + a^2z^5}$. Mais comme dans cette derniere expreſſion le numerateur contient exactement le dénominateur, on a par la diviſion, $\frac{2qn^2}{r} \times \overline{\frac{3z^3}{a^2} + 5z + \frac{a^2}{z} - \frac{a^4}{z^3}} \times dz$ qui eſt toujours la valeur de $\frac{2qn^2}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$; & ſi

Fig. 11, & 12.

on intégre terme à terme, on trouvera $\frac{2qn^2}{r}$ . . . . $\times \overline{\frac{3z^4}{4a^2} + \frac{5}{2}z^2 - \frac{29}{12}a^2 + \frac{a^4}{2z^2} + aLz}$ pour la résistance ou pour l'impulsion que souffre la proue entiere selon la détermination horisontale : mais il a fallu joindre $\frac{29}{12}a^2$ avec le signe $-$ à cette expression, pour la rendre complete ; parce qu'en supposant $z = a\sqrt{\frac{1}{3}}$ & $Lz = o$ comme cela arrive lorsque $x = o$, l'intégrale au lieu de devenir nulle comme la résistance qu'elle désigne, se trouvoit égale à $+\frac{29}{12}a^2$.

2. Pour découvrir maintenant avec quelle force la proue est poussée par l'eau dans le sens vertical, il n'y a qu'à substituer les valeurs de y & de x, &c. dans la formule $\int \frac{2n^2ydxdy^2}{dx^2 + dy^2}$ & nous changerons $\frac{2n^2ydxdy^2}{dx^2+dy^2}$ . . . . en

$$\frac{n^2 \times \overline{2z^4 + 4a^2z^2 + 2a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^3}{a^5z^2 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2 + a^3z^4 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2}$$

$$= \frac{n^2 \times \overline{2z^4 + 4a^2z^2 + 2a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times dz}{a^5z^2 + a^3z^4}$$ qui se réduit par la division à $n^2 \times \overline{\frac{6z^4}{a^3} + \frac{10z^2}{a} + 2a - \frac{2a^3}{z^2}} \times dz$, & intégrant cette expression comme l'indique la formule, il vient $n^2 \times \frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$: après en avoir soustrait $\frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$, parce que cette intégrale se trouve trop grande de cette quantité ; & ainsi $n^2 \times \overline{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$ est l'impulsion relative que souffre la proue entiere selon le sens vertical.

3. En faisant de pareilles substitutions des valeurs de x, y, &c. dans la 2me & 4me formule, on trouvera les directions des efforts relatifs que nous venons de découvrir. $\frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2 + dy^2}$ . . . . deviendra

$$\frac{n^2 \times \overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4}^2 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^3 \times 2dz^3}{a^6z^4 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2 + a^4z^6 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2}$$

$= \frac{n^2 \times \overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4}^2 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times 2dz}{a^6z^4 + a^4z^6}$ qui ſe réduit par la multiplication & la diviſion à . . . $n^2 \times \overline{\frac{6z^6}{a^4} + \frac{22z^4}{a^2} + 28z^2 + 12a^2 - \frac{2a^4}{z^2} - \frac{2a^6}{z^4}} \times dz$, & integrant cette expreſſion pour avoir la valeur de $\int \frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2 + dy^2}$ nous trouverons $n^2 \times \overline{\frac{6z^7}{7a^4} + \frac{22z^5}{5a^2} + \frac{28z^3}{3} + 12a^2z + \frac{2a^4}{z} + \frac{2a^6}{3z^3} - \frac{8704a^3}{315\sqrt{3}}}$ qu'il faut (ſelon la ſeconde formule) diviſer par $\frac{2qn^2}{r} \times \overline{\frac{3z^4}{4a^2} + \frac{5}{2}z^2 - \frac{29}{12}a^2 + \frac{a^4}{2z^2} + aLz} = \int \frac{2qn^2}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$, & on aura

$$\frac{\frac{6z^7}{7a^4} + \frac{22z^5}{5a^2} + \frac{28}{3}z^3 + 12a^2z + \frac{2a^4}{z} + \frac{2a^6}{3z^3} - \frac{8704a^3}{315\sqrt{3}}}{\frac{3qz^4}{2ra^2} + \frac{5qz^2}{r} - \frac{29qa^2}{6r} + \frac{qa^4}{rz^2} + \frac{2q}{r}aLz}$$

pour la quantité dont la direction de l'impulſion directe eſt au-deſſous de l'axe de la prouë.

4. On transformera auſſi dans la quatriéme formule, $\frac{2n^2yxdxdy^2}{dx^2 + dy^2}$ . . . . en

$$\frac{n^2 \times \overline{\frac{6z^4}{4a^3} + \frac{2z^2}{a} - \frac{5}{6}a - {}^2Lz} \times \overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^3}{a^5z \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2 + a^3z^4 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2}$$

qui ſe réduira à $\frac{n^2 \times \overline{\frac{3z^4}{2a^3} + \frac{2z^2}{a} - \frac{5}{6}a - {}^2Lz} \times \overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times dz}{a^5z^2 + a^3z^4}$ $= n^2 \times \overline{\frac{9z^8dz}{2a^6} + \frac{27z^6dz}{2a^4} + \frac{9z^4dz}{a^2} - \frac{11}{3}z^2dz - \frac{17}{6}a^2dz + \frac{5a^4dz}{6z^2} - \frac{6z^4dz}{a^3}Lz - \frac{10z^2dz}{a}Lz - 2adzLz + \frac{2a^3dz}{z}Lz}$ dont l'intégrale telle qu'on la trouve terme à terme eſt $n^2 \times \overline{\frac{z^9}{2a^6} + \frac{27z^7}{14a^4} + \frac{51z^5}{25a^2} - \frac{1}{9}z^3 - \frac{5}{6}a^2z - \frac{17a^4}{6z} - \frac{6z^5}{5a^3}Lz - \frac{10z^3}{3a}Lz - 2azLz - \frac{2a^3}{z}Lz + \frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}} = \int \frac{2n^2yxdxdy^2}{dx^2 + dy^2}$; après cepen-

dant y avoir ajouté $\frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}$ pour la rendre complete, & il ne restera plus qu'à la diviser, comme l'indique la quatriéme formule, par $n^2 \times \overline{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$ $= \int \frac{2n^2ydxdy^2}{dx^2+dy^2}$ . . . . pour avoir

$$\frac{\frac{z^9}{2a^6}+\frac{27z^7}{14a^4}+\frac{51z^5}{25a^2}-\frac{1}{9}z^3-\frac{5}{6}a^2z-\frac{17a^4}{6z}-\frac{6z^5}{5a^3}Lz-\frac{10z^3}{3a}Lz-2azLz-\frac{2a^3}{z}Lz+\frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}}{\frac{6z^5}{5a^3}+\frac{10z^3}{3a}+2az+\frac{2a^3}{z}-\frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$$

qui exprime combien la direction de l'effort relatif dans le sens vertical, est éloignée de l'extremité de la proue.

5. Il résulte de tout ce calcul que pour déterminer dans la Figure 14. la direction composée DN de l'impulsion de l'eau sur la proue la plus avantageuse CAEC; il faut tirer la paralelle DR à l'axe AB à la distance FD (Fig. 14.)

qu'on fera de $\frac{\frac{6z^7}{7a^4}+\frac{22z^5}{5a^2}+}{\frac{39z^4}{2ra^2}+\frac{59z^2}{r}-}$ &c. (trouvée nomb. 3.) &

cette ligne DR sera la direction de l'impulsion que ressent la proue dans le sens horisontal. Il faudra conduire aussi la verticale DS, de maniere qu'elle soit éloignée du sommet A de la proue de la distance AF =

$\frac{\frac{z^9}{2a^6}+\frac{27z^7}{14a^4}+\frac{51z^5}{25a^2}-}{\frac{6z^5}{5a^3}+\frac{10z^3}{3a}+}$ &c. (trouvée nomb. 4.) cette ligne DS sera la direction de la force avec laquelle la proue est poussée par l'eau selon la détermination verticale. Enfin on fera les deux lignes DR & DS depuis leur intersection D dans le rapport des impulsions directe & verticale; c'est-à-dire, dans le rapport de $\frac{2qn^2}{r} \times \overline{\frac{3z^4}{4a^2}+\frac{5}{2}z^2-\frac{29}{12}a^2+\frac{a^4}{2z^2}+aLz}$ à $n^2 \times \overline{\frac{6z^5}{5a^3}+\frac{10z^3}{3a}+2az+\frac{2a^3}{z}+\frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$.

Achevant

Achevant enſuite le rectangle DSVR & conduiſant la diagonale DV, on aura la direction compoſée des deux DS, DR, qui ſera l'axe du choc abſolu de l'eau ſur la prouë; avec lequel & la verticale γN du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite au raz de l'eau, on déterminera ſelon nos principes le *point vélique* N par lequel doit paſſer la direction de la voile. Il n'y aura qu'à faire cette proportion, l'impulſion directe DR eſt à l'impulſion ſelon le ſens vertical DS ou RV; ainſi la diſtance Fγ du point F à la verticale γN du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, ſera à la hauteur du *point vélique* N au-deſſus de la direction DR de l'impulſion directe de l'eau.

II.

Trouver la direction de l'impulſion de l'eau dans toutes les routes ſur une prouë conique.

1. Nous euſſions pû appliquer nos autres formules à la prouë la plus avantageuſe & nous l'euſſions fait avec le même ſuccès: mais pour éviter la longueur du calcul & changer d'exemple, nous allons ſuppoſer que la prouë [Fig. 15.] eſt formée par la demie révolution de la ligne droite AF autour de l'axe AC; de ſorte que la prouë que nous avons à examiner eſt un demi cone, dont A eſt le ſommet & BEF le demi cercle de la baſe. n exprime toujours le ſinus total, & je prends f pour déſigner la tangente de l'angle CAF formé par l'axe AC & par le côté AF du cone. Ainſi n, & f marquent le rapport conſtant des AC & des CF ou des abſciſſes x & des ordonnées y; & nous avons pour tous les points de AF la proportion, $n \mid f \parallel x \mid y$ & l'équation $ny = fx$ qui exprime la relation continuelle de tous les points de la ligne AF à ceux de l'axe AC. De cette égalité $ny = fx$, je déduis $x = \frac{ny}{f}$ & $dx = \frac{ndy}{f}$ & je ſubſtituë Fig. 15.

Fig. 15. ces valeurs de x & de dx dans la premiere, la quatriéme & la septiéme formule qui sont d'usage lorsqu'il y a de la dérive. Je trouve $\frac{n^4m^2qydy \pm 4n^4mrfydy + 2n^4qf^2ydy}{2b^2n^2r + 2n^2f^2r}$ pour l'élement de l'impulsion directe: $\frac{3n^5f^2ydy \pm \frac{3n^5mqfydy}{r} + 2n^5m^2ydy}{3b^2n^2f + 3b^2f^3}$ pour l'élement de l'impulsion latérale & . . . . $\frac{3n^5f^2ydy \pm 3n^5mfydy + n^5m^2ydy}{3b^2n^2f + 3b^2f^3}$ pour l'élement de l'impulsion verticale sur chaque moitié de la prouë: sur la moitié du côté de l'angle de la dérive si on employe dans l'endroit où il y a $\pm$ le signe $+$, & la moitié de l'autre côté si on employe le signe $-$.

2. Je prends ensuite les intégrales de ces élemens comme l'indiquent les formules generales, & je découvre que $\frac{n^4m^2qy^2 \pm 4n^4mrfy^2 + 2n^4f^2qy^2}{4b^2n^2r + 4b^2f^2r}$ est l'impulsion directe, ... $\frac{3n^5f^2y^2 \pm \frac{3n^5mqfy^2}{r} + 2n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6b^2f^3}$ l'impulsion latérale; & . . . . . $\frac{3n^5f^2y^2 \pm 3n^5mfy^2 + n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6b^2f^3}$ l'impulsion verticale sur chaque moitié de la prouë. Par conséquent $\frac{n^4m^2qy^2 + 4n^4mfry^2 + 2n^4f^2qy^2}{4b^2n^2r + 4b^2f^2r} + \frac{n^4m^2qy^2 - 4n^4mfry^2 + 2n^4f^2qy^2}{4b^2n^2r + 4b^2f^2r} = \frac{n^4m^2qy^2 + 2n^4f^2qy^2}{2b^2n^2r + 2b^2f^2r}$ exprime l'impulsion directe que reçoit la prouë entiere ou ses deux moitiez jointes ensemble; & $\frac{3n^5f^2y^2 + 3n^5mfy^2 + n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6b^2f^3} + \frac{3n^5f^2y^2 - 3n^5mfy^2 + n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6b^2f^3} = \frac{3n^5f^2y^2 + n^5m^2y^2}{3b^2n^2f^2 + 3b^2f^3}$ l'impulsion qu'elle souffre selon le sens vertical: mais parce que les impressions latérales faites sur chaque moitié sont contraires, car l'impulsion latérale du côté droit tend vers le gauche, & celle que reçoit le côté gauche tend vers le droit, il faut soustraire la plus petite impulsion de la plus grande & le reste $\frac{3n^5f^2y^2 + \frac{3n^5mfqy^2}{r} + 2n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6b^2f^3} - \frac{3n^5f^2y^2 + \frac{3n^5mfqy^2}{r} - 2n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6b^2f^3}$

$= \frac{n^5 mqy^2}{rh^2n^2 + rh^2f^2}$ marquera combien la prouë est poussée latéralement ou de côté, par l'impulsion la plus forte. Fig 15.

3. On trouvera ensuite le résultat de ces impulsions en retranchant d'abord sur l'axe AC la partie DR, afin qu'elle représente la résistance directe $\frac{n^4m^2qy^2 + 2n^4f^2qy^2}{2h^2n^2r + 2h^2f^2r}$ & conduisant dans le plan BAF la perpendiculaire DZ à l'axe d'une longueur DZ à exprimer l'impulsion latérale $\frac{n^5mqy^2}{h^2n^2r + h^2f^2r}$ il n'y aura qu'à former le rectangle DZLR, & sa diagonale DL sera la direction composée dans laquelle se réunira toute la résistance horisontale. Ainsi il ne restera plus qu'à élever au point D la verticale DS $= \frac{3n^5f^2y^2 + n^5m^2y^2}{3h^2n^2f + 3h^2f^2}$ pour representer l'impulsion dans le sens vertical, & achever en l'air le rectangle DSVL & on aura dans sa diagonale DV la direction composée de l'impulsion totale que reçoit la prouë. On peut considerer après cela que dans le triangle rectangle DRL le côté DR étant pris pour le sinus total, le côté RL = DZ sera la tangente de l'angle RDL que fait l'axe de la prouë avec la direction DL de toute l'impulsion horisontale que souffre la prouë; d'où il suit que nous pouvons trouver la tangente de cet angle par cette proportion; DR $= \frac{n^4m^2qy^2 + 2n^4f^2qy^2}{2h^2n^2r + 2h^2f^2r}$ est au sinus total n comme RL = DZ $= \frac{n^5mqy^2}{h^2n^2r + h^2f^2r}$ est à $\frac{2n^2m}{m^2 + 2f^2}$ pour la tangente de l'angle LDR que fait la direction de toute l'impulsion relative horisontale de l'eau avec l'axe de la prouë. Et si dans le triangle rectangle DLV nous prenons DL pour le sinus total, nous pourrons trouver l'angle VDL que fait la direction DV du choc total ou absolu avec l'horison par cette analogie, DL $= \sqrt{\overline{DR}^2 + \overline{RL}^2} = \frac{n^4qy^2\sqrt{m^4 + 4n^2m^2 + 4m^2f^2 + 4f^4}}{2h^2n^2r + 2h^2f^2r}$ est au si-

Fig. 15. nus total n comme $LV = DS = \frac{3n^5f^2y^2 + n^5m^2y^2}{3b^2n^2f + 3b^2f^3}$ eſt à . : $\frac{6n^2f^2r + 2n^2m^2r}{3fq\sqrt{m^4 + 4n^2m^2 + 4m^2f^2 + 4f^4}}$ pour la tangente de l'angle VDL que fait avec l'horiſon la direction DH du choc abſolu. Ainſi pour connoître entierement la ſituation des directions DL & DH, il ne nous reſte plus qu'à connoître le point D dont elles partent.

Nous aurions recours pour cela à nos autres formules, mais nous ſçavons d'ailleurs que les directions DL & DH prennent leur origine dans le cone en D ſur l'axe, à la diſtance $\frac{2n^2y + 2f^2y}{3nf}$ du ſommet A. Car ſi on diviſe la ſuperficie conique en une infinité de petits triangles comme EAP qui ayent leur ſommet en A & leur baſe ſur la circonférence du demi cercle BED, chacun de ces triangles recevra une impulſion qui ſe réunira en Q au tiers EQ de ſa hauteur EA, & dont la direction QF viendra rencontrer l'axe AC du cone au point D éloigné du ſommet A de la diſtance $\frac{2n^2y + 2f^2y}{3nf}$ comme on peut le vérifier aiſement. Mais puiſque toutes les directions des autres petits triangles viennent ſe rendre au même point D, il eſt évident que la direction DH de l'impulſion abſoluë doit y paſſer auſſi ; puiſqu'elle eſt composée de toutes les directions particulieres des petits triangles.

4. Enfin comme la réſolution précédente convient à tous les angles de dérive dont m eſt la tangente, pendant que n exprime le ſinus total, il eſt clair qu'elle convient auſſi au cas dans lequel il n'y a point de dérive ou dans lequel le Navire ſingle directement ſur ſa quille. Mais puiſqu'alors $m = 0$, la tangente $\frac{2n^2m}{m^2 + 2f^2}$ de l'angle LDR que fait la direction DL de l'impulſion horiſontale avec l'axe de la prouë deviendra nulle, ce qui nous feroit connoître, ſi nous ne le ſçavions pas déja, que la direction DL tombe alors exactement ſur l'axe de la prouë. D'un autre

côté la tangente $\frac{6n^2f^2r + 2n^2m^2r}{3fq\sqrt{m^4 + 2n^2m^2 + 4m^2f^2 + 4f^4}}$ de l'angle VDL que fait la direction DV du choc abſolu de l'eau avec l'horiſon, ſe réduira à $\frac{rn^2}{qf}$; ce qui nous montre qu'il n'y a qu'à multiplier le quarré du ſinus tolal n par $r = 100$ & diviſer le produit par $q = 157$ & par la tangente f de l'angle FAC que fait le côté du cone avec ſon axe, pour avoir la tangente $\frac{rn^2}{qf}$ de l'angle que fait avec l'horiſon la direction du choc abſolu de l'eau ſur la prouë. Ainſi il ſera très-facile dans la route directe de trouver la hauteur du *point vélique* ou du point de concours de la direction DH du choc abſolu de l'eau & de la verticale du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite à fleur d'eau. Car auſſi-tôt que nous aurons déterminé, par les moyens ordinaires de la Statique, le centre de gravité γ, nous n'aurons qu'à faire cette analogie ; le ſinus total n eſt à la tangente $\frac{rn^2}{qf}$ de l'angle que fait la direction DH avec l'horiſon, comme la diſtance Dγ du point D au centre de gravité γ ſera à la hauteur requiſe du *point vélique*. Fig. 15.

CHAPITRE IX.

De la figure qu'on doit donner aux voiles, & de la hauteur qu'aura enſuite la Mâture.

I.

LE point vélique étant ainſi déterminé, il ne reſte plus maintenant qu'à faire paſſer, ſelon la maxime de l'article V. du Chapitre VI. la direction de l'effort de la voile par ce point. C'eſt ce que nous pourrions exécuter en donnant quelle hauteur nous voudrions au Mât & en inclinant enſuite plus ou moins la voile par le moyen de

Fig. 15. la méthode que nous donnerons dans la feconde Section, pour faire paffer la direction de l'effort du vent par le *point vélique*, lorfque ce point fe trouve fort bas dans les routes obliques. Mais comme ce point a toujours une hauteur confidérable dans la route directe, nous croyons qu'il eft plus naturel de placer la voile verticalement; & de cette forte, fa direction fera horifontale, & il faudra que fon centre d'effort foit précifément à même hauteur que le *point vélique*. Si cependant il avoit été queftion de mâter, felon nos principes, l'Arche de Noé, ou les deux bâtimens qu'un certain Pierre Janffe de Horne fit conftruire fur les mêmes proportions, on n'eût pas pû mettre la voile dans une fituation verticale; parce que comme la prouë de ces Navires n'avoit aucune faillie, la direction du choc de l'eau ne devoit pas s'élever en l'air en avançant vers la poupe, mais elle devoit être exactement horifontale : de forte que le *point vélique* devoit fe trouver dans le corps même du Navire, & il falloit néceffairement incliner la voile pour lui donner une difpofition parfaite. Mais ce n'eft pas la même chofe dans tous nos Vaiffeaux ordinaires: car leur prouë a une grande faillie, & le *point vélique* fe trouvera toujours confidérablement élevé.

II.

Quant à la figure que doivent avoir les voiles, il eft clair qu'elles ne peuvent pas en avoir une plus fimple ni une qui leur donne plus d'étenduë que la rectangulaire. Et il feroit auffi très-facile de regler enfuite la hauteur des Mâts : car comme le centre d'effort d'une voile rectangulaire eft précifément en fon milieu, il n'y auroit qu'à faire la hauteur du Mât double de celle du *point vélique* ou double de la hauteur que doit avoir le centre d'effort de la voile. Mais il faut remarquer qu'on ne peut pas faire ainfi les voiles en rectangle : parce que fi on les faifoit auffi larges par en bas que par en haut, elles fortiroient

du Navire des deux côtez d'une quantité trop considérable, & aussi-tôt que la mer seroit un peu agitée, elles seroient continuellement exposées par en bas au choc des vagues; ce qui ne pourroit pas manquer de causer différens accidens. C'est pourquoi nous ne nous proposons de donner aux voiles que la figure d'un exagone irrégulier CFLMKD [Fig. 16.] dont la partie superieure FLMK sera un rectangle, & l'inferieure CFKD un trapeze beaucoup plus étroit par en bas que par en haut. Nous donnerons aux vergues FK & LM le plus de longueur qu'il nous sera possible: mais nous ne ferons la base CD que d'environ une fois & demie la largeur du Vaisseau, afin qu'elle ne déborde pas d'une trop grande quantité. Fig. 16.

III.

Les Marins prétendent qu'il est à propos de diminuer aussi la largeur des voiles par le sommet, afin de pouvoir élever ensuite davantage la Mâture, & de profiter par cette élevation du vent qui est peut-être un peu plus rapide en haut. Mais plusieurs raisons nous empêchent d'entrer dans cette pensée. Il se pourroit bien qu'il n'y auroit sur la mer que fort peu de différence entre toutes les vîtesses du vent: car ce ne doit pas être là tout-à-fait comme icy à terre où le vent rencontre en bas plusieurs obstacles qui peuvent interrompre son cours. Et d'ailleurs quand même la différence des vîtesses du vent seroit tout-à-fait sensible, nous pourrions encore montrer qu'il y auroit du desavantage à retrécir les voiles par le sommet.

Nous n'avons, pour en convaincre le Lecteur, qu'à supposer qu'on éléve la vergue LM jusqu'en *f*, mais qu'afin de faire ensorte que le centre d'effort N se trouve encore dans le même endroit, & réponde toujours exactement au *point vélique*, on racourcisse cette vergue & on ne lui donne que la longueur *lm*. Notre voile qui avoit la surface CFLMKD aura ensuite la surface CF*lm*KD & pen-

Fig. 16. dant que nous perdons par les côtez les deux triangles FLQ & KMP, nous acquerons par en haut le trapeze Q*lm*P. On voit aussi que les deux voiles auront une partie commune CFQPKD dont le centre d'effort sera en *i*, & que selon qu'on ajoutera à cette partie les deux triangles FLQ & KMP ou le trapexe Q*lm*P, on formera l'une ou l'autre voile, & on fera monter le centre d'effort de *i* en N. Mais puisque la sûreté de la navigation exige que le centre d'effort des voiles soit toujours dans le même point N, il faut que le trapeze Q*lm*P fasse précisément le même effet par rapport au centre d'effort N que les deux triangles FLQ & KMP ; c'est-à-dire, qu'il faut que l'impulsion que souffre le trapeze ait précisément le même moment que l'impulsion que souffrent les deux triangles ensemble : Car autrement le trapeze ne feroit pas monter le centre d'effort de *i* en N précisément de la même maniére que les deux triangles. Mais cela supposé, le trapeze Q*lm*P doit recevoir moins d'impulsion que les deux triangles FLQ, KMP joints ensemble ; puisque ce trapeze est plus élevé au-dessus du centre N & que cependant il n'a que le même moment. Ainsi il est sensible que notre voile CFLMKD qui est composée de la partie CFQPKD & des deux triangles FLQ, KMP recevra toujours plus d'impulsion que la voile CF*lm*KD qui est formée de la partie CFQPKD & du trapeze Q*lm*P : & on voit donc qu'il n'est point à propos de retrécir les voiles par le sommet, quoi qu'on leur donne en même-tems plus d'élévation & qu'elles soient exposées, peut-être par le haut à un vent plus rapide. Car, encore une fois, aussi-tôt que leur centre d'effort sera précisément dans le même point N, on perdra toujours plus par le retranchement des deux triangles FLQ, KMP, ou par la diminution de la largeur, qu'on ne gagnera par l'addition du trapeze Q*lm*P, ou par l'augmentation de la hauteur. Il est clair qu'on pourra appliquer aussi le même raisonnement aux voiles qui n'auront point de vergues au milieu & qui n'auront la figure que d'un simple trapeze.

I V.

Fig. 16.

IV.

Il ſuit de tout cela qu'on doit toujours, contre la pratique ordinaire des Marins, donner le plus de largeur qu'il eſt poſſible aux voiles par en haut ; & qu'il ſuffit d'obſerver ſimplement de ne leur en pas donner une ſi grande, qu'on ait enſuite trop de peine à les orienter. Sans cela, nous pourrions augmenter leur largeur d'une quantité exceſſive : car nous pourrions le faire tant que la Mâture ne ſeroit pas capable de faire verſer le Vaiſſeau par ſa peſanteur. Mais, ſi nous ne pouvons pas pouſſer les choſes ſi loin, parce que nous devons faire attention à la facilité de la manœuve, & à la commodité des Matelots, nous avons toujours la liberté de faire une augmentation conſidérable & de rendre la Navigation beaucoup plus prompte. Ce ne ſont pas de ſemblables raiſons de convenance, qui ont empêché les Marins d'augmenter juſqu'icy la largeur de leurs voiles : ils ont été arrêtez par la vûë du péril auquel ils ſe feroient évidemment expoſez. Cela eſt ſi vrai, que lorſqu'ils voyent qu'il n'y a rien à craindre, parce que le vent n'eſt pas trop fort ; ils allongent leurs vergues avec des *boutes-hors*, & ils y appliquent de larges bandes de toile, qu'ils nomment des *bonnettes*. Ce n'eſt au ſurplus que par l'experience qu'on peut découvrir juſqu'où on peut porter l'augmentation: Car cecy n'eſt pas ſuſceptible d'une détermination exacte & géométrique. Mais nous pouvons toujours au moins, en attendant, faire nos vergues de quatre ou cinq fois la largeur du navire ; ou les faire deux fois, ou deux fois & demie plus longues que les ordinaires.

On pourra peut-être encore rendre les voiles plus larges par en haut ; & cela principalement lorſqu'on ne leur donnera que la figure d'un ſimple trapeze, & qu'on ne mettra point de vergue FK au milieu de leur hauteur. Il faut remarquer que nous n'avons pas les mêmes raiſons

Fig 16. que les Marins de diviſer nos voiles en pluſieurs parties par différentes vergues. Les Marins ne partagent leurs voiles en trois ; la *voile baſſe*, la *voile de hunier* & la *voile de perroquet* qu'afin d'avoir plus de facilité à en diminuer l'étenduë, en ſerrant quelqu'une de ces parties, lorſque la force du vent augmente : Au lieu que la diſpoſition parfaite que nous donnons à nos voiles, fait que nous les porterons toujours toutes hautes ſans être obligé d'en changer ſi ſouvent l'étenduë : & lorſque nous jugerons à propos de le faire, ſoit pour modérer la viteſſe du ſillage, ſoit pour quelqu'autre raiſon, nous ne changerons point leur hauteur, mais ſeulement leur largeur par tout proportionellement;afin que leur centre d'effort reſte toujours préciſément dans le même endroit. C'eſt pourquoi nous ne mettrons de vergues au milieu de nos voiles que pour les ſoûtenir & les empêcher de prendre une trop grande courbure : & toutes les fois que nous verrons qu'elles ne doivent pas avoir beaucoup de hauteur, nous ôterons cette vergue du milieu, & nous rendrons celle d'en haut plus longue.

V.

Enfin lorſquon ſera convenu de toutes les largeurs de la voile CFLMKD, il n'y aura pour achever d'en regler la diſpoſition, qu'à chercher le rapport de la hauteur EN de ſon centre d'effort à ſa hauteur entiere ES. (C'eſt ce qu'on pourra toujours faire aſſez aisément par les régles de la Statique : car comme la voile eſt ſenſiblement plane, ſon centre d'effort N ne differe pas ſenſiblement du centre de gravité de ſa ſurface CFLMKD.) Et lorſqu'on ſçaura le rapport de la hauteur EN à la hauteur ES, il n'y aura qu'à comparer le premier terme de ce rapport à la hauteur que doit avoir le centre d'effort ou à la hauteur du *point vélique*, & le ſecond terme fera connoître la hauteur qu'il faudra donner à la voile. Ou pour trouver la

même chofe par une méthode plus générale, on n'a qu'à exprimer la hauteur du centre d'effort de la voile en termes algébriques & en employant, comme cela eft néceffaire la hauteur même de la voile, & fi on fait enfuite une équation de cette expreffion & de la hauteur du *point vélique*, au-deffus du navire, il ne reftera plus qu'à refoudre cette équation, en confidérant la hauteur de la voile comme inconnuë. Si on nomme, par exemple, h la hauteur du *point vélique*; a la longueur de la vergue inférieure CD, ou la largeur qu'on fe propofe de donner à la voile par en bas; c la longueur de la vergue FK que je fuppofe toujours fituée au milieu du Mât pour une plus grande facilité; e la longueur de la vergue fupérieure LM, & enfin u la hauteur inconnuë ES, que doit avoir le Mât. Il eft facile de voir que la hauteur EN du centre d'effort N de toute la furface CFLMKD eft $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u$; & puifqu'il eft néceffaire pour que la Mâture foit bien difpofée que cette hauteur foit égale à l'élevation h du *point vélique* au-deffus du navire, nous aurons l'équation. . . . $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u = h$, dans laquelle il eft facile de découvrir la hauteur u du Mât: il vient $u = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times h$; & cette formule fe réduit à cette autre $u = \frac{a + 3c}{\frac{1}{6}a + \frac{11}{6}c} \times h$ lorque les deux vergues FK & LM font égales comme dans nôtre Figure. De forte que nous n'aurons alors qu'à faire cette analogie; la *fomme de la fixiéme partie de la bafe* CD *& des onze fixiémes de la largeur* FK *ou* LM *eft à la fomme de la bafe* CD *& du triple de la largeur* FK *ou* LM *comme la hauteur du point vélique au deffus du Navire, eft à la hauteur* ES *qu'il faut donner au Mât*. Et lorfqu'il n'y aura point de vergue au milieu du Mât & que la voile CLMD ne fera qu'un feul trapeze, la largeur c fera égale à $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}e$, & la formule générale $u = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times h$ fe reduira à $u = \frac{3a + 3e}{a + 2e} \times h$: d'où il fuit

Fig. 16.

Régles pour trouver la hauteur de la Mâture lorfqu'on a découvert la hauteur du *point vélique* & qu'on eft convenu des largeurs qu'on veut donner à la voile.

Fig. 16. qu'il n'y aura qu'à faire cette proportion, *la largeur* CD *de la voile par en bas, jointe avec le double de sa largeur* LM *par le sommet, est au triple de la somme dés largeurs du bas & du sommet, comme la hauteur du point vélique au-dessus du Navire, sera à la hauteur* ES *qu'il faudra donner à la voile.*

VI.

Au surplus quoique la méthode précédente soit toujours assez exacte dans la pratique, il faut cependant convenir qu'elle ne l'est pas tout-à-fait, parce qu'il faudroit faire attention à l'impulsion que le vent fait sur la poupe, & ce seroit le centre de l'impulsion totale sur la poupe & sur la voile, qu'il faudroit faire répondre au *point vélique.* Ainsi le centre de l'effort particulier des voiles devroit être un peu plus haut que cy-devant, & il est clair encore qu'il faudroit que cet effort fût en équilibre avec celui de la poupe en dessus & en dessous du *point vélique:* car on sçait que l'action de deux forces ne se réunit dans un certain point que lorsqu'elles sont en équilibre de part & d'autre de ce point, ou que lorsque leurs momens sont parfaitement égaux. Or si nous conservons les mêmes dénominations que cy-dessus, nous aurons toujours $\frac{\frac{1}{6}a + \cdot c + \frac{6}{5}e}{a + 2c + e} \times u$ pour la hauteur du centre d'effort de la voile au-dessus du Navire; & si nous en ôtons h, nous trouverons . . . . . $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u - h$ pour la quantité dont le centre d'effort de la voile est au-dessus du *point vélique:* & il ne nous restera qu'à multiplier cette quantité par l'étenduë $\overline{\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}c + \frac{1}{4}e} \times u$ de la voile pour avoir son moment $\overline{\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e} \times u^2 - \overline{\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e} \times hu$ par rapport au *point vélique.* D'un autre côté nous pouvons mesurer aisément l'étenduë p^2 de la partie AB de l'arriere du Navire qui est au-dessous de la voile, de même que la quantité q dont le centre d'ef-

fort de cette partie eſt au-deſſous du *point vélique*, & ainſi nous pouvons regarder ſon moment p^2q comme connu. Il n'eſt pas néceſſaire de nous mettre en peine de la partie de la poupe qui répond au-deſſus de la baſe CD : car elle empêche que le vent ne frappe ſur une portion de la voile, & elle ne fait préciſément que réparer l'effet que feroit cette portion, ſi elle étoit expoſée au choc du vent. Mais enfin, puiſque le moment p^2q de la partie AB de la poupe doit être égal au moment $\overline{\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e} \times u^2 - \overline{\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e} \times hu$ de la voile, pour que le centre de l'impulſion totale réponde exactement au *point vélique*, nous aurons l'équation du ſecond degré $\overline{\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e} \times u^2 - \overline{\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e} \times hu = p^2q$; & ſi on ſe donne la peine de la réſoudre, on trouvera la formule générale $u = \frac{\overline{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e} \times h + \sqrt{\overline{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e}^2 \times h^2 + \overline{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times 4p^2q}}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}$ qui exprime en grandeurs entiérement connuës la hauteur u que doit avoir la Mâture au-deſſus du Navire, pour qu'elle ſoit tout-à-fait bien diſpoſée, & pour que la direction de l'impulſion totale du vent paſſe tout-à-fait exactement par le *point vélique* : a, c & e ſont les largeurs de la voile par en bas, par le milieu & par le haut ; h eſt la hauteur du *point vélique* au-deſſus du Vaiſſeau ; p^2 eſt la ſurface de la poupe, & q la quantité dont le centre d'effort de cette ſurface eſt au-deſſous du *point vélique*. Fig. 16.

Fin de la premiere Section.



DE LA MÂTURE DES VAISSEAUX.

SECONDE SECTION.

Où l'on examine les conditions de la Mâture parfaite dans les routes obliques.

CHAPITRE PREMIER.

Moyens de rendre dans tous les Vaisseaux la Mâture à peu près parfaite pour les routes obliques.

I.



L sera toujours facile de déterminer le *point vélique* dans la route directe; car la verticale du centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & l'axe de l'impulsion de l'eau sur la prouë seront nécessairement dans un même plan, & leur intersection déterminera toujours sans diffi-

culté ce point par lequel doit passer la direction de l'impression du vent sur la voile. Mais il peut arriver, lorsque le Navire single obliquement par rapport à sa quille, que l'axe de l'impulsion de l'eau passe en avant ou en arriere de la verticale du centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & que ces deux lignes ne se rencontrent pas.
Fig. 17. Si, par exemple, le Navire de la Figure 17. reçoit de la part de l'eau en singlant obliquement, une impulsion dont l'axe ou la direction soit la ligne DH, & si le centre de gravité de la section de la carene faite à fleur d'eau est en γ, il est constant que comme la direction DH du choc de l'eau & la verticale γQ ne se coupent point, il sera impossible (d'une impossibilité Physique que nous ne pouvons pas vaincre) de déterminer le *point vélique ;* & cela non pas à cause de quelque deffaut de nôtre théorie, mais à cause de la disposition particuliére du Vaisseau. C'est ce qui montre qu'il seroit à propos que le centre de gravité de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, au lieu d'être en γ, fût en g sur l'axe Dg de l'impulsion relative de l'eau selon la tendance horisontale : c'est à quoy les Constructeurs pourroient faire attention dans la fabrique de leurs Vaisseaux.

II.

Cependant s'il étoit permis d'incliner la voile & de la pancher du côté de la route, nous pourrions la disposer
Fig. 18. de sorte que la direction IK [Fig. 18.] de l'effort du vent tomberoit exactement sur la direction DH du choc absolu de l'eau, & ensuite les impulsions du vent & de l'eau seroient non-seulement contraires dans le sens horisontal, mais elles le seroient aussi dans le vertical ; & leur opposition parfaite seroit cause qu'elles se détruiroient entiérement, sans pouvoir former un effort mutuel vertical comme à l'ordinaire : & ainsi le Navire n'étant tiré ni en haut ni en bas, n'enfonceroit toujours précisément que la même

me partie de sa carene dans l'eau, & navigeroit en conservant constamment sa situation horisontale, comme s'il étoit en repos dans le port même. Mais le plus souvent cette disposition de la voile ne seroit pas praticable. Car si la direction DH du choc de l'eau sur la prouë faisoit un grand angle avec l'horison, il faudroit beaucoup incliner la voile & la mettre presque horisontalement; & dans cette situation elle ne seroit poussée par le vent qu'avec très-peu de force, & elle ne feroit presque point marcher le Navire. D'un autre côté, si la direction DH, ne faisoit qu'un petit angle avec l'horison, il seroit encore fort difficile de donner une étenduë un peu considérable à la voile, & de faire tomber en même-tems son effort directement sur DH. Enfin, si on peut incliner quelquefois la voile, il est certain que c'est dans un sens tout contraire à celui-cy. Car il faut icy mettre la base M de la voile hors du Navire du côté du vent & du côté que les vagues choquent avec le plus de force; & de cette sorte la voile doit être continuellement exposée aux coups de mer.

III.

Mais quel parti prendrons-nous donc lorsque le centre de gravité de la coupe de la carene sera effectivement en γ hors de la direction Dg du choc relatif horisontal de l'eau? car quelque situation que nous donnions à la direction SI de la voile, la verticale qui sera la direction composée des impulsions du vent & de l'eau ne passera jamais par ce centre de gravité γ & par conséquent le Navire s'inclinera toujours. Sur cela nous ferons maintenant remarquer qu'entre toutes les dispositions de la voile, il y en a toujours quelqu'une qui altere moins la situation horisontale du Vaisseau, & qui par conséquent approche plus d'être parfaite. Supposé, par exemple, que dans la Figure 17. la direction de l'impulsion du vent soit SI; la verticale VNT sur laquelle les chocs du vent & de l'eau se Fig. 17.

Fig. 17. réunissent & se composent, sera appliquée à une bien plus petite distance du centre de gravité γ que la verticale *UNT* sur laquelle se joindroient les chocs du vent & de l'eau, si la direction de la voile étoit *SJ*: d'où il suit que la premiere position du centre d'effort de la voile en l seroit beaucoup plus parfaite que la seconde où le centre d'effort seroit en *J* & qu'elle feroit beaucoup moins incliner le Vaisseau. Et si la coupe du Navire faite au raz de la mer, est un cercle dont γ est le centre, il est clair qu'il n'y aura qu'à abaisser de ce centre une perpendiculaire γu sur l'axe de D*g* de l'impulsion horisontale de l'eau ; du point *u* élever une verticale *un* jusqu'à l'axe DH de l'impulsion absoluë de l'eau, & ce sera par le point *n* qu'il faudra faire passer la direction de la voile pour lui donner la disposition la plus parfaite pour la route oblique. Car les verticales VT ou *UT* sur lesquelles les impulsions du vent & de l'eau se réuniroient dans toutes les autres dispositions, répondroient toujours à une plus grande distance du centre de gravité γ, que la verticale *tnu*.

IV.

Dans les Vaisseaux ordinaires, la premiere tranche de la carene n'est pas un cercle, & ainsi il faudra élever la verticale *ut* de quelque point différent de *u*, parce que l'effet de la force composée verticale des chocs de l'eau & du vent, dépend non-seulement de la distance de la direction au centre γ, mais aussi du côté où répond cette direction, comme on l'a fait voir dans l'article II. du Chapitre V. de la Section précedente, en expliquant pourquoi les Navires s'inclinent avec plus de facilité des deux côtez de *stribord* & de *basbord* que dans le sens de la prouë & de la poupe. Mais ce qui est icy principalement considérable, c'est que l'endroit duquel on doit élever la verticale pour découvrir le *point vélique*, sera toujours situé entre *g* & *u* ; de maniére que le *point vélique*

ne doit jamais avoir moins de hauteur que gN, ni plus que *un*. Ainsi lorsque les hauteurs gN & *un* seront presque égales, ou ce qui est la même chose, lorsque g & u seront fort proche l'un de l'autre, (ce qui arrivera toutes les fois que la direction du choc horisontal de l'eau fera un grand angle avec la longueur du Navire) on pourra regler indifferemment la Mâture sur gN ou *un*; ou plûtôt il n'y aura qu'à se servir toujours alors de gN, c'est-à-dire, qu'il n'y aura qu'à faire passer la direction SI de la voile par le point N de l'axe DH de l'impulsion de l'eau sur la prouë, qui répond exactement au-dessus de la quille. Les impulsions du vent & de l'eau se réuniront ensuite sur la verticale VNT & tireront en haut suivant cette ligne: & comme après cela le Navire ne perdra sa situation horisontale que dans le sens de sa longueur en s'inclinant vers la prouë ou vers la poupe, selon que la verticale gNT sur laquelle les chocs du vent & de l'eau se réunissent, sera appliquée en arriere ou en avant du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, on ne sera point exposé à tant de périls; parce qu'on n'y est sur tout exposé que lorsque le Navire s'incline de côté. Fig. 17.

V.

Enfin quelquefois le point g sera assez éloigné du centre de gravité γ de la coupe horisontale du Navire faite au raz de la mer, & le point u en sera fort proche; alors ce sera du point u qu'il faudra élever la verticale *ut* pour trouver le *point vélique n*: & cela pour deux raisons principales. 1°. Le point n se trouvera plus élevé que le point N, & il est avantageux que le *point vélique* ait une hauteur considérable, parce qu'on a ensuite la liberté de donner à la voile un plus grand nombre de situations & qu'on peut augmenter plus facilement son étenduë. 2°. Comme le point u est selon la supposition fort pro-

che du centre γ, la verticale *unt* ſuivant laquelle les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë doivent agir de concert, ſe trouvera appliquée à très-peu de diſtance du centre γ ; il s'en faudra par conſéquent fort peu qu'il n'y ait équilibre entre l'effort composé de ces impulſions & la pouſſée verticale de l'eau ; & ainſi le Navire ne s'inclinera pas conſiderablement

---

CHAPITRE II.

Trouver la diſpoſition de la voile qui approche le plus de la perfection pour une route oblique proposée.

I.

CEpendant on peut toujours trouver exactement la diſpoſition de la voile qui approche le plus d'être parfaite, c'eſt-à-dire, la diſpoſition qui produit la moindre inclinaiſon dans le Vaiſſeau. Afin d'en expliquer plus ſenſiblement la méthode, propoſons-nous un Navire dont la coupe faite au raz de la mer, lorſqu'il flote librement
Fig. 19. par ſa ſeule peſanteur, ſoit une ellipſe AXBZ [Fig. 19.] DH eſt la direction du choc abſolu de l'eau ſur la prouë & ſur le flanc du Navire, & DL la direction du choc relatif de l'eau ſelon le ſens horiſontal. *axbz* eſt la coupe du même Navire faite au raz de la mer lorſqu'il eſt tiré en l'air par l'effort composé des chocs du vent & de l'eau. Le ſolide A*x*B*z* compris entre les deux plans AXBZ & *axbz* repreſente la partie non-ſubmergée de la carene ; partie qu'on peut regarder comme cilindrique, puiſqu'il ne s'agit icy que des plus petites inclinaiſons du Navire & que la carene ne diminuë pas conſidérablement de groſſeur dans une hauteur de 10 à 12 pouces. Cette partie non-ſubmergée ſeroit partout de même épaiſſeur ſi le Navire avoit conſervé ſa ſituation horiſontale ; mais les

deux plans AXBZ & *axbz* au lieu d'être paralelles vont se rencontrer dans une ligne OK qui leur sert de commune section ; & si des centres de gravité G & *g* des deux plans AXBZ & *axbz* , on abaisse des perpendiculaires GK & *g*K sur la commune section OK, langle GK*g* sera l'angle que feront les plans des deux ellipses & marquera l'inclinaison du Vaisseau. Ainsi le problême se réduit à trouver les angles GK*g* que produisent toutes les dispositions de la voile & à choisir le plus petit ; ou bien nous n'avons qu'à chercher l'expression générale des côtez GK ou *g*K & en prendre ensuite le *plus grand :* parce que plus les deux côtez GK ou *g*K d'un angle GK*g* reçoivent d'augmentation, pendant que sa base G*g* qui est l'épaisseur du solide A*x*Bz mesurée entre les centres G & *g*, reste la même, plus cet angle devient petit. Il est certain que la partie non-submergée A*x*Bz conserve toujours vis-à-vis des centres G & *g* la même épaisseur que si le Navire ne perdoit pas sa situation horisontale : car quelque situation que prenne le Vaisseau, il faut que la partie non-submergée de la carene soit toujours d'une même solidité, puisque l'effort composé des impulsions du vent & de l'eau, tire toujours en haut avec la même force absoluë ; & on démontre en Statique que pour qu'une tranche de prisme ou de cilindre telle que l'est à peu près A*x*Bz, soit toujours d'une égale solidité, il faut que la distance G*g* comprise entre les centres de gravité G & *g* de ses deux bases AXBZ & *axbz* , soit toujours la même.

Fig. 19.

II.

J'appelle $2a$ le grand axe AB de l'ellipse AXBZ, qui fait la longueur du Navire à prendre au raz de l'eau ; & $2p$ le parametre de ce diametre. Je nomme b la partie connuë FG du grand axe, interceptée entre le centre G & la direction horisontale DL du choc de l'eau ; & c la partie aussi connuë GL du petit axe, interceptée entre le cen-

Fig. 19. tre G & la même direction DL. Je prends ensuite à volonté sur la direction DL un point V duquel j'éleve une verticale VT. Je fais passer par ce point V, un diametre SP & des points V & P j'abaisse des perpendiculaires $V\omega$ & PI à AB; & je désigne GI par x, PI par y & VG par z. Ces trois valeurs x, y, & z sont indéterminées ou variables, afin de convenir à tous les points V de la direction DL desquels on peut élever la verticale VT, pour découvrir le *point vélique* N. Mais ces trois variables x, y, & z se réduisent d'abord à deux, parce qu'on peut trouver la valeur de z en x & en y d'une maniére qui convienne généralement aux coupes comme AXBZ de toutes sortes de figures. Par la comparaison des triangles semblables PIG, $V\omega G$, nous avons les deux proportions suivantes; $GP = \sqrt{\overline{GI}^2 + \overline{IP}^2} = \sqrt{x^2 + y^2} \mid IP = y \parallel VG = z \mid V\omega = \frac{yz}{\sqrt{x^2+y^2}}$; & $GP = \sqrt{x^2 + y^2} \mid GI = x \parallel VG = z \mid \omega G = \frac{xz}{\sqrt{x^2+y^2}}$. Et les deux triangles semblables LFG, $VF\omega$ nous donnent cette autre proportion, $FG = b \mid GL = c \parallel F\omega = FG - \omega G = b - \frac{xz}{\sqrt{x^2+y^2}} \mid V\omega = \frac{yz}{\sqrt{x^2+y^2}}$, dont nous tirons $\frac{byz}{\sqrt{x^2+y^2}} = bc - \frac{cxz}{\sqrt{x^2+y^2}}$ qui se reduit à $byz + cxz = bc\sqrt{x^2+y^2}$ & à $z = \frac{bc\sqrt{x^2+y^2}}{by+cx}$. C'est pourquoi nous continuërons de marquer GI par x, & IP par y; mais au lieu de marquer VG par z, nous le ferons par $\frac{bc\sqrt{x^2+y^2}}{by+cx}$.

III.

Je considere maintenant que lorsque la direction de la voile passera par le point N, les impulsions du vent sur la voile & de l'eau sur la prouë se réuniront dans la verticale VNT & tendront à faire incliner le Navire en le tirant

en haut selon cette verticale, jusqu'à ce qu'il y ait équilibre de part & d'autre du centre de gravité du Navire entre leur effort composé & la poussée verticale de l'eau qui agit dans le centre de gravité de la partie submergée. Or cet équilibre ne se trouve que lorsque le centre de gravité γ de la partie non-submergée $AxBz$ de la carene, sera venu se placer dans la verticale VNT : car ce que nous avons dit de cet équilibre dans les Articles II. & III. du Chapitre V. de l'autre Section, en parlant des Vaisseaux situez horisontalement, a lieu dans les Vaisseaux qui ne sont que fort peu inclinez : & cela parce que le centre de gravité d'un Navire incliné de la sorte, répond encore à peu près au-dessus ou au-dessous du centre de gravité de sa carene. Fig. 19.

Il s'ensuit de-là que, pour découvrir l'inclinaison que doit produire dans le Navire l'effort composé des impulsions du vent & de l'eau qui tire en haut selon chaque verticale VT, nous n'avons qu'à chercher à quelle distance GM ou GK les plans AXBZ & $axbz$ se rencontrent, lorsque le centre de gravité γ du solide $AxBz$ se trouve dans chaque verticale VT. Pour cela on appellera u la distance GM, & on cherchera d'abord par les méthodes que fournit la Statique, en feignant que u est connue, combien le centre de gravité γ de la partie non-submergée $AxBz$ est au-delà de G. La valeur $G\gamma$ renfermera certainement quelque puissance de u & si on forme ensuite une équation dans laquelle cette valeur $G\gamma$ soit un des membres & de la distance $GV = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$ l'autre membre à cause que le centre de gravité γ doit répondre sous la verticale VT pour que le Navire ne change point d'état, il sera facile de trouver la valeur de u, en résolvant l'équation. Il faut remarquer que le centre de gravité γ n'est presque jamais placé sous la ligne GK, quoique cette ligne soit perpendiculaire à la commune Section KO des plans AXBZ & $axbz$; car cette ligne ne divise pas

Fig. 19. par la moitié les petits rectangles verticaux tels que $XZzx$ qui sont paralelles à la commune Section KO, & qui servent d'élemens au solide $AxBz$. Ici, par exemple, où la coupe AXBZ est une ellipse, & où XZ est un diametre paralelle à KO ou perpendiculaire à GK, c'est le diametre SP conjugué de XZ qui partage par la moitié tous ces rectangles élementaires, & c'est par conséquent sous ce diametre que doit être situé le centre de gravité γ. Mais cherchant enfin la distance $G\gamma$ par rapport à $GM = u$, on trouve $G\gamma = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times u}$ ou $\frac{x^2 + y^2}{4u}$ par la substitution de $x^2 + y^2$ à la place $\overline{GP}^2$. Et l'équation indiquée cy dessus de $G\gamma = \frac{x^2 + y^2}{4u}$ & de $VG = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$, est $\frac{x^2 + y^2}{4 \times u} = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$; de laquelle on peut deduire $u = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} \times \overline{cx + by}}{4bc}$.

IV.

Ayant ainsi déterminé la valeur de $u = GM$, il nous faut chercher la raison de GM à GK, afin de pouvoir trouver GK. Il est sensible que cette raison doit dépendre de la figure de la coupe AXBZ & qu'il sera toujours possible de la découvrir par l'examen qu'on fera de cette figure. Pour icy nous menerons par le point P la ligne RQ paralellement à la commune Section KO des deux coupes AXBZ & $axbz$; cette ligne RQ sera tangente à l'ellipse AXBZ, puisqu'elle sera paralelle au diametre XZ conjugué de SP; & comme le rapport de GM à GK sera le même que celui de GP ($= \sqrt{x^2 + y^2}$) à GR, il est évident que nous n'avons qu'à chercher GR. Or c'est une propriété de l'ellipse que $\| GI = x \mid GB = a \mid GQ = \frac{a^2}{x}$. Ainsi $IQ = GQ - GI = \frac{a^2 - x^2}{x}$; & puisque le triangle PIQ est rectangle, son hypotheneuse PQ doit être $= \frac{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}{x^2} = \sqrt{\overline{IQ}^2 + \overline{IP}^2}$. Et enfin à cause

ſe des triangles PQI, GQR, qui ſont ſemblables (puiſqu'ils ont un angle commun Q, & qu'ils ſont outre cela rectangles ; le triangle PQI en I, parce que l'ordonnée PI eſt perpendiculaire au grand axe AB, & le triangle GQR en R, parce que la tangente QR eſt paralelle au diametre ZX qui eſt perpendiculaire à GK) nous avons la proportion $PQ = \frac{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}{x} \mid PI = y \parallel GQ = \frac{a^2}{x} \mid GR = \frac{a^2y}{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}$; enſuite de quoi la proportion $GP = \sqrt{x^2 + y^2} \mid GR = \frac{a^2y}{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}} \parallel GM = \frac{by + cx\sqrt{x^2 + y^2}}{4bc} \mid GK$, nous donne . . . . $\frac{a^2by^2 + a^2cyx}{4b\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}$ pour la diſtance requiſe GK du centre G, à la commune Section KO des plans des deux coupes AXBZ & *axbz*. Fig. 19.

V.

Dans cette valeur de GK il y a deux variables x & y ; mais puiſque nous en ſçavons le rapport par l'équation $\frac{a}{p}y^2 = a^2 - x^2$ qui exprime la nature de l'ellipſe, nous n'avons qu'à ſubſtituer $pa - \frac{px^2}{a}$ à y^2, & la valeur dont il s'agit ne contiendra plus que x de ſeule variable. Il vient $\frac{a^3bp - abpx^2 + a^2cx\sqrt{ap - \frac{p}{a}x^2}}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + apx^2 + x^4 - \frac{p}{a}x^4}}$ qui eſt donc l'expreſſion génerale de GK, & qui marque à quelle diſtance du centre G, les plans des deux ellipſes AXBZ, *axbz* vont ſe rencontrer. C'eſt pourquoi il ne reſte plus qu'à faire un *maximum* de cette expreſſion ; puiſque, comme nous l'avons deja dit, plus les plans des deux ellipſes iront ſe rencontrer en OK à une grande diſtance GK du centre G, plus l'angle

Fig. 19. GKg ſera petit de même que l'inclinaiſon du Navire. Je prends donc la différentielle de $\frac{a^3bp - abpx^2 + a^2cx\sqrt{ap - \frac{p}{a}x^2}}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + apx^2 + x^4 - \frac{p}{a}x^4}}$ & l'égalant à zéro, je trouve après quelque réduction $x = \sqrt{\frac{a^5c^2}{a^3c^2 + b^2p^3}}$, ce qui fait voir que l'ordonnée PI doit être éloignée du centre G de la diſtance $GI = \sqrt{\frac{a^5c^2}{a^3c^2 + b^2p^3}}$. On conduira enſuite de l'extrémité P de cette ordonnée le diametre PS; & ſi du point V où ce diametre coupe la direction horiſontale DL du choc de l'eau, on éleve la verticale VT, cette verticale déterminera par ſon concours avec l'axe DH du choc abſolu de l'eau, le *point vélique* N par lequel il faudra faire paſſer la direction de la voile.

VI.

On voit aſſez que la méthode qu'on vient de ſuivre pourra s'appliquer à toutes ſortes de figures, & qu'on trouvera toujours par la même voye la ſituation de la voile qui fera le moins incliner le Vaiſſeau. Mais comme il pourroit arriver que cette diſpoſition qui approche le plus de ſa perfection ſeroit encore trop imparfaite pour qu'on pût s'en ſervir avec confiance, il faudra examiner de combien elle pourra faire pancher le Navire. Il n'y aura pour cela qu'à introduire les valeurs de x & de y dans l'expreſſion $\frac{a^2by^2 + a^2cyx}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + y^2x^2}}$ de la diſtance GK du point G à la ligne de rencontre KO des deux coupes AXBZ, *axbz*; & ſi cette diſtance GK ſe trouve de plus de 10 ou 12 pieds, la diſpoſition de la Mâture aura autant de perfection qu'il eſt néceſſaire dans la pratique : car comme Gg n'eſt que de 3 ou 4 pouces lorſque le vent ſouffle avec le plus de force, l'angle GKg de la plus grande inclinaiſon du Navire ne ſera que d'un ou deux degrez. Lorſqu'on déterminera

le *point vélique* par les regles du Chapitre précedent, on pourra trouver de la même maniére jusqu'où doit aller l'inclinaison : car l'expression $\frac{a^2by^2 + a^2cyx}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + y^2x^2}}$ est generale & designe la distance GK à laquelle les plans des deux ellipses ABXZ, *axbz* vont se rencontrer pour tous les divers points V de la ligne DL, desquels on peut élever la verticale VNT. Mais pour juger plus aisément de l'inclinaison du Navire, nous n'avons qu'à nous servir immédiatement de l'équation $G\gamma = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times GM}$ qui marque la relation de la distance GM à la quantité $G\gamma$ dont le centre de gravité γ de la partie non-submergée $AxBz$ de la carene est éloigné du point G. Nous regarderons $G\gamma$ comme connuë, parce que le centre de gravité γ doit répondre sous la verticale VNT ; & si nous cherchons GM, il nous viendra $GM = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times G\gamma}$: desorte qu'il suffit de diviser le quarré de la moitié du diametre PS sur lequel se trouve le point V, par le quadruple de la distance de ce point ou du centre de gravité γ au point G, & on aura la distance GM à laquelle les deux ellipses vont se rencontrer sur le diametre SP. Si le point V est, par exemple, éloigné du point G de trois pieds, & que le demi diametre GP soit de 16 pieds, on trouvera que GM est de $21\frac{1}{3}$ pieds; & il sera ensuite facile de voir, même sans calcul, si la distance GK est assez grande pour rendre l'inclinaison du Navire insensible. Il faut remarquer de plus qu'on peut appliquer la formule même $GM = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times G\gamma}$ à la plûpart des Navires, parce que si la figure de leur coupe faite à fleur d'eau n'est pas tout-à-fait elliptique, elle n'en différe pas ordinairement assez, pour qu'il y ait beaucoup de différence dans le centre de gravité γ du solide $AxBz$. Or nous ne doutons point qu'on ne trouve toujours de cette sorte que le *point vélique* que nous venons de déterminer, est suffisam-

Fig. 19.

ment bon, & qu'on peut même auſſi ſe ſervir avec ſûreté dans tous les Vaiſſeaux ordinaires, des autres *points véliques* que nous avons indiquez dans le Chapitre précédent.

CHAPITRE III.

Où l'on montre l'endroit où il faudroit appliquer le Mât ſi on n'en donnoit qu'un ſeul à chaque Vaiſſeau ; & l'on explique deux maniéres de faire paſſer dans les routes obliques, la direction de la voile par le point vélique.

I.

LOrſqu'on conſidere le Vaiſſeau dans la route directe, il paroît indifferent en quel endroit de la quille planter le Mât : car la voile peut être plus ou moins avancée vers la prouë, & que ſa direction paſſe toujours exactement par le *point vélique.* Mais en conſidérant un Navire lorſqu'il ſuit une route oblique, on voit évidemment qu'en quelqu'endroit de la direction DH du choc de l'eau on ſuppoſe le *point vélique*, il faut toujours mettre le Mât dans l'endroit où la direction relative horiſontale du choc de l'eau coupe la quille. S'il s'agit, par exemple, du Navire de la Figure 17, il faudra arborer ſon Mât en *g*, à moins qu'on ne veüille donner à ce Navire une voile comme celle qui eſt repréſentée dans cette Figure : Mais cette voile ne ſeroit point propre pour la route directe. C'eſt Monſieur (Jean) Bernoulli qui a le premier reconnu la véritable place du Mât, comme on le peut voir dans ſon excellent *Eſſai de manœuvre* : mais notre théorie nous fait auſſi découvrir la même choſe. Il eſt clair qu'il faut que le Mât ſoit planté en *g* pour que la direction de l'impulſion du vent ſe trouve exactement dans le même plan vertical que la direction du choc de l'eau ſur la prouë ; &

Fig. 17.

c'eſt une néceſſité que ces deux directions ſoient exactement dans un même plan vertical, afin que des deux impulſions, il puiſſe réſulter un effort composé vertical, & que le Navire étant tiré exactement en haut, il puiſſe ſuivre conſtamment la même route.

II.

Quant à la maniére de faire paſſer enſuite la direction de la voile par le *point vélique*, nous pouvons le faire de deux façons différentes. Nous n'avons d'abord qu'à laiſſer toujours la voile dans ſa ſituation verticale, mais diminuer ſa hauteur juſqu'à ce que ſon centre d'effort ſe trouve vis-à-vis du *point vélique*. a exprimant la largeur de la voile par en bas comme dans le Chapitre IX. de l'autre Section; c la largeur de la voile par le milieu, & e la largeur par en haut, ſon centre d'effort ſera toujours ſitué à la même partie de ſa hauteur, & il n'y aura qu'à faire cette analogie, $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$ eſt à la hauteur du point vélique n, vis-à-vis duquel le centre d'effort de la voile doit répondre, comme $a + 2c + e$ ſera à la hauteur qu'il faudra donner à la voile. Et ſuppoſé que le Navire prenne une route plus ou moins oblique & que le *point vélique* n monte ou deſcende, il n'y aura qu'à répéter l'analogie précédente; ou ce qui eſt la même choſe, il n'y aura qu'à ſe ſervir toujours de la formule $u = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times h$, en mettant à la place de h la hauteur qu'aura actuellement le *point vélique* au-deſſus du Navire, & on trouvera la hauteur u qu'il faudra donner à la voile. On pourroit ici faire attention à l'impulſion du vent ſur le corps du Navire; mais la grandeur que nous donnons à nos voiles, fait que nous pouvons négliger cette impulſion & la regarder comme inſenſible.

III.

Nous nous servirons le plus souvent de la méthode précedente de disposer la voile, parce qu'elle est très-simple & très-commode. Mais si le *point vélique* se trouvoit tout-à-fait bas, comme cela peut arriver dans certains Vaisseaux lorsqu'ils singlent fort obliquement par rapport à leur quille, on ne pourra pas alors se servir de la disposition précedente, parce que la voile auroit trop peu d'étenduë, & il faudra absolument avoir recours à la seconde disposition que nous allons expliquer. C'est de conserver à la voile sa même hauteur, de lui donner toujours, si on veut, toute la hauteur qu'elle auroit dans la route directe, mais de l'incliner plus ou moins, selon que le *point vélique* sera plus ou moins bas. C'est ce que nous avons représenté dans la Fgure 20, où DH est la direction du choc absolu de l'eau sur la prouë, & *n* le *point vélique* que nous avons déterminé en abaissant du centre de gravité γ de la coupe horisontale du Navire faite au raz de la mer la perpendiculaire γu sur la direction D*u* choc relatif horisontal de l'eau, & en élevant du point *u* la verticale *un*. On voit que la direction *n*IK de la voile répond exactement au-dessus de D*u*, & qu'elle passe par le *point vélique n*, quoique ce point soit assez bas, & qu'on se serve de toute la hauteur du Mât. Mais pour que la voile puisse descendre depuis le sommet T jusqu'à la piéce de bois VO qui est horisontale, & qui est appuyée sur le Navire, il faut qu'on puisse l'étendre à mesure qu'on l'incline; puisque la distance TL devient de plus grande en plus grande. C'est pourquoi la voile APRB doit être beaucoup plus haute que ne l'exige la hauteur verticale VT; & lorsqu'on voudra la placer verticalement, il faudra envelopper l'excès de sa hauteur & le plier contre une des vergues, à peu près de la même maniére que les Marins font certains plis à leurs voiles, qui en diminuent l'étenduë lorsque le

Fig. 20.

vent devient trop rapide, & qu'ils ont lieu de craindre une trop forte impulsion. On doit encore remarquer que comme la vergue EF lorsqu'il y en aura une au milieu de la voile, ne pourra pas être arrêtée contre le Mât, & qu'elle en doit être plus ou moins éloignée, selon que la voile sera plus ou moins inclinée, il sera nécessaire de mettre au dessous une piéce de bois MS pour la soutenir. Cette piéce de bois sera arrêtée par une extrémité contre le Mât, & soutenuë par l'autre par quelque cordage QM. On aura encore besoin de plusieurs autres manœuvres dont nous abandonnons la disposition à la prudence & à l'expérience des Marins; il faudra, par exemple, trouver le moyen de donner facilement différentes situations aux piéces de bois VO & SM par rapport à la quille, & il faudra aussi des cordages pour mouvoir les vergues EF & AB le long de ces piéces de bois.

Mais pour montrer comment on inclinera donc la voile, de maniére que sa direction *n*IK passe effectivement par le *point vélique n*; nous ferons d'abord remarquer que comme cette direction *n*IK est exactement perpendiculaire à la voile, parce qu'un fluide qui choque une surface la pousse toujours perpendiculairement, le centre d'effort I doit être sur la circonference d'un demi cercle qui auroit pour diametre une ligne tirée du haut du Mât au *point vélique n*. Ainsi dans la Figure 21 où VT est le Mât & *n* le *point vélique*, nous n'avons qu'à conduire la ligne T*n*, & traçant sur cette ligne comme diametre le demi cercle TIY*n*, ce demi cercle sera *un lieu géométrique* sur lequel doit se trouver nécessairement le centre d'effort I de la voile TIL; puisque sans cela l'angle TI*n* formé par la voile & par sa direction *n*IK ne seroit pas droit. Mais si nous considérons de plus, qu'en conduisant du centre d'effort I, la ligne horisontale IS jusqu'à la rencontre du Mât, cette ligne doit partager la hauteur VT du Mât en même raison que la hauteur inclinée LT de la voile, nous concluërons que VS est à VT dans le rap- Fig. 21.

port de $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$ à $a + 2c + e$. Ainſi rien ne ſera plus Fig. 21 facile que de tracer la ligne droite SI qui eſt le *ſecond lieu* ſur lequel le centre d'effort I doit encore ſe trouver. Il n'y aura qu'à faire cette proportion ; $a + 2c + e$ eſt à $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$, comme la hauteur VT du Mât eſt à VS : & conduiſant enſuite du point S, la ligne horiſontale SI, cette ligne déterminera en I ſur le demi cercle TIYn, l'endroit où on doit mettre le centre d'effort I. De ſorte qu'il ne reſtera plus qu'à faire paſſer la voile par ce point, & à l'étendre depuis le ſommet T du Mât juſqu'à la ligne horiſontale VL.

On pourra tracer une figure dans laquelle on exécutera en petit la conſtruction précédente, & il ſera facile de voir ſur cette figure la hauteur inclinée de la voile, & la diſtance de ſa baſe au pied du Mât. Mais ſi on veut pour une plus grande exactitude trouver les mêmes choſes par le calcul, on n'a qu'à du *point vélique n* abaiſſer par la penſée la perpendiculaire nY ſur le Mât ; du centre C du demi cercle TIYn tirer la perpendiculaire CW ſur nY, & reprolonger IS juſqu'en X. Si on déſigne enſuite la hauteur VT du Mât par la lettre b, la hauteur un du *point vélique n* par h, la quantité Vu ou Yn dont le point vélique eſt éloigné du Mât par f, & le rapport connu de LI à LT ou de VS à VT par les lettres p & q ; on aura $YT = VT - VY = b - h$, $WC = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}h$, puiſque WC doit être la moitié de YT de même que Wn l'eſt de $Yn = f$: & conſidérant que le triangle CWn eſt rectangle en W & que Cn en eſt l'hypoteneuſe, on aura $Cn = \sqrt{\overline{WC}^2 + \overline{Wn}^2} = \sqrt{\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{2}bh + \frac{1}{4}h^2 + \frac{1}{4}f^2}$. De plus ſi nous cherchons VS par cette proportion, $q \mid p \parallel VT = b \mid \frac{p}{q}b$, & que de $VS = \frac{p}{q}b$ nous en ôtions $VY = un = h$, il nous viendra YS ou $WX = \frac{p}{q}b - h$, & retranchant WX de $WC = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}h$ nous aurons $XC = \frac{\frac{1}{2}qb + \frac{1}{2}qh - pb}{q}$. Ainſi

dans

dans le triangle rectangle CXI nous connoîtrons deux côtez XC & IC, puisque XC $= \frac{\frac{1}{2}qb + \frac{1}{2}qh - pb}{q}$ & que IC $= Cn, = \sqrt{\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{2}bh + \frac{1}{4}h^2 + \frac{1}{4}f^2}$: Nous trouverons donc aisément le troisiéme côté IX $= \sqrt{\overline{CI}^2 - \overline{CX}^2} = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh + pqb^2 + pqbh - p^2b^2}}{q}$ & si de IX nous en retranchons SX qui est égale à YW $= \frac{1}{2}f$, il nous restera IS $= -\frac{1}{2}f + \frac{\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh + pqb^2 + pqbh - p^2b^2}}{q}$. Ensuite de quoi nous n'aurons plus qu'à faire cette proportion qui est fondée sur la ressemblance des triangles IST & LVT; ST $=$ VT $-$ VS $= b - \frac{pb}{q}$ | IS $= -\frac{1}{2}f + \dots\dots$ $\frac{\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh}}{q}$ + &c. || VT $= b$ | LV, & nous trouverons LV $= \frac{-\frac{1}{2}qf + \sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh + pqb^2 + pqbh - p^2b^2}}{q-p}$, *formule* par le moyen de laquelle on sçaura combien il faut incliner la voile, ou combien il faut l'éloigner par en bas du pied du Mât. Et, ajoutant le quarré de LV avec celui de VT & prenant la racine quarrée de la somme, nous verrons après quelques réductions que la hauteur inclinée LT de la voile doit être égale à . . . .

$$\frac{\sqrt{\overline{q^2 - qp} \times \overline{b^2 - bh} + \frac{1}{2}q^2f^2 - qf\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - \overline{q^2 + pq} \times bh + \overline{pq - p^2} \times b^2}}}{q - p}$$

Ainsi lorsque nous aurons déja déterminé la hauteur b du Mât, qui est égale à la hauteur de la voile dans la route directe, & qu'il sera question de régler l'inclinaison de la voile pour une route oblique proposée; nous n'aurons qu'à chercher le *point vélique* n qui convient à cette route, & aussi-tôt que nous aurons trouvé sa hauteur $un = h$ & sa distance V$u = f$ au Mât, nous aurons en termes entiérement connus la quantité VL $= \frac{-\frac{1}{2}qf + \sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - \overline{q^2 + pq} \times bh + \overline{pq - p^2} \times b^2}}{q - p}$ dont la voile doit être éloignée par en bas du pied du Mât pour que sa direction uIK passe par le point vélique; &

M

Fig. 21. nous connoîtrons auſſi la hauteur LT $=$

$$\frac{\sqrt{\overline{q^2 - qp} \times \overline{b^2 - bh} + \frac{1}{2}q^2f^2 - qf\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - \overline{q^2 + pq} \times bh + \overline{pq - p^2} \times b^2}}}{q - p}$$

qu'on ſera obligé de lui donner en même-tems à cauſe de ſon inclinaiſon. Mais pour rendre les formules précédentes beaucoup plus ſimples, nous n'avons qu'à conſidérer que comme les quantitez q & p ne ſont point abſoluës, & qu'elles ne font qu'exprimer le rapport de la hauteur de la voile à la hauteur de ſon centre d'effort, on peut les ſuppoſer de quelle grandeur on voudra, pourvû qu'on n'altere point la raiſon qui eſt entr'elles. Or ſi on fait q égale à la hauteur b du Mât, p ſera égale à l'élevation qu'avoit le *point vélique* dans la route directe. Ainſi nommant H cette élevation, nous pourrons ſubſtituer b & H, à la place de q & de p, dans les valeurs de VL & de LT. Nous trouverons $VL = b \times \frac{-\frac{1}{2}f + \sqrt{\frac{1}{4}f^2 + \overline{b - H} \times \overline{H - b}}}{b - H}$, & LT $=$ $b \times \frac{\sqrt{\overline{b - H} \times \overline{b - b} + \frac{1}{2}f^2 - f\sqrt{\frac{1}{4}f^2 + \overline{b - H} \times \overline{H - b}}}}{b - H}$; & ces formules ſont effectivement moins compliquées que les précédentes.

CHAPITRE IV.

De la néceſſité de donner deux voiles aux Vaiſſeaux & de la maniére de les diſpoſer.

I.

NOus avons vû au commencement du Chapitre précedent que lorſqu'on ne donne qu'un Mât au Navire, il faut l'arborer dans l'endroit où la direction relative horiſontale du choc de l'eau coupe la quille : mais il ſe préſente en cela quelque difficulté. Car lorſque le Navire prend des routes de différentes obliquitez, la direc-

tion DV du choc relatif horisontal de l'eau doit changer de place, & comme cette direction peut rencontrer ensuite la quille en differens endroits, on doit être embarassé quel point choisir pour la place du Mât. On voudra peut-être chercher la direction DV pour différens chocs & prendre ensuite le point de la quille où ces directions concourent en plus grand nombre : c'est-là le sentiment de Monsieur Bernoulli dans son Essay de Manœuvre ; & comme il croit que toutes les directions du choc de l'eau concourent vers le milieu du Navire, il dit qu'il n'y a qu'à planter le Mât en cet endroit. Mais si on suit cette regle, la Mâture ne sera toujours propre que pour une certaine route & il ne faudra pas que le Navire suive une autre obliquité. Fig. 20.

II.

Pour faire cesser cet inconvenient, nous transporterons en Z [Figure 22.] à l'extremité de la prouë, la voile LM que nous nous proposions de mettre en V ; c'est-à-dire, que nous mettrons en Z la voile dont nous avons déterminé la hauteur pour la route directe dans la Section précedente. Mais nous mettrons en Y à l'extremité de la poupe une autre voile *LM* de même hauteur que la premiere : & nous ferons ensorte que la direction composée *n*K de ces deux voiles passe exactement par le *point vélique n*. Il est clair que ces deux voiles agiront ensuite de la même maniére que le feroit une seule qui seroit appliquée en V & dont *n*K seroit la direction. Mais il y aura cette différence qu'on ne sçauroit souvent venir à bout avec une seule voile de faire passer la direction *n*K par le *point vélique n ;* au lieu que cela sera toujours facile par le moyen de nos deux voiles. Si le point vélique se trouve, par exemple, plus avancé vers la prouë lorsqu'on change de route, il n'y aura qu'à exposer au vent une plus grande partie de la voile qui est en Z ; ou bien une plus petite de celle qui est en Y ; parce que la direction composée de Fig. 22.

Fig. 22. deux puiſſances ſe trouve toujours plus proche de la puiſſance qui fait le plus d'effort. En un mot pour faire enſorte que l'impulſion des deux voiles tombe toujours ſur la ligne *n*K, il n'y aura qu'à leur donner des étenduës qui ſoient en raiſon réciproque de leurs diſtances au point V. Nous conſerverons toujours la même largeur à la voile LM qui doit être la plus grande, parce qu'elle eſt dans toutes les routes, plus proche de la direction du choc de l'eau ; & nous n'aurons donc toujours qu'à faire cette analogie, pour trouver la largeur que doit avoir l'autre voile dans chaque route : YV eſt à ZV comme la largeur de la voile LM eſt à la largeur de la voile *LM*.

III.

On pourroit appliquer encore, comme le font les Marins, une troiſiéme voile vers le milieu du Navire & une quatriéme à l'extrémité de la prouë, en inclinant ſon Mât en dehors du Navire: & il n'y auroit toujours qu'à mettre toutes ces voiles en équilibre de part & d'autre de la direction du choc de l'eau, & leur donner une hauteur convenable. Mais cette troiſiéme & cette quatriéme voiles ne feroient que cauſer de l'embarras, & il eſt évident qu'elles ſeroient ici inutiles, à cauſe de la grande largeur que nous donnons aux deux autres. D'ailleurs nous retirerons de nos deux voiles LM & *LM* tous les avantages qu'on peut ſouhaiter : car comme nous les mettons aux deux extrémitez du Vaiſſeau à une fort grande diſtance de ſon centre de gravité, elles ſeront très-propres à le faire tourner en toutes ſortes de ſens, & à le faire paſſer d'une route à l'autre ; ce qui eſt le principal objet de la Manœuvre. Tant que nous ne toucherons point à ces deux voiles, le Vaiſſeau ſuivra conſtamment la même route, ſans ſe mouvoir par élans, comme le font les Navires dont la Mâture eſt diſposée ſelon les régles vulgaires. Mais auſſi-tôt que nous altererons un peu l'équilibre, auſſi-tôt que nous di-

minuërons un peu de l'étenduë de la voile de la prouë, ou de celle de la poupe, le Navire obéira à l'impreſſion de l'autre voile, & préſentera ſa prouë plus ou moins vers le vent, comme on ſe le propoſoit. Fig. 11

IV.

Il faut remarquer qu'on ne doit pas avoir à préſent la même facilité à gouverner les Vaiſſeaux : car les Marins ne font aucune attention à la ſituation de la direction du choc de l'eau, & ils ne penſent point à rendre les voiles plus ou moins grandes de part & d'autre de cette direction, ſelon qu'elles en ſont plus ou moins proche. Ils donnent le nom de *grande* à la voile qu'ils mettent au milieu du Navire, & ils la font effectivement toujours plus grande d'une certaine quantité. Cependant comme les Navires ont une infinité de différentes figures, le point V par lequel paſſe la direction relative horiſontale du choc de l'eau, ne doit pas être toujours ſitué de la même façon ; & ce point doit être encore ſouvent ſujet à changer par l'obliquité des routes. Ainſi c'eſt une faute extrémement ſenſible de faire toujours la voile du milieu plus grande que celle de la prouë, & de la faire toujours plus grande dans un certain rapport. C'eſt ce qui eſt cauſe que les Navires n'ont pas une égale indifférence à ſe mettre dans toutes ſortes de ſituations : & ils tendent preſque tous à préſenter leur prouë au vent ; parce que les voiles de l'arriére ſont trop grandes par rapport à celles de la prouë, & qu'elles pouſſent la poupe ſous le vent avec trop de force. Il arrive enſuite qu'on a toutes les peines du monde à contenir les Vaiſſeaux ſur leur même route, & qu'il faut pour les redreſſer, avoir ſans ceſſe la main au gouvernail; & c'eſt ce qui retarde beaucoup la viteſſe de leur ſillage, parce qu'en même-tems que le gouvernail les pouſſe de côté, il les pouſſe auſſi vers l'arriere. Mais ce ne ſera plus la même choſe, auſſi-tôt que nous aurons mis l'équilibre entre nos voiles : car nous

Fig. 22. n'aurons plus si souvent besoin du gouvernail ; & les voiles employeront tout leur effort à faire avancer le Navire.

V.

Voici donc ce qu'il nous faudra observer dans la Mâture de tous les Vaisseaux. Nous mettrons deux Mâts verticaux en Z & en Y aux extrémitez de la prouë & de la poupe : nous leur donnerons une égale hauteur, la hauteur qu'exige l'élevation du *point vélique* dans la route directe ; & nous appliquerons au premier de ces Mâts la plus grande de nos voiles, celle qui est destinée pour la route directe & dont nous avons déterminé les dimensions dans l'autre Section. Mais pour trouver la largeur de l'autre voile, nous chercherons les directions DV du choc relatif horisontal de l'eau pour différentes routes, & examinant le point V le plus avancé vers la poupe où ces directions coupent la quille, nous donnerons à la voile *LM* de la poupe la largeur nécessaire pour qu'elle soit en équilibre avec la voile LM de la prouë, autour de ce point V. Nous réglerons ensuite sur cette largeur, la longueur des vergues de la voile *LM* ; parce que c'est lorsque le point V est le plus avancé vers la poupe que cette voile doit avoir le plus d'étenduë : &, dans tous les autres cas, nous ne nous servirons que d'une partie de sa largeur, que nous déterminerons par l'analogie que nous avons rapportée à la fin de l'article II. de ce Chapitre. Enfin nous ferons passer la direction composée *n*K des deux voiles LM & *LM* par le *point vélique n*, en disposant ces voiles de la même maniére que nous en disposerions une seule qui seroit appliquée en V. Nous imaginerons pour cela deux points S & *s* situez par rapport aux Mâts ZT & Y*T* de la même maniére que le *point vélique n* seroit situé par rapport au mât planté en V ; c'est-à-dire, que nous concevrons ces deux points à la hauteur *un* au-dessus du Navire & à la distance V*u* des deux Mâts : & il ne nous restera plus en-

ſuite qu'à incliner nos voiles ou bien à diminuer leur hauteur, comme nous l'avons expliqué dans le Chapitre précédent, juſqu'à ce que leurs directions particuliéres SX & $ſx$ paſſent par ces deux points S & $ſ$ comme par deux *points véliques*. Il eſt ſenſible que comme les directions particulieres SX & $ſx$ de nos voiles, ſeront dans le même plan que nK & que leurs efforts particuliers ſeront en raiſon réciproque de leurs diſtances à cette ligne, leur effort mutuel ou composé ne pourra pas manquer de tomber ſur nK. Fig. 21.

VI.

Au ſurplus, quoiqu'on puiſſe ſe ſervir de cette maniére de diſpoſer les voiles dans tous les Vaiſſeaux ordinaires, on doit cependant ſe ſouvenir toujours qu'elle n'eſt pas entierement parfaite, & que le Navire ſera toujours ſujet à s'incliner un peu, parce que l'effort composé des chocs du vent & de l'eau qui ſe réunit ſur la verticale un, eſt appliqué au point u, au lieu qu'il devroit être appliqué au centre de gravité γ de la coupe horiſontale du Navire faite à fleur d'eau, comme nous l'avons prouvé dans le Chapitre VI. de la premiere Section. Mais ſi on ſouhaite que nous donnions une diſpoſition tout-à-fait parfaite à la Mâture, nous pourrons en venir à bout avec aſſez de facilité, maintenant que nous nous ſervons de pluſieurs voiles. C'eſt ce qu'on verra dans les deux Chapitres ſuivans, où nous entreprenons de faire en ſorte que les Vaiſſeaux ne s'inclinent point du tout, dans les routes les plus obliques.

CHAPITRE V.

Maniére de rendre dans toutes ſortes de Vaiſſeaux, avec le ſecours de pluſieurs voiles, la Mâture exactement parfaite pour les routes obliques.

I.

JE ſuppoſe toujours, comme cy-devant, qu'on a déja trouvé le centre de gravité G de la coupe horiſontale AXBS [Fig. 23.] du Navire faite au raz de la mer, & la direction DH du choc abſolu de l'eau ſur la prouë & ſur le flanc du Navire, avec la direction DL du même choc rapporté au plan horiſontal. On ſçait que l'effort composé de ce choc abſolu de l'eau ſur la prouë & du choc du vent ſur les voiles, doit être auſſi exactement vertical lorſqu'il y a trois voiles, ou lorſqu'il y en a deux, que lorſqu'il n'y en a qu'une ſeule : car ſi cet effort composé agiſſoit ſur une direction inclinée en avant ou en arriere, ce ſeroit une marque que le choc total du vent pouſſeroit dans le ſens de la route avec plus ou moins de force que le choc de l'eau ſur la prouë dans le ſens contraire, & le Navire au lieu d'avancer avec un mouvement uniforme augmenteroit ou diminueroit ſa viteſſe. La queſtion ſe réduit donc toujours à faire que l'effort composé des chocs du vent & de l'eau ait la verticale GT du centre de gravité G pour direction ; parce que cet effort composé étant ainſi appliqué au centre de gravité G de la coupe AXBS, il le ſera auſſi ſenſiblement au centre de gravité de la partie non-ſubmergée de la carene, & on ſçait * qu'il n'en faut pas davantage pour que le Navire reſte continuellement de niveau pendant ſa marche.

Fig. 23.

* Voyez les Art. II. & III. du Ch. VI. de la I. Sect.

II

Fig. 231

II.

Pour faire que l'effort composé des chocs du vent ſur les voiles & de l'eau ſur la prouë tombe effectivement dans la verticale GT du centre de gravité G, il n'y a qu'à prendre toujours un point C de la direction DH du choc de l'eau pour ſervir de *point vélique*; on fera paſſer par ce point C la direction CI d'une voile qui ſoit telle que l'impulſion qu'elle recevra ſelon CI & l'impulſion de l'eau ſur la prouë ſelon DH, ſe réuniſſent dans une direction composée CR qui rencontre la verticale GT du centre G en quelque point N: & après cela il ne reſtera plus qu'à faire paſſer par ce point N, comme par un *ſecond point vélique*, la direction NK d'une autre voile, de maniére que la verticale GT ſe trouve être la direction composée de cette direction NK, & de CR qui eſt déja direction composée de CI & de DH. Car de cette ſorte la verticale GT ſera direction composée de DH, de CI & de NK; c'eſt-à-dire, du choc de l'eau ſur la prouë & des deux chocs du vent ſur les deux voiles, & par conſequent l'effort composé de ces trois chocs, ſera appliqué au centre de gravité G, comme nous nous propoſions de le faire.

III.

Il dépendra de nous, de placer comme nous le voudrons la direction CI de la premiere voile, pourvû que le plan PCON qui paſſe par cette direction & par celle DH du choc de l'eau, puiſſe déterminer, par ſa rencontre avec la verticale GT, le *ſecond point vélique* N. Et ſi on tire de ce point N, des paralelles NP & NO à l'axe DH du choc de l'eau & à la direction CI du choc du vent ſur la premiere voile, on aura un paralellograme PCON, dans lequel prenant l'eſpace CO ſur l'axe DH pour repreſenter l'impulſion de l'eau, la partie CP de la direction CI

N

Fig. 23. marquera, comme il eſt évident, la grandeur que doit avoir le choc du vent ſur la premiere voile, pour que CN qui eſt la diagonale du paralellograme PCON, puiſſe être la direction composée de CI & de DH. Cette direction composée CN eſt inclinée vers la poupe, parce que la premiere voile n'eſt pas ſeule aſſez forte pour s'oppoſer à l'impulſion ou à la réſiſtance de l'eau : mais l'autre voile doit ſuppléer, comme on le ſçait, au défaut de la premiere, & rendre la direction composée verticale. C'eſt pourquoi, ſi après avoir prolongé CN juſqu'en R & avoir fait NR égale à CN, on mene par le point R une paralelle RT à la direction NK de la ſeconde voile, & que du point T où cette paralelle rencontre la verticale du centre G, on tire la paralelle TQ à la direction CR, afin d'achever le paralellograme NRTQ; l'eſpace NQ repréſentera la force que doit avoir l'impulſion de la ſeconde voile. NT ſera enſuite l'effort composé de l'impulſion du vent ſur les deux voiles, & de l'impulſion de l'eau ſur la prouë, puiſque les impulſions CO de l'eau ſur la prouë & CP du vent ſur la premiere voile ſe réduiſent à la force CN ou NR, & que NT eſt composé de NR & de l'impulſion NQ du vent ſur la ſeconde voile. Cet effort NT ſera exactement vertical, comme il faut toujours qu'il le ſoit pour qu'il ne faſſe point perdre au Navire l'uniformité de ſon ſillage: & de plus cet effort ſera appliqué au centre de gravité G de la coupe AXBS, comme il eſt néceſſaire pour que le Navire conſerve ſa ſituation horiſontale. Ainſi quelque peu de diſpoſition qu'ayent les Vaiſſeaux à recevoir une bonne Mâture dans les routes obliques, nous viendrons toujours à bout de leur en donner une parfaite par le moyen de deux voiles. Et on peut remarquer que comme CO, CP & NQ peuvent repréſenter des impulſions plus ou moins grandes, on pourra augmenter l'étenduë des voiles tant qu'on voudra. Cette augmentation ne produira aucun autre effet, ſinon de faire marcher le Vaiſſeau plus vîte, & de le faire ſortir un peu

plus de l'eau ; parce que l'effort composé NT ſera plus grand. Fig. 13.

IV.

Cette opération deviendra plus ſimple ſi on fait les deux ou trois réflexions ſuivantes. Comme ON eſt paralelle à la direction CI de la premiere voile, le plan vertical qui paſſe par ON doit être paralelle à celui qui paſſe par CI, & les Sections MG & FE de ces deux plans & de celui de la coupe AXBS, doivent être auſſi paralelles. D'un autre côté, puiſque NR doit être égale à CN & que RT eſt égale & paralelle à NQ, il s'enſuit que les deux triangles CNQ & NRT ſont égaux & ſituez de la même façon, & ainſi CQ eſt vertical de même que NT, & par conſéquent le point Q appartient à la verticale EQ du *premier point vélique* C. Or ſupposé que la ſituation de la direction CI de la premiere voile ſoit donnée, il ſera maintenant facile de déterminer tout le reſte: On tirera du centre de gravité G, une paralelle GM à FE qui eſt la direction de la premiere voile, réduite au plan horiſontal, ou qui eſt la commune Section du plan AXBS & du plan vertical qui paſſe par la direction CI. Du point M où cette paralelle GM rencontre la direction DL du choc relatif horiſontal de l'eau, on élevera une verticale MO juſqu'à ce qu'elle rencontre la direction DH du choc abſolu de l'eau en quelque point O, & menant de ce point O vers la verticale GT, une ligne ON inclinée à l'horiſon de la même maniére que CI, cette ligne ON ſera paralelle à CI, & elle determinera ſur la verticale GT le *ſecond point vélique* N. Deſorte qu'il n'y aura plus qu'à faire paſſer la direction NK de la ſeconde voile par le point N & par quelque point Q de la verticale EQ du premier point vélique, & la partie interceptée NQ exprimera l'effort que doit faire cette ſeconde voile pendant que ON qui eſt égale & paralelle à CP repreſentera l'effort que doit faire la premiere.

Fig. 23.

V.

Il doit être embarassant dans la pratique d'élever de longues verticales EQ, GT, &c. & de tracer en l'air des lignes comme NO ou NP à une grande hauteur au-dessus du Vaisseau; mais ce qu'il faut ici remarquer, c'est qu'on peut réduire la construction précédente à un calcul très-aisé. On sçait la distance perpendiculaire Gθ du centre G à la direction DL du choc relatif horisontal de l'eau. Ainsi dans le triangle rectangle GθM on connoît un côté & les trois angles, parce que GM est paralelle à FE & qu'on sçait l'angle DEZ que fait DL avec cette ligne FZ qui répond exactement sous la direction CI. Il sera donc facile de trouver GM & θM; & si on ajoûte θM avec Dθ qui est connuë, puisque la situation du centre G & des directions DH & DL est donnée, on aura DM qui servira dans le triangle rectangle DMO à trouver MO. Conduisant après cela par la pensée Oω horisontalement & paralellement à MG, on aura un triangle OωN dont on connoîtra les angles & un côté : l'angle ω sera droit, & l'angle NOω sera égal à l'angle de l'élevation de la direction CI de la premiere voile au-dessus de l'horison, puisque ON & CI sont paralelles ; & enfin le côté Oω sera connu, parce qu'il est égal à GM que nous avons déja trouvé. Dans ce triangle OωN, on cherchera ON & ωN : ON qui est égale à CP représentera la force de la premiere voile; & si on ajoute ωN avec Gω qui est égale à MO, il est sensible qu'on aura la hauteur requise GN du *second point vélique* N.

On imaginera enfin une ligne horisontale Nψ tirée du point N à la verticale EQ. Cette ligne Nψ sera égale à la distance connuë GE du centre de gravité G au point E qui répond exactement au-dessous du *premier point vélique* C. Et comme l'angle QNψ que fait la direction NK de la seconde voile avec l'horison sera connu, parce qu'il dépend

de la ſituation qu'on voudra donner à la ſeconde voile, il ſera facile de trouver dans le triangle rectangle NφQ l'hypotenuſe NQ qui exprime la force que doit avoir cette ſeconde voile : après quoi il ne reſtera donc plus qu'à étendre & à placer cette voile, de ſorte que l'impulſion qu'elle recevra ſoit à l'impulſion que recevra la premiere, comme NQ eſt à CP ou à ON.

VI.

Juſqu'ici nous n'avons parlé que de deux voiles; mais il en faudra cependant trois dans preſque tous les Vaiſſeaux. Car il en faudra d'abord une dont NK ſoit la direction & NQ la force; & il faudra que cette voile ſoit appliquée au centre de gravité G de la coupe AXBS, puiſque le *point vélique* N ſe trouve toujours dans la verticale GT. Mais comme la direction DL du choc relatif de l'eau change de place par les differentes obliquitez de la route, & que le *ſecond point vélique* C ne ſe trouve pas toujours dans le même endroit, il eſt clair qu'une ſeconde voile appliquée en F ne pourroit pas ſatisfaire à toutes les differentes ſituations que doit avoir la direction CPI. C'eſt pourquoi il faudra avoir recours au même expedient que dans l'article II. du Chapitre précédent : c'eſt-à-dire, qu'au lieu de la voile qui ſeroit appliquée en F, il faudra en mettre deux autres en V & en Y aux deux extrémitez du Navire : & on expoſera enſuite au vent differentes parties de ces voiles juſqu'à ce que leur effort composé ſoit égal à CP, & qu'il tombe exactement ſur la direction CPI. Il faudra pour cela que les impulſions particuliéres que recevront les deux voiles ſoient en raiſon réciproque de leur diſtance à la ligne CPI, ou qu'elles puiſſent être déſignées par FY & FV. Or cela ſuppoſé, YV repreſentera donc l'effort des deux voiles, effort qui doit être égal à CP : & par conséquent nous pourrons faire les deux analogies ſuivantes. YV eſt à CP comme FY eſt à

$\frac{CP \times FY}{YV}$ pour l'effort particulier que doit faire la voile qui eſt appliquée en V : & YV eſt à CP comme FV eſt à $\frac{CP \times FV}{YV}$ pour l'effort de la voile qui eſt en Y.

CHAPITRE VI.

Autre maniére de rendre la Mâture exactement parfaite, en ne ſe ſervant que de deux voiles appliquées aux deux extrémitez de la prouë & de la poupe, comme dans le Chapitre IV.

COmme la maniére précédente de diſpoſer la Mâture ſuppoſe que le Navire a trois voiles & qu'il faut encore que celle du milieu ſoit précisément dans le centre de gravité de la coupe horiſontale du Navire faite à fleur d'eau, on ne peut pas s'en ſervir lorſque le Navire n'a que deux voiles & lorſqu'elles ſont appliquées aux extrémitez de la prouë & de la poupe. Mais quoique l'Analyſe n'offre que très-peu de voye pour découvrir d'autres maniéres de donner aux voiles une diſpoſition parfaite, la méthode que nous venons d'expliquer n'eſt pas unique : nous allons en donner une autre qui eſt fort commode, & dont on pourra ſe ſervir dans le cas dont il s'agit, c'eſt-à-dire, lorſqu'il n'y aura que deux voiles.

I.

Fig. 24. Soit le Navire AB [Fig. 24] dont A eſt la prouë & B la poupe; G le centre de gravité de la coupe horiſontale faite à fleur d'eau; DH la direction de l'impulſion abſoluë de l'eau ſur la prouë, & DX la direction relative horiſontale de cette impulſion. Les deux Mâts ſont arborez en V & en Y aux extrémitez de la prouë & de la poupe, & je ſuppoſe que la voile de la prouë eſt placée verticalement de ſorte

que sa direction EF sera horisontale & paralelle à DX. Cette voile fera un effort que je représente par EL, & si la voile de la poupe agit selon la direction horisontale CIM paralelle à EF, avec une force IM, qui soit en équilibre avec l'effort EL de l'autre voile de part & d'autre de la direction DH du choc de l'eau, il est clair que la direction composée NP des efforts EL & IM des deux voiles, rencontrera DH en quelque point N, & il se fera par conséquent en ce point une nouvelle composition de forces. NP étant l'effort mutuel des deux voiles, & NQ représentant la force du choc de l'eau sur la prouë, la diagonale NT du paralellograme PNQT, sera l'effort composé du choc de l'eau & de l'impulsion horisontale des deux voiles, & il est évident, par la théorie de la premiere Section, que cet effort qui doit être vertical, fera pancher le Navire, parce qu'il n'est pas appliqué au centre de gravité G de la coupe horisontale de la carene faite à fleur d'eau. Mais nous n'avons qu'à prendre sur la direction CM de la voile de la poupe, le point I qui est précisément de l'autre côté du point N, par rapport à la vertical G⊙; & si nous faisons ensorte que la voile de la poupe agisse non-seulement selon l'horison avec la force IM; mais qu'elle agisse aussi selon le sens vertical avec la force IR, & que cette force relative soit en équilibre avec l'effort NT de part & d'autre du centre de gravité G, il est évident que l'effort composé des forces NT & IR s'exercera exactement sur la verticale G⊙, & qu'au lieu de tendre à faire incliner le Vaisseau, il ne travaillera plus qu'à l'élever de l'eau par tout également. Fig. 14.

II.

Ainsi, on voit que pendant que la voile de la prouë est située verticalement, il faut que celle de la poupe soit inclinée, afin qu'elle puisse faire effort selon l'horison & selon le sens vertical; & il faut donc que IK qui est la

Fig. 24. direction composée de IM & de IR & qui est la diagonale du rectangle KMIR, soit la direction de l'effort absolu de cette voile. Au surplus il est sensible qu'en observant tout ce que nous venons de dire, Z ⊙ sera l'effort composé du choc de l'eau sur la prouë & de l'impulsion entiere du vent sur les deux voiles. Car en joignant l'effort EL de la voile de la prouë avec l'effort relatif IM que la voile de la poupe fait selon l'horison, on a l'effort NP, & cet effort se composant avec le choc absolu NQ de l'eau sur la prouë, il en résulte l'effort NT; effort qui seroit composé du choc de l'eau & de l'impulsion entiére du vent, si la voile de la poupe en agissant selon la direction inclinée OIK, ne poussoit pas en haut avec la force IR en même tems qu'elle pousse selon l'horison avec la force IM. Cependant l'effort NT doit toujours être vertical: car il n'est formé que de la force relative verticale du choc de l'eau, après que les forces relatives horisontales de l'eau & du vent se sont détruites par leur égalité & leur opposition. Mais enfin, si nous composons l'effort NT avec la force relative verticale IR que nous n'avons point encore jointe avec les autres, il est clair que nous aurons l'effort composé Z ⊙ du choc NQ de l'eau sur la prouë & des impulsions entieres EL & IK que souffrent les deux voiles; & cet effort répondra exactement au centre de gravité G, comme nous le souhaitions, aussi-tôt que les forces IR & NT seront en équilibre de part & d'autre de la verticale GZ.

III.

Pour réduire maintenant toute l'opération au calcul: nous concevrons des lignes V ϖ & SY tracées exactement au-dessous des directions FF & OK des deux voiles, sur la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, & nous connoîtrons la situation de ces lignes, puisqu'elles partent des pieds V & Y des deux Mâts, & qu'elles sont paralelles à la direction relative horisontale DX du choc de l'eau.

Du

Du point N qui est à la même hauteur que EF & CM, nous abaisserons par la pensée la verticale NX, & par le point X & le centre de gravité G, nous conduirons la ligne horisontale ϖ S. Il sera facile de trouver le point N : car dans le triangle rectangle DXN, nous connoîtrons les trois angles, puisque la situation de la direction DH du choc absolu de l'eau est donnée; & nous connoîtrons de plus le côté XN, puisqu'il est égal à la hauteur VF ou ϖ E que nous nous proposons de donner au centre d'effort de la voile de la prouë ou à sa direction EF. Ainsi nous trouverons aisément DX ; & si nous en retranchons DW, il nous restera WX : & comme les triangles GWX & GYS sont semblables & que nous connoissons GW & GY, nous n'aurons qu'à faire la proportion suivante pour découvrir YS, ou la distance CI du point I au Mât de la poupe : GW est à WX comme GY est à YS ou à CI. Fig. 24.

Nous prendrons après cela une certaine grandeur à volonté pour representer l'effort EL que fait la voile de la prouë, & comme cet effort doit être en équilibre avec l'effort relatif horisontal IM de l'autre voile de part & d'autre de la direction du choc de l'eau, nous ferons cette analogie ; XS est à X ϖ ou bien WY est à WV comme l'effort absolu EL de la voile de la prouë sera à l'effort IM que doit faire l'autre voile selon la direction relative horisontale CM. Nous ajoûterons ensuite IM avec EL pour avoir NP ; & dans le triangle rectangle PNT qui est semblable au triangle DXN, nous chercherons l'effort vertical NT. Enfin connoissant NT, il sera facile de découvrir l'effort IR que doit faire la voile de la poupe selon le sens vertical. Car puisque les efforts NT & IR doivent se réunir, ou se composer sur la verticale G ⊖, ils doivent être en raison réciproque de leur distance à cette verticale, & nous pouvons faire cette analogie ; ZI est à ZN, ou GS est à GX, ou encore GY est à GW, comme l'effort NT est à l'effort relatif vertical IR. Ainsi nous connoîtrons les efforts relatifs IM & IR que la voile de la pou-

Fig. 24. pe doit faire selon les deux déterminations horisontale & verticale ; & il ne restera donc plus qu'à composer ces efforts pour découvrir l'effort absolu IK, & pour trouver la situation de la direction OIK. Nous sçavons déja la situation du point I par lequel cette direction doit passer ; car le point I est également élevé au-dessus du Vaisseau que la direction EF de la voile de la prouë ; & nous avons trouvé ci-devant la distance de ce point au Mât YC. C'est pourquoi dans le triangle rectangle IMK dont les côtez IM & MK sont connus, puisque IM représente l'impulsion relative horisontale, & que MK est égal à IR qui représente l'impulsion relative verticale, nous n'aurons qu'à chercher l'effort IK, & l'angle KIM que la direction OIK de la voile doit faire avec l'horison. Nous pourrions insister un peu davantage sur tout ceci : mais comme nous ne doutons point qu'on ne retire les mêmes avantages de la disposition que nous avons expliquée dans le Chapitre IV, que d'une disposition de voiles, qui seroit entiérement parfaite, nous ne croyons pas qu'il soit nécessaire de pousser cette discussion plus loin.

AVERTISSEMENT.

Nous ajoutons encore ici le Chapitre suivant pour la satisfaction de ceux qui aiment l'exactitude géometrique ; & nous le mettons ici, parce que nous n'avons pas voulu distraire cy-devant l'attention du Lecteur. Nous supposons dans ce Chapitre que les Navires s'élevent considerablement de l'eau, & nous cherchons quelle figure il faut leur donner, pour que la verticale sur laquelle les impulsions du vent & de l'eau se joignent, réponde exactement dans la route directe au centre de gravité de toutes les parties supposées sensibles de la carene, qui s'élevent de la mer. Nous pouvions résoudre ce Problême par le calcul intégral ; mais nous avons tâché de le rapporter au simple calcul différentiel, afin de n'être jamais arrêté par des expressions trop difficiles à intégrer.

CHAPITRE VII.

La figure de la prouë étant donnée, construire le reste de la carene de maniére que les Vaisseaux soient géométriquement bien Mâtez dans la route directe, pour toute sorte de vents, & pour le vent même dont la vîtesse seroit infinie.

I.

QUe la figure AE de la prouë soit donnée avec la hauteur du centre d'effort I de la voile qu'on suppose placée verticalement. Il s'agit de trouver la figure que doit avoir la carene AEB par l'extrémité de la poupe, pour que la direction composée VT des chocs du vent & de l'eau, passe toujours exactement (& non pas sensiblement ni dans le seul cas où l'élévation de la carene hors de l'eau est infiniment petite) par le centre de gravité γ de la partie APQB de la carene qui est soutenuë hors de l'eau. De sorte que si l'impulsion du vent est plus grande ou plus petite, & le Navire tiré en l'air avec plus ou moins de force, il faudra que la verticale *ut* qui résulte de la direction NK de la voile & de celle *dh* de l'impulsion de l'eau sur la partie *p*E de la prouë qui sera alors submergée, passe encore exactement par le centre de gravité *g* de la partie A*pq*B de la carene qui sera hors de l'eau. Alors le Navire conservera toujours sa situation horisontale : & il y aura cette différence entre la disposition qu'aura le Vaisseau & celle que nous lui donnions dans l'article V. du Chapitre VI. de la Section précédente, que la Mâture sera icy géométriquement bonne ; au lieu que là elle ne l'étoit que sensiblement, parce que la verticale VT ne passoit qu'à peu près par le centre de gravité des parties sensibles de la carene qui étoient hors de l'eau. Fig. 25.

O ij

II.

Fig. 15.

Je considére en premier lieu, que puisque la verticale ou la direction VT des chocs du vent & de l'eau, doit toujours passer par le centre de gravité de la partie de la carene qui est hors de l'eau, il sera facile de trouver en quel endroit de la longueur du Navire, doit répondre le centre de gravité de chaque partie de la carene. Car si on nous propose, par exemple, la partie Aq, il n'y aura qu'à l'imaginer hors de l'eau; chercher l'axe dh de l'impulsion de l'eau sur la partie submergée pE de la prouë, & par l'intersection n de l'axe dh & de la direction IK de la voile, on conduira la verticale tu sur laquelle doit être situé nécessairement le centre de gravité g de la partie ApqB, sans qu'il soit libre de le placer plus vers la prouë ou plus vers la poupe.

Si nous désignons par h la hauteur VN qu'on veut donner au centre d'effort I de la voile, & si nous formons la prouë de notre Vaisseau, comme celle des chalans par un plan incliné, par tout d'une même largeur$=e$, dont la longueur AE soit égale à a; l'élancement ou la saillie EL$=b$; la hauteur LA$=c$, & les parties variables EP de l'étrave enfoncées dans l'eau, égales à x. L'impulsion faite sur la prouë se réduira au milieu D de la partie EP$=x$ enfoncée dans l'eau & agira perpendiculairement à la prouë selon DH comme nous l'avons fait voir *. Cette direction DH rencontrera en N la direction IK de la voile; & si on fait passer par le point N la verticale TV, elle montrera, selon nos principes, en quel endroit de la largeur du Vaisseau doit répondre le centre de gravité γ de la partie AQ de la carene qui est hors de l'eau. Cela fait que nous pouvons exprimer par lettres la situation du centre γ. Car les triangles ALE, XDA, XVN, sont semblables & ont par conséquent leurs côtez proportionels: LE$=b$ | AE$=a$ || AD$=$AE$-$ED$=a-\frac{1}{2}x$ | AX$=\frac{a^2-\frac{1}{2}ax}{b}$, & LE$=b$

* Voyez l'Art. II. du C. VII. de la I. Sect.

| LA $= c$ || NV $= b$ | XV $= \frac{ch}{b}$. Mais ajoutant AX trouvée par la premiere proportion avec XV trouvée par la seconde, nous aurons $\frac{a^2 + ch - \frac{c}{2} ax}{b}$ pour VA, ou pour la diſtance de la ligne AL au centre de gravité γ de la partie AQ de la carene qui eſt hors de l'eau. Fig. 25.

III.

Je vois en ſecond lieu qu'il n'importe à cauſe de l'indétermination du Problême, quelle figure ni quelle ſolidité on donne à chaque partie de la carene, pourvû que ſon centre de gravité ſoit bien ſitué dans la verticale. C'eſt pourquoi concevant la carene divisée en une infinité de tranches horiſontales de même épaiſſeur, qui lui ſerviront d'élemens, nous pouvons feindre quelle proportion nous voudrons entre toutes ces tranches. Mais cette proportion telle qu'elle ſoit, déterminera le raport des differentes parties de la carene, & on pourra même, par le moyen du calcul différentiel, comparer une partie ſenſible AQ de la carene, avec une partie inſenſible, un élement, ou une tranche comme Pq dont l'épaiſſeur eſt infiniment petite.

Nous nous déterminerons, par exemple, pour éviter la longueur du calcul, à faire les tranches ou coupes horiſontales de la carene de même étenduë, & égales au rectangle connu el de la grandeur conſtante l par la largeur e de la prouë. Il n'y aura qu'à chercher la hauteur ou l'épaiſſeur PZ de la partie AQ, par cette proportion; AE $= a$ | AL $= c$ || AP $= a - x$ | PZ $= \frac{as - cx}{a}$ & multipliant l'étenduë el de toutes les tranches égales entr'elles, par PZ $= \frac{ac - cx}{a}$ qui en repréſente la multitude, nous trouverons $\frac{acel - celx}{a}$ pour la ſolidité de la partie AQ de la carene qui eſt hors de l'eau. Or comme cette ſolidité con-

vient à toutes les autres parties AQ, il est évident que si nous en prenons la différence $-\frac{ce^{l}dx}{a}$, elle marquera la solidité de l'éléme nt ou de la tranche P*q*, qui répond à la partie infinimentpetite P*p* = *dx* differentielle de PE = *x*. Fig. 15.

IV.

Ces choses supposées, nous pourrons assigner la place du centre de gravité F de toutes les tranches ou coupes horisontales P*q* de la carene. Car si nous prenons le Navire en deux élevations hors de l'eau, différentes l'une de l'autre de la tranche même proposée P*q*, dont l'épaisseur est infiniment petite: & si nous cherchons les verticales VT *ut* dans lesquelles se doivent trouver les centres de gravité γ & *g* des parties AQ, A*q* de la carene qui sont hors de l'eau dans les deux élévations, nous n'aurons qu'à faire cette simple analogie: La tranche P*q* est à la partie AQ de la carene; ainsi la distance γs des deux verticales VT, *ut* sera à la quantité MF dont le centre de gravité requis F de la tranche P*q* est plus avancé vers la poupe que le centre *g* de la partie A*q*: & en voicy la raison. AQ & P*q* doivent être en équilibre autour du centre de gravité *g*; puisque AQ & P*q* forment ensemble le solide A*q* dont *g* est le centre de gravité. Or l'équilibre ne peut pas subsister, à moins que AQ & P*q* ne soient en raison réciproque de la distance de leur centre de gravité γ & F au centre *g* autour duquel se fait l'équilibre. Ainsi il faut que la tranche P*q* soit à la partie AQ de la carene, comme γg est à F*g*: mais mettant à la place de la raison de γg à F*g*, celle de γs à MF qui lui est egale à cause de la ressemblance des triangles γsg, FM*g*, nous trouverons notre analogie: la tranche P*q* est à la partie AQ de la carene, comme γs est à MF, qui détermine le centre de gravité requis F de la tranche P*q*.

Nous nous imaginons donc que le vent augmente d'une quantité inſenſible, & qu'agiſſant ſur la voile avec un peu plus de force de même que l'eau ſur la prouë, c'eſt la partie Aq de la carene qui eſt ſoutenuë hors de l'eau, au lieu de la partie AQ; de ſorte que x ne repréſente plus EP, mais Ep qui en différe de la quantité infiniment petite Pp $= dx$; & $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$ exprimera maintenant Au, ou la diſtance de la ligne AL au centre de gravité g de la partie Aq. Si après cela nous prenons la differentielle $-\frac{adx}{2b}$ de $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$, il eſt évident que nous trouverons l'intervale Vu ou γs, compris entre les deux verticales TV, tu; ou, ce qui revient à la même choſe, nous trouverons la petite quantité γs dont le centre g eſt plus avancé vers l'arriére du Vaiſſeau que le centre γ. Ainſi il ne nous manque plus rien pour faire la proportion indiquée cy-deſſus. La tranche ou l'élement P$q = -\frac{celdx}{a}$ eſt à la partie AQ $= \frac{acel - celx}{a}$ comme $\gamma s = -\frac{adx}{2b}$ eſt à MF, qui eſt par conſéquent égale à $\frac{a^2 - ax}{2b}$. Et ajoutant cette valeur de MF à Au ou à la diſtance $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$ des centres γ & g à la ligne AL, nous aurons $\frac{3a^2 + 2cb - 2ax}{2b}$ pour la diſtance FR du centre de gravité F de la tranche Pq à la ligne AL; de laquelle diſtance retranchant PR qu'on trouve égale à $\frac{ba - bx}{a}$ par cette proportion AE $= a$ | LE $= b$ || PA $= a - x$ | PR, il viendra $\frac{3a^3 + 2acb - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ pour la diſtance PF de la prouë au centre de gravité F de la tranche Pq.

Fig. 25.

V.

Or l'expreſſion $\frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ eſt générale pour la diſtance de la prouë au centre de gravité F de toutes les tranches horiſontales comme Pq, dont on peut concevoir que la carene eſt formée : ainſi, il ſera facile à ceux qui entendent les lieux géométriques, de reconnoître la ligne droite ou courbe dans laquelle ſe trouvent les centres de gravité F de toutes les tranches de la carene. Il n'y aura plus enſuite qu'à regler la figure de ces tranches ſur l'étenduë *el* qu'elles doivent avoir, & ſur l'endroit F où doit être ſitué leur centre de gravité. Cela ne renfermera aucune difficulté ; car puiſqu'il y a une infinité de ſuperficies dont l'étenduë eſt égale à *el*, il n'y a qu'à choiſir pour tranches de la carene, celles dont le centre de gravité peut convenir à la diſtance $\frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ de la prouë. On ſe conduira dans cette recherche d'une infinité de maniéres : ſelon les voyes que l'on prendra, les carenes ſe trouveront très-différentes, quoiqu'elles ayent toutes la même propriété de faire que le Navire reſte conſtamment de niveau.

VI.

Si on veut, par exemple, que toutes les tranches ayent la figure d'un pentagone irrégulier formé par un rectangle & un triangle iſocelle, il n'y aura qu'à tracer [Fig. 26.] le paralellograme rectangle 1221 égal à l'étenduë connuë *el* de la tranche ; on lui donnera pour largeur 11 celle *e* qu'a le Vaiſſeau par la prouë, & *l* pour ſa longueur 12 ; & faiſant enſuite les parties Y2, *y*2 égales à CQ ou C*q* de part & d'autre de 22, & joignant les points Q & Y ou *q* & *y* par des lignes droites, on aura une infinité de pentagones

Fig. 26.

tagones irréguliers comme 1YQY1, ou 1yqy1 qui seront tous de même étenduë que le rectangle 1221 $= el$. De sorte qu'il ne restera plus qu'à chercher entre ces pentagones, ceux comme 1YQY1 qui ont leur centre de gravité F placé à la distance PF découverte par les articles précédens.

Nous appellerons pour cela z le côté 1Y & nous trouverons (par les méthodes ordinaires de la Statique) que le centre de gravité F du pentagone 1YQY1 est éloigné du côté 11 de la distance $FP = \frac{4l^2 - 2lz + z^2}{6l}$. Et comme cette distance doit être égale icy à $\frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ pour que le pentagone puisse servir de tranche à la carene, nous aurons l'équation $\frac{4l^2 - 2lz + z^2}{6l} = \frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ dans laquelle $z = l - \sqrt{\frac{9a^3l + 6achl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$; de sorte que mettant à la place de x les parties EP de l'étrave que cette lettre représente, nous trouverons, en grandeurs entiérement connuës, les valeurs de $z = 1Y$ pour chacune tranche, & il n'y aura qu'à se souvenir de donner la même largeur e à chaque de ces tranches sur toute cette longueur $1Y = l - \sqrt{\frac{9a^3l + 6achl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$, & puis de les faire toutes se terminer en pointe au point Q, autant au-delà de la ligne 22 que les points Y sont en-deçà: de maniére que la distance PQ de la prouë à l'extrémité Q de chaque pentagone, ou ce qui est la même chose, la longueur QP de chaque tranche horisontale de la carene sera $l + \sqrt{\frac{9a^3l + 6achl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$. La figure de la carene étant ainsi déterminée, il sera facile d'en reconnoître les propriétez; comme, par exemple, que toutes les extrémitez Q, de même que les angles Y, Y forment la

Fig. 25. & 26.

P

circonférence d'une premiere parabole dont l'axe eſt paralelle à l'etrave EA, &c.

VII.

Mais il vaudroit mieux ſe ſervir de lignes courbes d'un ſeul trait, pour terminer les tranches de la carene, que d'y employer des lignes droites, qui forment des inflexions & des angles ſur la ſuperficie du Vaiſſeau. Je crois qu'on pourroit prendre pour cela toutes ſortes de lignes courbes, pourvû qu'on en connût la quadrature, & on feroit varier les dimenſions des abſciſſes & des ordonnées; ou, ce qui eſt la même choſe, on feroit changer le genre de ces courbes, juſqu'à ce qu'elles euſſent l'étenduë qu'on a attribué aux tranches, & que leur centre de gravité fût ſitué à la véritable diſtance de la prouë. Comme il n'y aura dans toutes ces recherches que la longueur du calcul de pénible & de difficile, il n'eſt pas néceſſaire d'en parler davantage.

VIII.

Quoiqu'il en ſoit, de la figure qu'on donnera aux tranches, il eſt certain qu'en ſuivant les proportions indiquées par notre calcul, la verticale VT ſur laquelle ſe fait reſſentir l'effort composé des chocs de l'eau & du vent, paſſera toujours par le centre de gravité de la partie de la carene qui ſera hors de l'eau; & ainſi nous devons nous attendre à voir notre Navire conſerver toujours ſa ſituation horiſontale. Les Vaiſſeaux mâtez ſelon les maximes du ſixiéme Chapitre de l'autre Section, ſont bien diſpoſez lorſque la carene ne s'éleve de l'eau que d'une quantité inſenſible, comme cela doit toujours arriver, parce que la vîteſſe du vent ne devient jamais aſſez grande: ils ſont, outre cela, bien diſpoſez, autant que la perfection de la Mâture dépend de la hauteur des Mâts. Mais icy on acheve de donner aux Vaiſſeaux ce qui leur manquoit pour

avoir une Mâture entiérement parfaite dans la ſpéculation même: & c'eſt pour cela qu'on regle la figure de leur carene ſur celle de leur prouë, parce que la bonne Mâture dépend dans la rigueur, non-ſeulement de la hauteur des Mâts, mais encore de la figure de la carene. Qu'on donne maintenant toute l'étenduë poſſible à nos voiles, & que le vent augmente ſa vîteſſe juſqu'à parcourir, ſi on le veut, 10000 toiſes par ſeconde, la carene ſortira preſque toute de l'eau, & il n'y aura qu'une très-petite partie de la prouë qui recevra l'impulſion. Cependant c'eſt cette impulſion qui ſera fort grande à cauſe de la vîteſſe du ſillage, qui ſoutiendra preſque toute la peſanteur du Navire, en ſe compoſant ſur la verticale VT avec l'impulſion du vent. Mais comme l'effort composé eſt appliqué, ſelon notre conſtruction, au centre de gravité de la partie de la carene qui eſt hors de l'eau, il ſera encore en équilibre avec la pouſſée verticale de l'eau, & par conſéquent le Navire ne s'inclinera pas ſeulement de la plus petite quantité.

CONCLUSION.

Enfin nous pouvons maintenant terminer ce diſcours, puiſque nous avons ſatisfait à la plûpart des Problêmes qu'on peut propoſer ſur la Mâture des Vaiſſeaux. On peut demander quelle doit être la hauteur des Mâts, le nombre qu'il eſt à propos d'en donner à chaque Navire & les endroits où on doit les appliquer. Or nous avons rapporté dans la premiere Section les moyens de déterminer la hauteur de la Mâture. Nous avons fait voir que tout conſiſte à bien placer le centre d'effort de la voile, & que c'eſt à peu près un égal deffaut, de le mettre un peu trop haut ou un peu trop bas. C'eſt ce que les Marins n'ont pas reconnu; car ils ne font point difficulté de changer la hauteur de leurs voiles, ſans ſe mettre en peine de l'endroit où ſe trouve enſuite le centre d'effort: Au lieu qu'il paroît clairement par notre théorie que, lorſqu'on ſuit tou-

jours la même route & qu'on veut changer l'étenduë des voiles, il faut ne le faire qu'en augmentant ou en diminuant leur largeur, afin que leur centre d'effort reste toujours précisément dans le même point. D'ailleurs les Marins ne réglent toutes les dimensions de leur Mâture que sur la seule largeur & la seule profondeur du Navire, sans faire réflexion que les Vaisseaux ont une infinité de différentes figures, & qu'ils doivent avoir par conséquent des Mâtures très-différentes, quoiqu'ils ayent même largeur & même profondeur. Après cela il n'est pas surprenant si la plûpart des Vaisseaux ne paroissent pas *bons voiliers*, & si, pour parler comme les Marins, ils se trouvent *lourds à la lame :* mais ce qu'il y a de particulier, c'est que les Marins s'imaginent que cela n'arrive que parce que ces Vaisseaux ne sont pas propres à recevoir une bonne Mâture ; de sorte qu'ils attribuënt à la figure de ces Navires ce qu'ils ne devroient attribuer qu'au deffaut de leurs propres regles. Pour nous, comme nous serons attentifs à faire répondre le centre d'effort de la voile au *point vélique*, ou au point de concours de la direction du choc de l'eau sur la prouë & de la verticale du centre de gravité de la premiere tranche de la carene, nous donnerons toujours à chaque Navire la Mâture qui conviendra à la figure particuliere de sa prouë : & il est certain que tous les Vaisseaux seront ensuite *bons voiliers* & qu'ils seront *legers à la lame ;* puisque dans les rencontres où les impulsions du vent & de l'eau se trouveront plus grandes, ils conserveront toujours leur situation horisontale & ne feront que s'élever de l'eau partout également.

C'est en considérant le Vaisseau dans la route directe que nous avons déterminé la hauteur de sa Mâture, parce que c'est dans cette route que le *point vélique* a le plus de hauteur, & que la voile doit avoir le plus d'élévation. Mais il nous a fallu examiner les Vaisseaux dans le cours des routes obliques, pour reconnoître le nombre des Mâts qu'il est à propos de leur donner & les endroits où on doit

les appliquer. C'eſt ce que nous avons fait dans la ſeconde Section, où nous avons montré qu'il faut pluſieurs voiles, non-ſeulement pour pouvoir faire tourner aiſément le Vaiſſeau en toutes ſortes de ſens, mais auſſi pour pouvoir le faire ſuivre conſtamment toutes ſortes de routes; parce qu'en donnant à quelqu'une de ſes voiles plus ou moins de part dans l'impulſion du vent, on peut donner quelle ſituation on veut à leur direction composée. Cependant le nombre des voiles n'eſt pas entiérement déterminé. Car lorſqu'on conſidére la conſtruction du Chapitre V. de la ſeconde Section, il ſemble qu'il eſt néceſſaire d'en donner trois à chaque Navire, & qu'il faut même les placer à peu près comme le font actuellement les Marins, qui mettent *leur grand Mât* au milieu de la longueur du Vaiſſeau, & les Mâts de *Miſaine* & d'*Artimon* aux extrémitez de la proue & de la poupe. Mais on reconnoît avec un peu plus d'attention qu'on peut donner à la Mâture pluſieurs autres diſpoſitions entiérement parfaites & qu'on peut même en venir à bout en ne ſe ſervant que de deux voiles, appliquées aux deux extrémitez du Navire. Or nous nous ſommes bornez à ce nombre de deux, dans le deſſein de rendre la Manœuvre plus facile, & afin de faire auſſi que nos voiles, qui doivent avoir une grande largeur, n'empêchent pas l'effet l'une de l'autre.

On diſpoſera ces voiles comme dans le Chapitre IV. ou comme dans le Chapitre VI. Et ces deux différentes diſpoſitions nous procureront à peu près les mêmes avantages. Nous naviguerons toujours avec une parfaite ſûreté, nous le ferons avec beaucoup de vîteſſe, & nous ſuivrons conſtamment la même route, ſans être ſujets à ces élans incommodes qui obligent les Marins à ſe ſervir continuellement du gouvernail. C'eſt que nous ferons toujours répondre la direction composée de nos voiles au-deſſus de la direction du choc de l'eau; ou, ce qui eſt la même choſe, nous mettrons toujours un parfait équilibre entre nos voiles: Au lieu que ſi l'équilibre ſe trouve entre les voiles

disposées selon les régles vulgaires, ce ne peut être que par un extrême hazard, puisqu'on n'examine point la figure des Vaisseaux & que sans penser à la situation particuliére de la direction du choc de l'eau, on met toujours un certain rapport entre la grandeur des voiles, & qu'on ne change point ce rapport toutes les fois qu'on suit quelqu'autre route. Il est certain aussi, que nous singlerons avec une extréme vîtesse: car comme nous n'avons rien à craindre de la plus grande violence du vent, nous ferons nos voiles beaucoup plus grandes que les ordinaires. Et quand même nous ne leur donnerions que la même étenduë, elles nous feroient encore singler beaucoup plus vîte, parce que nous aurons l'avantage de les porter toujours toutes hautes: ce qu'on ne peut pas faire dans les Navires ordinaires; où il arrive encore que la prouë en se plongeant dans la mer, trouve beaucoup plus de résistance à fendre l'eau, & que cette plus grande résistance retarde considérablement la promptitude du sillage. Nous avons même des exemples de Vaisseaux, qui vont moins vîte lorsqu'on augmente trop l'étenduë de leurs voiles, ou lorsque le vent devient trop rapide; parce que la résistance qu'ils trouvent à fendre l'eau augmente plus à proportion par l'enfoncement de leur prouë, que l'effort des voiles n'augmente par leur plus grande surface, ou par la plus grande vîtesse du vent.

Tout ce qu'on pourroit nous objecter, c'est que nos régles sont difficiles & compliquées: Mais on ne nous fera pas sans doute cette objection, si on considére la grande importance du sujet. La difficulté de nos regles vient du fond même de la matiére que nous traitons. Il faut mettre l'ordre ou l'équilibre entre un grand nombre de différentes puissances: c'est ce qu'on ne peut pas faire par la simple pratique, ou en n'employant qu'une mesure grossiére de la seule largeur ou de la seule profondeur du Navire: on est obligé d'entrer dans une discussion pénible; mais quel travail ne doit-on pas aussi entreprendre, lorsqu'il s'agit de ren-

dre la Navigation non-seulement très-prompte, mais de la rendre aussi parfaitement sûre ? Tous les jours nous nous donnons beaucoup plus de peine, pour satisfaire notre simple curiosité ou pour aquerir les plus legers avantages. D'ailleurs, lorsqu'on aura une fois déterminé pour un Vaisseau, la disposition des voiles pour toutes les routes, & qu'on aura fait une Table de ces dispositions ; cette Table servira pour tous les voyages ; & on n'aura plus qu'à la consulter. Enfin, quand même nous nous contenterions de régler les dimensions de la Mâture, & son application sur le pont, & que nous abandonnerions la disposition particuliére des voiles dans les routes obliques, à la conduite & à la prudence des Marins, après leur avoir donné quelques connoissances de nos principes, il est certain qu'ils retireroient toujours de grandes utilitez de notre théorie. Ils n'ont pas réussi jusqu'icy à faire ensorte que leurs Vaisseaux suivent toujours uniformément la même ligne, & conservent constamment leur situation horisontale ; parce que conduits par une pratique aveugle & dénuée de toute spéculation, ils se sont laissez prévenir contre la possibilité du succès ; & leur Mâture étoit aussi dans une disposition trop éloignée de celle qui convient à chaque route. Mais ce ne sera sans doute plus la même chose, lorsque nous aurons réglé les dimensions de leurs voiles & qu'ils auront quelque idée de notre théorie : ils connoîtront ensuite bien mieux les causes de tous les mouvemens du Vaisseau & de ses balancemens & inclinaisons ; ce qui les mettra en état de prévenir plusieurs accidens : ils prévoyeront bien mieux l'effet de chaque manœuvre particuliére ; & ils seront enfin toujours dirigez par nos maximes, quoiqu'ils n'entreprennent pas de les suivre dans la derniere rigueur.

FIN.

ADDITIONS.

IL y a lieu de croire qu'on ne trouvera de difficulté à observer nos maximes de Mâture, que parce qu'il est nécessaire de chercher l'axe de l'impulsion de l'eau sur la prouë, & que cette recherche demande un calcul assez penible. Comme la surface de la prouë est courbe dans tous les sens, on est obligé pour la reduire en parties planes, de la diviser en des parties infiniment petites du second genre, & lorsqu'on a trouvé le choc de l'eau sur une de ces petites parties, il faut intégrer deux fois ce choc ou cette impression élementaire, avant de pouvoir découvrir l'impulsion totale, que souffre toute la prouë. Il est vrai que les formules que nous avons données dans le Chapitre VII. de la premiere Section de l'écrit précedent, renferment déja une intégration, & qu'il n'en reste plus par conséquent, qu'une seconde à faire : mais cette seconde peut avoir encore ses difficultez, & il seroit à souhaiter qu'on pût toujours déterminer, avec moins de peine, la situation de l'axe de l'impulsion. Ce que nous nous proposions aussi principalement dans l'écrit précedent, c'étoit d'établir notre théorie & de montrer combien il est nécessaire de s'y conformer, pour pouvoir naviger avec vîtesse & avec une parfaite sûreté. Mais puisque cette théorie a eu le bonheur de mériter le suffrage de l'Académie Royale des Sciences, & qu'elle a reçû par l'approbation de ce célebre Corps, tout le poids qu'elle pouvoit jamais acquerir, nous allons tâcher d'expliquer maintenant des moyens plus simples, de la réduire en pratique.

CHAP.

CHAPITRE I.

Méthode de trouver par l'experience le centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & de découvrir la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë.

Deux choses sont nécessaires, comme nous l'avons fait voir, pour pouvoir découvrir le *point vélique :* il faut connoître la verticale du centre de gravité de la coupe horisontale du navire faite à fleur d'eau, & la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë: ce sont là comme deux *lieux* qui déterminent par leur intersection le point que nous cherchons. Quant à la premiere de ces deux lignes, il est toujours facile de la tracer; car nous avons plusieurs méthodes de trouver le centre de gravité des surfaces, & on sçait qu'il est même très-facile d'en venir à bout par l'experience. On n'a en effet qu'à prendre un morceau de planche qui soit partout de même épaisseur, & qui soit le plus homogene qu'il sera possible; on lui donnera la même figure qu'à la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, & si on le suspend à un clou avec une ficelle & qu'on lui laisse prendre la situation naturelle, on n'aura qu'à faire descendre du point de suspension un fil à plomb, & ce fil marquera sur le grand diametre de la planche le centre de gravité. Mais puisque la figure est la même que celle de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, ce sera assez de remarquer en quel endroit de la longueur de la planche se trouve son centre de gravité, & on sçaura où est situé celui de la coupe horisontale du Navire.

Il n'y aura aussi guéres plus de difficulté à trouver l'axe de l'impulsion de l'eau sur la prouë. Car il est facile de faire avec une piece de bois une petite prouë BACE [Fig. 1. Plan. 5.] semblable à celle du Vaisseau; on n'a qu'à mesurer les largeurs du Navire en un grand nombre d'en-

Fig. 1. Plan. 5. droits, & en donner de ſemblables à la piéce de bois, en prenant au lieu de pieds, de petits eſpaces de la grandeur d'un demi pouce, ou d'un tiers de pouce. On chargera enſuite la petite prouë de ſorte qu'elle enfonce dans l'eau préciſément de la même maniére que la grande, & ſi on la fait avancer en la pouſſant avec une verge DH, qu'on appliquera en differens endroits D, juſqu'à ce que ſon mouvement ſoit bien uniforme & bien horiſontal, la verge DH marquera par ſa ſituation l'axe de la réſiſtance ou de l'impulſion abſoluë de l'eau. C'eſt ce qui eſt tout-à-fait ſenſible; car le mouvement de la petite prouë ne peut être uniforme ni horiſontal, à moins que la réſiſtance de l'eau ne ſe trouve exactement détruite par l'effort de la verge, & on ſçait que cette deſtruction de forces ne ſe peut faire, que lorſqu'elles ſont préciſément contraires. Si on veut executer la même choſe d'une maniére encore plus ſimple, on n'a quà faire l'experience dans un endroit où l'eau a du mouvement. On ſoutiendra la petite prouë contre le choc de ce fluide avec la verge DH, qui aura un genou en K, & qui pourra ſe plier facilement en ce point; & auſſi-tôt que le tout conſervera conſtamment le même état, ſans que la petite prouë ſoit ſujette à tourner, & ſans que la verge fléchiſſe par ſon genou; ce ſera une marque que cette verge ſera directement opposée à l'impulſion abſoluë de l'eau. Ainſi il ſuffira, pour avoir l'axe de cette impulſion, d'obſerver ſimplement la ſituation de la verge.

On pourra faire la même choſe pour toutes les routes obliques, en diſpoſant diverſement la petite prouë par rapport au cours de l'eau : il eſt même clair que ſi on marquoit le point γ qui repreſente le centre de gravité de la coupe horiſontale du Navire faite au raz de la mer, il ſeroit tout-à-fait aisé de déterminer immediatement le point vélique. Il n'y auroit pour cela qu'à concevoir la verticale γT; & meſurer à quelle hauteur cette ligne & la verge DH ſe rencontrent dans la route directe, ou à quelle hauteur ces deux lignes paſſent l'une auprès de l'autre

dans les routes obliques. Enfin rien n'empêchera de prendre toujours toutes les mesures dont on aura besoin pour regler la disposition des Mâts & des voiles: de sorte qu'on peut dire que quoique cette méthode ne soit que mécanique, elle ne laisse pas d'être préférable à presque toutes les autres ; d'autant-plus qu'elle ne dépend de la certitude d'aucun sisteme particulier, sur les loix que les fluides observent dans leur choc. Cependant comme plusieurs personnes ne voudront peut-être pas s'en contenter, & qu'elles ne voudront pas aussi s'engager dans les calculs pénibles qu'exigent les méthodes absolument géométriques, nous proposerons encore ici en leur faveur quelqu'autres moyens : & nous commencerons par expliquer une maniére très-simple de trouver le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau.

CHAPITRE II.

Trouver le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, & de toutes les autres surfaces planes, en les divisant en plusieurs parties.

IL est très-ordinaire de chercher le centre de gravité G des surfaces planes irréguliéres, comme AEMNIB, [Fig. 2. Plan. 5.] en les séparant en plusieurs figures rectilignes, qui soient faciles à mesurer, & dont on connoisse le centre de gravité. On multiplie l'étenduë de ces parties, par la distance de leur centre de gravité à l'extrémité P de la surface ; & faisant une somme de tous les produits, on la divise par l'étenduë entiere de la surface, & le quotient marque la distance PG de l'extremité P au centre de gravité P. Cette opération est fondée sur ce grand principe de Statique, que la somme des momens de plusieurs puissances est égale au produit de toutes ces puissances par la distance de leur centre d'effort commun au point fixe. De

Fig. 2. Plan. 5.

Fig. 2. Plan. 5. forte que l'extrémité P fert icy de point fixe ; toutes les parties dans lefquelles on partage la furface AEMNIB reprefentent les poids ou les puiffances ; & lorfqu'on ajoute enfemble les momens de toutes ces parties, on trouve le moment total de la furface AN ; moment qui eft égal au produit de cette furface entiere par la diftance PG de fon centre de gravité G au point fixe P : & ainfi il n'y a qu'à divifer ce moment par l'étenduë de la furface, & on a PG. On peut par cette voye trouver le centre de gravité des figures planes avec toute l'exactitude qu'on veut : car rien n'empêche de partager les furfaces en un plus grand nombre de parties, afin que les portions AC, CE, EH, &c. de leur circuit approchent davantage d'être des lignes droites.

Mais cette méthode deviendroit extrémement longue, fi la divifion en plufieurs parties ne fe faifoit pas avec choix. Pour abreger tout-à-fait confidérablement, il faut partager la furface en trapezes, comme ABDC, CDFE, &c. par des paralelles DC, FE, HI, &c. qui foient perpendiculaires à la longueur PO, & qui foient toutes à une égale diftance les unes des autres. On trouvera toujours enfuite l'étenduë de la furface AN avec beaucoup plus de facilité ; car au lieu de faire une multiplication pour trouver l'aire de chaque trapeze, au lieu de multiplier la hauteur de chaque de ces figures par la moitié de la fomme des deux côtez paralelles, comme on l'apprend en Géométrie ; nous n'aurons qu'une feule multiplication à faire pour tous les trapezes, parce qu'ils auront tous même hauteur : c'eft-à-dire, que nous n'aurons qu'à multiplier la moitié de la fomme de tous les côtez paralelles par une hauteur comme QP, qui eft la diftance d'une paralelle à l'autre, & nous aurons l'étenduë de la fuperficie AN, ou de tous les trapezes joints enfemble. Mais il faut remarquer que comme toutes les paralelles DC, FE, IH, LK, &c. excepté la premiere BA, & la derniere NM, fervent de côté à deux trapezes, leur moitié doit être ré-

petée deux fois ; ou, ce qui eſt la même choſe, il faut employer ces paralelles entieres dans la multiplication, pendant qu'on ne mettra que la moitié de la premiere & de la derniere paralelle. Ainſi voici à quoi ſe réduit toute la pratique, pour trouver l'étenduë d'une ſurface plane irréguliere. Il faut prendre pluſieurs largeurs AB, CD, EF, HI, &c. à une égale diſtance les unes des autres & aſſez proche pour que les parties AC, CE, EH, &c. du contour de la ſuperficie, ſoient ſenſiblement des lignes droites : on fera une ſomme de toutes les largeurs intermediaires CD, EF, HI, KL, & de la moitié de la premiere & de la derniere AB & MN, & il n'y aura plus enſuite qu'à multiplier cette ſomme par la diſtance d'une largeur à l'autre. Si les lettres a, b, c, d, e, f déſignent les largeurs AB, CD, EF, &c. & que m, exprime la diſtance PQ ou QR d'une de ces largeurs à l'autre ; . . . . . $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + b + c + d + e + \tfrac{1}{2}f}$ marquera de cette ſorte l'étendue de la ſurface AN : & c'eſt auſſi ce qu'on pourroit vérifier facilement, s'il en étoit beſoin. $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}b}$ eſt l'étenduë du premier trapeze ABDC ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}c}$ l'étenduë du ſecond ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}c + \tfrac{1}{2}d}$ du troiſiéme ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}d + \tfrac{1}{2}e}$ du quatriéme ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}e + \tfrac{1}{2}f}$ du cinquieme ; & ces valeurs forment, jointes enſembles, $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}c + \tfrac{1}{2}c + \tfrac{1}{2}d + \tfrac{1}{2}d + \tfrac{1}{2}e + \tfrac{1}{2}e + \tfrac{1}{2}f}$ qui ſe réduit à $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + b + c + d + e + \tfrac{1}{2}f}$. Fig. 2. Plan. 5.

Nous ne pouvons pas nous empêcher de faire remarquer ici, que cette précaution, lorſqu'on diviſe une figure en pluſieurs parties, de leur donner à toutes quelques dimenſions égales, rend ordinairement les operations beaucoup plus ſimples, & peut-être d'un grand uſage dans la réſolution de pluſieurs Problêmes de Géometrie pratique. Mais afin de nous renfermer dans notre ſujet, ſuppoſons les mêmes dénominations que ci-deſſus, & cherchons les momens des cinq trapezes de la Figure 2. par rapport

Fig. 2. Plan. 5. au point fixe P. Le premier trapeze ABDC eſt formé du rectangle ABba & des deux triangles ACa, BDb. L'étenduë du rectangle ABba eſt le produit ma de $m = PQ$ par $a = AB$; & cette étenduë multipliée par la diſtance $\frac{1}{2}m$ de ſon centre de gravité au point fixe P, nous donnera $\frac{1}{2}m^2a$ pour le moment du rectangle ABba. D'une autre part, l'étenduë du triangle ACa eſt $\frac{1}{2}m \times \overline{\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a}$, car $Aa = m$ & $Ca = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$; ainſi l'aire des deux triangles ACa, BDb eſt $m \times \overline{\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a}$; & ſi nous multiplions cette étenduë par $\frac{2}{3}m$ parce que les centres de gravité des deux triangles, doivent répondre au $\frac{2}{3}$ de Aa ou de PQ, nous aurons $\frac{2}{6}m^2b - \frac{2}{6}m^2a$ pour le moment des deux triangles, qui étant ajouté avec le moment $\frac{1}{2}m^2a$ du rectangle Ab donnera $\frac{1}{6}m^2a + \frac{2}{6}m^2b$ pour le moment du trapeze entier ABDC. Or il ſera facile de faire la même choſe pour les autres trapezes : il ſuffira de diviſer le tout en rectangles & en triangles, & de conſiderer que la diſtance de leurs centres de gravité au point fixe P augmente dans chaque, d'un intervale comme PQ ou comme $QR = m$; c'eſt-à-dire, que ſi, par exemple, le centre de gravité des deux triangles ACa, & BDd eſt éloigné du point fixe P de la diſtance $\frac{2}{3}m = \frac{2}{3}QP$, le centre de gravité des deux triangles CEc, & DFd, ſera éloigné du même point fixe, de la diſtance $\frac{5}{3}m = m + \frac{2}{3}m = PQ + \frac{2}{3}QR$. Enfin on trouvera $\frac{4}{6}m^2b + \frac{5}{6}m^2c$ pour le moment du ſecond trapeze ; $\frac{7}{6}m^2c + \frac{8}{6}m^2d$ pour celui du troiſiéme ; $\frac{10}{6}m^2d + \frac{11}{6}m^2e$ pour celui du quatriéme ; & $\frac{13}{6}m^2e + \frac{14}{6}m^2f$ pour celui du cinquiéme ; & on aura par conſéquent $\frac{1}{6}m^2a + \frac{2}{6}m^2b$, $+ \frac{4}{6}m^2b + \frac{5}{6}m^2c$, $+ \frac{7}{6}m^2c + \frac{8}{6}m^2d$, $+ \frac{10}{6}m^2d + \frac{11}{6}m^2e$, $+ \frac{13}{6}m^2e + \frac{14}{6}m^2f$ pour le moment de toute la ſurface AHOF. Mais ce moment ſe réduit à $\frac{1}{6}m^2a + m^2b + {}^2m^2c + {}^3m^2d + {}^4m^2e + \frac{14}{6}m^2f$; & ainſi il n'y a qu'à diviſer cette derniere expreſſion par $m \times \overline{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$ qui marque l'étenduë de la ſuperficie, & nous aurons, ſelon le principe de Statique, $\frac{m^2 \times \overline{\frac{1}{6}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{14}{6}f}}{m \times \overline{\frac{1}{2}a + b + d + e + \frac{1}{2}f}}$

ou $m \times \frac{\frac{1}{6}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{14}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$ pour la diſtance PG du point fixe P au centre de gravité G. Fig. 2. Plan. 5.

Si on ſuit maintenant pied à pied le calcul précédent, & qu'on examine avec ſoin l'ordre que tous les termes obſervent entr'eux, on pourra rendre ce calcul plus géneral & l'appliquer à des ſurfaces partagées en tant de trapezes qu'on voudra. On verra que le numerateur de la fraction $\frac{\frac{1}{6}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{14}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$ qu'on doit multiplier par m eſt toujours formé, 1°. de la ſixiéme partie de la premiere largeur AB; 2°. de la ſeconde largeur entiere CD; 3°. du double de la troiſiéme largeur EF; 4°. du triple de la quatriéme largeur HI, & ainſi de ſuite juſqu'à la pénultiéme incluſivement; & quant à la derniere MN, on reconnoîtra que ſa ſixiéme partie entre un certain nombre de fois dans le numerateur de la fraction, & que pour ſçavoir combien elle y entre, il faut tripler la multitude des parties égales PQ, QR, RS, &c. que contient la longueur PO de la ſurface, & ôter l'unité du produit: c'eſt-à-dire, qu'ici où nous avons partagé la longueur PO en cinq parties, on retranche 1. de 15. qui eſt le triple de cinq, & on apprend par-là qu'il faut mettre 14. fois la ſixiéme partie de la derniere largeur MN. En un mot ſi n marque le nombre des parties égales PQ, QR, &c. nous pouvons exprimer generalement la diſtance PG de l'extremité P au centre de gravité G, par la formule . . . .

$$m \times \frac{\frac{1}{6}a + 1b + 2c + 3d + \&c. + \frac{3n-1}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + \&c. + \frac{1}{2}f}$$ ou par $$PQ \times \frac{\frac{1}{6}\overline{AB} + 1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \&c. + \frac{3n-1}{6} \times \overline{MN}}{\frac{1}{2} \times \overline{AB} + CD + EF + HI + \&c. + \frac{1}{2} \times \overline{MN}}$$. Et il eſt facile de remarquer que lorſque la premiere largeur AB & la derniere MN ſont nulles, comme cela arrive dans pluſieurs ſurfaces qui ſe terminent en pointes à leurs deux extrémitez, on peut exprimer la diſtance PG d'une maniére

Fig. 2. Plan. 5. encore plus simple par $PQ \times \frac{1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \&c.}{CD + EF + HI + \&c.}$.

Pour en donner un exemple, proposons-nous la coupe horisontale d'un Navire prise à fleur d'eau, qui ait 70 pieds de longueur, & dont les largeurs mesurées à dix pieds de distance les unes des autres en y comprenant celles des deux bouts, soient exprimées par ces nombres 0, 18, 23, 34, 23, 19, 11, & 0. La derniere formule $PG = PQ \times \frac{1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \&c}{CD + EF + HI + \&c}$ nous indique d'ajouter la largeur 18, avec le double de la largeur 23, le triple de la largeur 24, le quadruple de la largeur 23, &c. & de multiplier la somme 389 par la distance 10 d'une largeur à l'autre. Nous aurons 3890; & divisant ce produit par la somme 118 de toutes les largeurs 18, 23, 24, &c. il viendra 32 $\frac{114}{118}$ pieds ou 32 pieds 11 pouces 7 lignes, pour la distance PG du centre de gravité G à l'extrémité P de la surface; & c'est ce qu'on ne pourroit découvrir qu'avec beaucoup plus de peine, par toutes les autres voyes.

CHAPITRE III.

Trouver l'axe de l'impulsion de l'eau, en divisant la surface de la prouë en plusieurs parties sensiblement planes.

LA facilité de la méthode précédente m'a fait examiner si on ne pouvoit pas découvrir l'axe de l'impulsion de l'eau, en partageant aussi la surface de la prouë en plusieurs parties sensiblement planes. L'opération se réduit à chercher l'impulsion de l'eau sur chaque petite partie, & à composer toutes ces impulsions : mais comme elles agissent selon differentes directions, il est absolument nécessaire de les décomposer auparavant, & de les rapporter aux trois determinations, directe, laterale, & verticale, comme

comme nous l'avons fait dans le Ch. VII. de la premiere Section; c'est-à-dire, donc qu'il faut toujours chercher avec quelle force chaque partie de la prouë est poussée selon le sens paralelle à la quille, selon le sens perpendiculaire à la quille & selon le sens vertical; il faut ensuite ajouter toutes les impulsions relatives directes ensemble, de même que toutes les latérales ensemble, & toutes les verticales aussi ensemble; & de cette sorte toutes les impulsions particuliéres se trouvent réduites à trois. Comme cette opération se trouve très-longue, nous avons tâché de l'abréger : mais il faut que nous convenions que si nous sommes parvenus à la rendre beaucoup plus facile, nous n'avons pas pû réussir cependant à l'accommoder à la portée des personnes qui ne seroient nullement Géometres.

Pour trouver d'abord l'impulsion que doit souffrir chaque petite partie de la prouë, on peut mesurer actuellement l'angle d'incidence sans chercher à le découvrir, à l'aide du calcul, par la situation connuë de la surface. Il faut pour cela que le Vaisseau soit encore sur le chantier ou qu'il soit à sec dans quelque bassin: & supposé que le triangle ABC [Fig. 3. Planche 5.] soit une partie sensiblement plane de la superficie de sa prouë, on n'aura qu'à Fig. 3. Plan. 5.
situer une regle CD horisontalement, & la mettre paralellement à la direction que doit avoir l'eau; c'est-à-dire, qu'on la mettra paralellement à la quille, si on veut examiner l'impulsion de l'eau dans la route directe, mais qu'on la placera obliquement, s'il s'agit de quelque route oblique. Enfin la regle CD étant paralelle à la direction de l'eau, on mesurera l'angle qu'elle fera avec la surface ABC, & on aura l'angle d'incidence. Ainsi il ne restera plus qu'à chercher le sinus de cet angle dans les tables ordinaires, & à en multiplier le quarré par l'étenduë de la surface, & on aura l'expression du choc de l'eau; puisque ces chocs sont toujours en raison composée de l'étenduë des surfaces & des quarrez des sinus des angles d'incidence. Mais comme la mesure de cet angle peut être



encore sujette à quelque difficulté, & que d'ailleurs on n'a pas toujours entre les mains des Tables des sinus, je crois qu'il vaut mieux mesurer actuellement le sinus même ; d'autant plus que cela se peut faire tout-à-fait aisément. On n'a en effet qu'à prendre sur la regle CD un espace ED d'une grandeur constante pour représenter le sinus total : & disposant ensuite une équerre FGH, de maniére qu'étant placée perpendiculairement à la surface ABC, une de ses branches GH soit étenduë sur la surface, pendant que l'autre viendra joindre la regle au point E, la partie EG de cette seconde branche sera le sinus d'incidence ; & on en aura la valeur, si la branche est divisée en un certain nombre de parties égales. Au lieu de mettre sur la branche FG une échelle de parties égales, on pourroit encore, si on le vouloit, en mettre une semblable à celle qui est gravée sur les compas de proportion & qui porte le nom de *lignes des plans.* On ne trouveroit pas ensuite le sinus d'incidence, mais on trouveroit le quarré de ce sinus ; & il ne resteroit donc, pour avoir l'impulsion de l'eau, qu'à multiplier ce quarré par l'étenduë de la surface.

On voit qu'il sera toujours très-facile de trouver de cette sorte l'impulsion absoluë que doit recevoir de la part de l'eau chaque partie sensiblement plane de la superficie de la prouë. Il s'agit maintenant de trouver les trois impulsions relatives selon les sens direct, latéral, & vertical. Mais sans les deduire des impulsions absoluës, nous allons expliquer un principe très-commode, qui nous servira à les découvrir immédiatement, & par ce moyen nous rendrons toute l'opération beaucoup plus courte. Supposons que AB [Fig. 4. Plan. 5.] soit une surface poussée par un fluide, ou par quelqu'autre agent selon la perpendiculaire DH ; on sçait que cette surface ne peut pas être poussée selon DH, sans l'être en même-tems selon toutes les autres directions qui ne font pas un angle droit avec DH ; & que les impulsions relatives sont plus ou moins grandes, selon que ces directions font de plus petits ou de plus grands

Fig. 4. Plan. 5.

angles avec DH. Or nous ferons remarquer que si on cherche les projections FG & IK de la surface AB sur des plans perpendiculaires aux directions DC & DE (ce qui se fait, comme on le sçait, en abaissant de toutes les extremitez de la surface AB des perpendiculaires sur les plans FG & IK) il y aura même rapport de la surface AB à ces projections FG & IK, que de l'impulsion totale, qui s'exerce le long de DH ; aux impulsions relatives qui se font ressentir en même-tems selon les directions DC & DE. Fig. 4. Plan. 5.

Il est facile de voir la raison de cette vérité. Car si après avoir pris l'espace DM pour representer avec quelle force la surface AB est poussée selon DH, on abaisse du point M les perpendiculaires MN & MO sur les directions DE & EF, il est évident que les parties interceptées DN & DO de ces directions, représenteront les forces relatives avec lesquelles la surface AB est poussée selon DC & DE ; & si on transporte ensuite par la pensée les projections FG & IK, en BR & en AL, les triangles ABR & DMN seront semblables, de même que les triangles ABL & DMO ; parce que les trois côtez des uns sont perpendiculaires aux trois côtez des autres : d'où il suit que les impulsions relatives DN & DO sont à l'impulsion absoluë DM, comme les projections BR & AL, ou GF & IK sont à la surface AB. Nous n'avons point marqué ici la largeur de cette surface AB, ni celle de ses projections ; mais comme la largeur sera toujours la même dans l'une & dans les autres, il n'y a que le seul rapport des hauteurs à examiner ; & la hauteur AB de la surface qui reçoit le choc, sera toujours à la hauteur IK de quelqu'une de ses projections, comme la force absoluë selon DH est à la force relative selon DE qui est perpendiculaire à IK. Or ce principe étant admis, il est clair que lorsque nous voudrons trouver avec quelle force relative l'eau pousse une partie plane de la prouë, selon une certaine ligne, nous n'aurons qu'à chercher la projection de cette partie sur un plan perpendiculaire à la ligne proposée, & multiplier le quarré du sinus d'inciden-

ce par l'étenduë de cette projection. Nous multiplierions le quarré du sinus d'incidence par la surface même, si nous voulions trouver l'impulsion absoluë, ou ce qui revient au même, si la direction proposée étoit perpendiculaire à la surface. Mais puisqu'il ne s'agit que de l'impulsion relative selon une certaine détermination, & que l'impulsion absoluë est à l'impulsion relative comme la surface est à sa projection, il est sensible que ce n'est pas la surface entiere, mais seulement sa projection qu'il faut multiplier par le quarré du sinus d'incidence. Ainsi pour découvrir avec quelle force les parties de la prouë sont poussées selon le sens paralelle à la quille, selon le sens horisontal perpendiculaire à la quille, & selon le sens vertical, il nous faut chercher les projections de ces parties sur trois différens plans, qui doivent être perpendiculaires à ces trois directions, directe, latérale, & verticale. Nous devons donc chercher la premiere projection sur un plan vertical perpendiculaire à la quille, la seconde sur un plan vertical paralelle à la quille, & la troisiéme sur un plan horisontal. De cette sorte nous trouverons immédiatement les impulsions relatives comme nous nous le proposions, sans être obligez de chercher auparavant les absoluës. Mais il faut que nous expliquions de quelle maniére on doit partager la surface de la prouë, pour qu'on puisse mesurer commodément l'étenduë de ces trois projections dont nous avons besoin.

Fig. 5. Plan. 5. Nous diviserons la surface de la prouë GCV*g* [Fig. 5. Planc. 5.] en plusieurs zones par des plans perpendiculaires à la quille. GNC*gfm*BMF est une de ces zones, qui est séparée du reste de la surface, par les deux plans verticaux FB*f* & GC*g* perpendiculaires à la quille & à l'axe VE de la prouë. Nous diviserons encore toutes ces zones en plusieurs trapezes KFGL, MKLN, &c. par des plans horisontaux *k*KL & *m*MN, &c. Et comme il peut arriver que, malgré la petitesse de ces trapezes, leurs quatre angles ne soient pas dans un même plan, nous les réduirons encore toujours en triangles, en traçant les diagonales

FL, KN, &c. au dedans : de sorte que nous ne considérerons que ces seuls triangles comme des superficies planes. Dans toutes ces superficies il y aura toujours les pointes de deux angles qui seront dans le même plan horisontal, & la pointe du troisiéme angle sera toujours au-dessus ou au-dessous d'une des deux premieres. On mesurera avec un fil à plomb la quantité verticale dont un de ces angles sera plus élevé que l'autre, & on prendra en même-tems en bas sur le terrain, la distance du fil à plomb à la quille, afin d'avoir les demies largeurs de Navire en chaque endroit. Enfin on nommera dans chaque triangle. Fig. 5. Plan. 5.

f La quantité dont les deux angles, qui sont l'un au-dessus de l'autre, sont plus vers la poupe ou vers la prouë, que le troisiéme angle.

g La difference des deux demies largeurs de la prouë mesurées vis-à-vis des deux angles qui sont à côté l'un de l'autre, ou qui sont à même hauteur.

k La différence des deux demies largeurs mesurées vis-à-vis des angles qui sont l'un au-dessus de l'autre.

Et enfin *i* la quantité verticale dont un de ces derniers angles est au-dessus de l'autre.

C'est-à-dire, que si dans le triangle FGL, on abaisse par la pensée la perpendiculaire FP sur EG, & que du point L on tire la verticale LQ qui rencontre EG perpendiculairement en Q, la lettre *f* désignera FP ou AE, qui est la distance des deux plans verticaux qui terminent le tronc *g*BG de la prouë, & qui comprennent notre triangle. *g* désignera PG qui est la difference des deux demies largeurs AF & EG de la prouë ; *k* exprimera la différence GQ des deux demies largeurs mesurées en G & en L : & enfin *i* marquera LQ ou HA. On n'a pareillement dans le triangle NMK qu'à abaisser du point N la perpendiculaire NR sur IM prolongée vers R, & du point K abaisser la verticale KS qui rencontrera IM en S : nous aurons ensuite NR = FP = AE pour la valeur de *f*, valeur qui sera la même dans tous les triangles de la même zone G*Bg*.

Fig. 5. Plan. 5. Nous aurons, 2°. la différence MR des deux demies largeurs mesurées en M & en N pour la valeur de g; valeur qui sera ordinairement differente dans tous les triangles. Nous aurons 3°. MS qui est la différence des deux demies largeurs IM & MK pour la valeur de k. Et nous aurons 4°. la quantité verticale KS dont le point K est plus élevé que le point M pour la valeur de i. En un mot il sera toujours facile de connoître les quatre grandeurs f, g, k, & i, dans tous les triangles; il faudra seulement bien observer, de ne pas confondre ce qui appartient à l'un, avec ce qui appartient à l'autre; & il sera ensuite tout-à-fait aisé de trouver l'étenduë des trois projections que nous demandions.

S'il s'agit, par exemple, de l'impulsion que souffre le triangle FGL, & que nous cherchions sa projection sur le plan vertical qui passe par GL & GE, & qui est perpendiculaire à la quille, il est évident qu'il nous viendra le triangle PGL; puisque les points L & G sont communs au triangle FGL, & à sa projection PGL, & que le point P répond au point F, à cause de FP qui est paralelle à la quille & qui tombe perpendiculairement sur GP. Ainsi c'est l'étenduë du triangle PGL qu'il faut multiplier par le quarré du sinus d'incidence, pour avoir, conformément à ce que nous avons dit cy-devant, l'impulsion relative directe, à laquelle est sujette la partie triangulaire FGL. Or on trouvera l'étenduë du triangle de projectiou PGL, en multipliant sa base PG par la moitié de la hauteur LQ. C'est-à-dire, que nous aurons $\frac{1}{2}\,ig$ pour l'étenduë de cette projection; & on peut voir aisément que toutes les autres parties triangulaires de la prouë ont également $\frac{1}{2}\,ig$ pour leur projection faite sur un plan vertical perpendiculaire à la quille, aussi-tôt qu'on donne à i & à g les grandeurs qui leur conviennent. Si on cherche en second lieu la projection faite sur le plan horisontal AFGE, on trouvera le triangle FGQ; car les points F & G de la projection sont les mêmes que ceux du triangle FGL, & le point

Q répond au point L dans la même verticale QL : c'eſt par conſéquent le produit $\frac{1}{2}\overline{GQ} \times \overline{PF} = \frac{1}{2}kf$ qui marque l'étenduë de la projection, & c'eſt ce produit qu'on doit multiplier par le quarré du ſinus d'incidence, pour avoir la force relative verticale avec laquelle le triangle FGL eſt pouſſé en haut : & on peut remarquer que $\frac{1}{2}$ *kf* convient à tous les triangles. Enfin comme la projection faite ſur le plan vertical paralelle à la quille doit être compriſe entre les mêmes plans horiſontaux, que le triangle FGL, il eſt évident qu'elle aura LQ $= i$ de hauteur, & que ſa largeur ſera égale à FP $= f$; parce qu'elle ſera auſſi compriſe entre les mêmes plans verticaux perpendiculaires à la quille : c'eſt-à-dire, donc que $\frac{1}{2}\overline{LQ} \times FP = \frac{1}{2}if$ ſera l'étenduë de cette projection, & que c'eſt $\frac{1}{2}$ *if* qu'il faut multiplier par le quarré du ſinus d'incidence, pour avoir la force avec laquelle chaque triangle FGL eſt pouſſé lateralement ou de côté. Ainſi les produits $\frac{1}{2}ig$, $\frac{1}{2}if$, & $\frac{1}{2}kf$ déſignent les trois projections dont nous avions beſoin, & ſont, pour ainſi dire, les *expoſans* des trois impulſions relatives, directe, laterale, & verticale. Ces projections une fois trouvées, ſerviront pour les routes de toutes ſortes d'obliquitez ; il n'y aura que le ſinus d'incidence qui ſera ſujet à changer. On meſurera ce ſinus comme nous l'avons expliqué cy-devant, & il ne reſtera donc qu'à en multiplier le quarré par les projections, pour avoir les trois impulſions relatives, auſquelles chaque partie triangulaire FGL de la ſurface de la prouë ſera exposée. Fig. 5. Plan. 5.

Nous diſons qu'on meſurera le ſinus d'incidence ; mais il faut remarquer qu'on n'en prend ainſi actuellement la meſure que pour le decouvrir avec plus de facilité : car on pourroit en trouver la valeur par le calcul, en ſe ſervant ſimplement des dimenſions que nous venons de ſuppoſer. En effet ſi *n* déſigne le ſinus total, & *m* & *h* la tangente & la ſecante de l'angle de la derive, ou la tangente & la ſecante de l'obliquité de la route, nous pour-

Fig. 5. Plan. 5. rions prouver aſſez aiſément que, $\frac{n^2ig \pm nmfi}{h\sqrt{i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}}$ eſt l'expreſſion générale des ſinus d'incidence ſur toutes les parties triangulaires de la prouë; ſur les parties qui ſont du côté de l'angle de la dérive lorſque le ſecond terme du numérateur eſt affecté du ſigne +, & ſur les parties de l'autre moitié de la prouë lorſque le ſecond terme eſt affecté du ſigne —. Le quarré de cette expreſſion étant multplié par les trois projections $\frac{1}{2}\,ig$, $\frac{1}{2}\,if$, $\frac{1}{2}\,kf$, on trouve, $\frac{\frac{1}{2}ig \times \overline{n^2ig \pm nmif}^2}{h^2 \times \overline{i^2f^2 + i^2g + k^2f^2}}$; $\frac{\frac{1}{2}if \times \overline{n^2ig \pm nmif}^2}{h^2 \times \overline{i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}}$; & $\frac{\frac{1}{2}kf \times \overline{n^2ig \pm nmif}^2}{h^2 \times \overline{i^2f^2 + i^2g + k^2f^2}}$, pour les trois chocs relatifs, direct, latéral, & vertical.

Enfin auſſi-tôt qu'on aura découvert ces chocs relatifs pour tous les triangles, il faudra ajouter enſemble tous les chocs directs, parceque comme ils agiſſent dans le même ſens, ils doivent former un choc total, égal à leur ſomme. Il faudra par la même raiſon ajouter auſſi enſemble toutes les impulſions verticales. Mais quant aux latérales, on prendra la différence de celles qui ſe font ſur le côté droit de la prouë & de celles qui ſe font ſur le côté gauche; parceque ces impulſions latérales ſont contraires, & que les plus foibles doivent ſuſpendre une partie de l'effet des plus fortes. Or toutes nos impulſions relatives ſe trouveront de cette maniére réduites ſimplement à trois: & il ne ſera pas fort difficile de trouver auſſi les directions de ces forces, en employant le principe de Statique, dont nous nous ſommes déja ſervi. Nous n'aurons qu'à concevoir auprès du Vaiſſeau, un plan paralelle à la direction que nous voudrons déterminer; & ſi nous multiplions les chocs particuliers que ſouffrent toutes les parties de la prouë, par leur diſtance à ce plan, & que nous ajoutions enſemble tous ces produits ou momens, nous n'aurons qu'à diviſer leur ſomme ou le moment total par la ſomme des impulſions, & il nous viendra au quotient la diſtance de leur direction composée, à ce plan que nous aurons pris pour terme. On déterminera ainſi les directions des trois chocs relatifs,

relatifs, que souffrent ensemble toutes les parties de la prouë, & il faudra ensuite composer ces directions, pour avoir l'axe du choc absolu ou de l'impulsion totale. Comparant d'abord les deux impulsions relatives horisontales, directe, & laterale, on trouvera la direction de toute la partie de l'impulsion qui agit selon le sens horisontal : & comparant cette direction avec celle du choc relatif vertical, on trouvera enfin l'impulsion totale absoluë.

CHAPITRE IV.

Application de la méthode précédente à un Navire du Croisic.

J'Ay fait un essai de la méthode précédente sur un petit Navire du *Croisic* appellé le *S. Pierre*, du port d'environ 23 tonneaux, dont j'ai répresenté la carene dans la Figure 6 de la Planche 5. La coupe horisontale ACBE prise à fleur d'eau lorsque le Navire flottoit librement & qu'il étoit chargé, avoit 38 pieds 4 pouces de longueur AB & 12 pieds 6 pouces de plus grande largeur CE. La profondeur OF de la carene étoit de cinq pieds, & la distance AO de l'extrémité A de la prouë au point O de la plus grande largeur étoit d'environ 14 pieds 5 pouces. Pendant que la mer étoit basse & que le Navire étoit à sec, je divisai la moitié AEF de sa prouë en neuf parties triangulaires qui étoient sensiblement planes : mais cependant j'eus poussé la division beaucoup plus loin, s'il eût été question de tirer quelques conséquences certaines & de mâter effectivement ce Navire. Ces neuf triangles étoient disposez comme ils le paroissent dans la figure, & voicy à peu près comment j'en reglai l'arrangement, & que j'en pris les dimensions. Je laissai tomber du point A un fil à plomb, afin de déterminer le point *a*; & ayant prolongé la quille jusqu'à ce point, je lui tirai sur le terrain les trois perpen- Fig. 6. Plan. 5.

Fig. 6. Plan. 5.

diculaires *ml*, *gh*, & F*e*, d'une longueur indéterminée. Je fis partir les deux premieres, des deux points *m* & *g* que je pris à volonté, après cependant avoir mesuré les distances *am* & *ag*; mais je tirai la troisiéme du point F qui répondoit sous la plus grande largeur du Navire. Je pris ensuite un fil à plomb, égal à la hauteur A*a* de l'extrémité de la prouë, qui étoit de 5 pieds, & l'ayant appliqué aux points L, H, E qui répondoient exactement au-dessus des lignes *m l*, *gh*, F*e*, & qui étoient élevez au-dessus du terrain de toute la longueur du fil, je marquai ces trois points; & on mesura en même-tems en bas les trois espaces *ml*, *gh*, & F*e*, afin d'avoir les trois demies largeurs du Navire dans ces trois points. Je rendis ensuite le fil à plomb égal à la hauteur M*m*, & l'appliquant aux points K & X qui étoient également élevez que le point M & qui répondoient précisément au-dessus des lignes *gh*, & F*e*, on mesura les intervales *gk* & F*x*, pour avoir les demies largeurs de la carene dans les deux points K & X. Enfin je diminuai encore la longueur du fil à plomb, & l'ayant fait égal à la hauteur G*g*, je l'appliquai au point T qui étoit à la même hauteur & qui répondoit au-dessus de F*e* & je fis mesurer l'intervale F*t*. Il est clair que je pouvois ensuite, avec toutes ces dimensions, trouver aisément les trois differentes projections des neuf triangles ALM, LHK, LMK, MKG, HEX, KHX, KXT, GKT, & GTF dans lesquels j'avois partagé la moitié de la prouë : car pour trouver, par exemple, celles du triangle KHX, je n'avois qu'à faire attention que les grandeurs que nous avons désignées dans le Chapitre précédent par f, g, k, & i, sont égales à gF, à $Fx - gk$, à $gh - gk = kh$, & à $Hh - Kk$; & il ne me restoit plus que de simples multiplications à faire, pour avoir l'étenduë des trois projections $\frac{1}{2}ig$, $\frac{1}{2}if$, & $\frac{1}{2}kf$. Enfin je trouvai que celles du premier triangle étoient de $577\frac{1}{2}$, de $445\frac{1}{2}$, & de $472\frac{1}{2}$ pouces quarrez; celles du second de $478\frac{1}{2}$, 957, & 667; du troisiéme de $676\frac{1}{2}$, 957, & 1015; du quatriéme de $430\frac{1}{2}$,

609, & 1189; du cinquiéme de 181 $\frac{1}{2}$, 1452, & 660; du sixiéme de 313 $\frac{1}{2}$, 1452, & 1012; du septiéme de 199 $\frac{1}{2}$, 924, & 1056; du huitiéme de 378, 924, & 1804; & enfin du neuviéme de 108, 264, & 1584. Je mesurai aussi les sinus d'incidence sur les neuf triangles, en me servant d'une équerre, comme je l'ai expliqué au commencement de l'autre Chap. Je pouvois par la formule $\frac{n^2 ig + nmif}{h\sqrt{i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}}$ déduire ces sinus des dimensions que je venois de prendre; mais il étoit plus court, comme je l'ai déja dit, de les mesurer actuellement. Je supposai le sinus total de 100 parties & je trouvai ces neuf valeurs, 66, 38, 43, 30, 11, 17, 14, 18, & 6. Mais il faut remarquer que ces sinus n'appartiennent qu'à la route directe, parce que je ne situai ma regle que paralellement à la quille. Fig. 6. Plan. 5:

Les quarrez de ces sinus sont 4356, 1444, 1849, 900, 121, 289, 196, 324, & 36. Je n'avois qu'à multiplier ces quarrez par l'étenduë des neuf triangles & il me fût venu, comme on le sçait, les chocs absolus que doivent recevoir ces triangles; mais comme je ne voulois avoir que les chocs relatifs directs & verticaux, je multipliai chaque quarré par chaque des projections $\frac{1}{2}$ *ig*, & $\frac{1}{2}$ *kf* & je reconnus que les neuf impulsions relatives directes étoient 2515590, 690954, 1250848 $\frac{1}{2}$, 387450, 21961 $\frac{1}{2}$, 90601 $\frac{1}{2}$, 39102, 122472, & 3888; & les neuf impulsions relatives verticales 2058210, 963148, 1876735, 1070100, 79860, 292468, 206976, 584496, & 57024. J'ajoutai ensuite les chocs horisontaux ensemble & les verticaux aussi ensemble, & je reconnus que la demie prouë AEF devoit être poussée selon le sens paralelle à la quille avec une force 5122867 $\frac{1}{2}$ & verticalement avec la force 7189017: d'où il suit que la prouë entiére qui doit être poussée avec des forces doubles, devoit ressentir les deux impulsions relatives 10245735, & 14378034. Je ne me servis point des projections $\frac{1}{2}$ *if* des neuf triangles, ou, ce qui est la même chose, je ne cherchai point avec quelle force le Na-

Fig. 6. Plan. 5. vire étoit pouſſé de côté ; parce qu'une des moitiez de la prouë eſt autant pouſſée que l'autre, auſſi-tôt que le Navire ſingle directement ſur ſa quille ; & les deux impulſions latérales qui ſont contraires, doivent alors ſe détruire mutuellement.

Pour trouver enſuite la direction DW ſur laquelle agit l'impulſion relative horiſontale, je pris en pouces les diſtances perpendiculaires des centres de gravité des triangles au plan ACE, qui eſt une partie de la premiere tranche de la carene. Il faut remarquer que je ne meſurai pas actuellement ces diſtances, mais ce qui me donna préciſément la même choſe, comme il ſeroit facile de le démontrer, je fis une ſomme des diſtances des trois angles de chaque triangle au plan ACE & j'en pris le tiers. Je multipliai après cela les impulſions relatives horiſontales 2515590, 690954, &c. par les diſtances des centres de gravité, ce qui me donna les momens de ces impulſions : & diviſant ſelon le principe de Statique, la ſomme 176122905 de ces momens par la ſomme 10245735 des impulſions, il me vint 17 pouces & un peu plus, pour la quantité DS dont la direction DW eſt au-deſſous du plan ACE. Je cherchai enſuite de la même maniére la direction DI de l'impulſion relative verticale. Je m'imaginai à l'extrémité A de la prouë, un plan vertical perpendiculaire à la quille, & ayant multiplié les impulſions particuliéres verticales 2058210, 963148, &c. par leurs diſtances à ce plan, je trouvai leurs momens particuliers & j'eus 814974408 pour leur ſomme ou pour le moment total. Je diviſai ce moment total par 14378034 qui eſt la ſomme des impulſions verticales, & il me vint au quotient 56 pouces environ 8 lignes pour la diſtance AS de la direction verticale DI à l'extrémité A de la prouë. J'eus encore conçû un autre plan vertical, mais paralelle à la quille, & j'eus cherché les diſtances des directions DW & DI à ce plan, s'il eût été queſtion d'une route oblique. Mais dans le cas que je conſidérois, les directions DW & DI n'étoient

pas plus d'un côté du Vaiſſeau que de l'autre ; elles étoient exactement dans le plan vertical AOF qui coupe la prouë par la moitié. Fig. 6. Plan. 5.

Enfin il ne me reſtoit plus qu'à compoſer les deux directions DW & DI pour trouver la direction DRN de l'impulſion abſoluë : mais c'eſt ce qui étoit tout-à-fait facile après tous les calculs précédens ; puiſque cette direction DR doit être la diagonale d'un rectangle DQRP qui a ſes côtez DQ & DP en même raiſon que les deux impulſions horiſontale, & verticale 10245735, & 14378034. Je cherchai auſſi le centre de gravité γ de la premiere tranche ACBE de la carene par la méthode du Chapitre II. de ces Additions, & ayant ſouſtrait AS qui étoit de 56 $\frac{2}{7}$ pouces de la diſtance Aγ que je trouvois de 17 pieds 8 pouces, il me vint 12 pieds 11 $\frac{5}{7}$ pouces pour Sγ ou pour DW. Je fis après cela cette analogie : l'impulſion horiſontale DQ = 10245735 eſt à l'impulſion verticale DP ou QR = 14378034, comme 12 pieds 11 $\frac{5}{7}$ pouces valeur de DW ſont à environ 18 pieds 2 pouces, valeur de WN ; &, ſi on en retranche Wγ qui eſt égal à DS, & qui eſt de 17 pouces, il reſtera 16 pieds 9 pouces pour l'élévation γN du *point vélique* N, qui eſt, comme on le ſçait, le point d'interſection de l'axe DN du choc de l'eau & de la verticale du centre γ. Ainſi nous voyons que pour donner une diſpoſition parfaite à la Mâture du Navire le *S. Pierre*, il eût fallu mettre le centre d'effort de ſes voiles à 16 pieds 9 pouces au-deſſus de la ſurface de l'eau ; ou à environ 14 pieds au-deſſus du Navire, parce que le tillac & le bord pouvoient avoir 2 pieds 9 pouces de hauteur au-deſſus de l'eau. Cela ſuppoſé, ſi on eût fait la voile large de 20 pieds par en bas & de 50 par le ſommet, comme on le pouvoit très-aiſément ; il eût fallu la faire de 24 $\frac{1}{2}$ pieds de hauteur, & donner auſſi cette même hauteur aux Mâts au-deſſus du Navire : c'eſt ce qu'on trouve par l'analogie indiquée à la fin de l'article V. du Chapitre IX. de la premiere Section.

Fig. 25. & 26. Il n'y auroit pas plus de difficulté à trouver l'impulsion de l'eau dans une route oblique : l'opération seroit simplement plus longue, parce qu'il faudroit chercher le choc relatif latéral auquel seroient exposées les parties de la prouë & qu'il faudroit composer ce choc avec les deux autres. Il est vrai qu'à faire la même opération seulement pour neuf ou dix routes, on s'engageroit dans un travail de plusieurs jours. Mais il suffit de faire attention aux fruits considérables qu'on en retireroit & à l'importance de la matiére, & je crois qu'on ne comptera ensuite la peine que pour très-peu de chose. Ce ne sont pas simplement nos maximes de Mâture, qui supposent la détermination exacte de l'axe de l'impulsion absoluë de l'eau: nous croyons même, comme nous l'avons déja insinué, qu'après que nous aurons mis nos deux voiles aux deux extremitez du Vaisseau & que nous leur aurons donné la hauteur convenable pour la route directe, on pourroit sans inconvenient laisser aux Marins le soin d'en regler la disposition particuliére dans les routes obliques; & de cette sorte nous n'aurions gueres à chercher l'axe du choc absolu de l'eau, que dans le seul cas où le Navire single directement sur sa quille. Mais presque tous les Problêmes de Manœuvre supposent la détermination de ce même axe dans les routes obliques. Il n'est pas possible, par exemple, de découvrir autrement la disposition la plus avantageuse de la voile & du Vaisseau ; soit pour gagner au vent ; soit pour suivre une route proposée ; soit pour atteindre un autre Vaisseau qui fait voile & qui fuit. D'ailleurs si la Théorie de la Manœuve est fondée sur la connoissance de l'impulsion de l'eau, il est certain qu'on ne peut guéres découvrir cette impulsion, par les méthodes purement géométriques : car la courbure de la carene est mécanique & irréguliére dans presque tous les Vaisseaux, & ainsi il n'y a point de meilleur parti à prendre, que celui de partager la prouë en plusieurs petites surfaces sensiblement planes, comme nous venons de faire. Peut-être cependant que

la méthode précédente, quoique nous ayons trouvé le moyen de l'abreger assez considerablement, paroîtra encore trop longue, pour qu'on puisse se résoudre à en faire un fréquent usage dans la Marine. Mais nous allons montrer qu'on peut presque toujours en rendre l'application beaucoup plus simple, aussi-tôt qu'il s'agit de découvrir l'impulsion de l'eau pour plusieurs routes.

CHAPITRE V.

Ayant trouvé par l'expérience ou par quelqu'autre moyen l'impulsion de l'eau sur la prouë, pour la route directe & pour une route oblique, découvrir géométriquement les impulsions pour toutes les autres routes.

En effet c'est assez que nous connoissions les impressions de l'eau dans deux routes différentes, pour que nous puissions les trouver dans toutes les autres; pourvû cependant qu'il n'y ait toujours que les mêmes parties de la prouë qui soient exposées au choc. Cela vient de ce qu'il y a toujours, quoique cela paroisse assez surprenant, un certain rapport entre toutes les impulsions que peut souffrir une surface & de ce que ce rapport se trouve non-seulement dans les surfaces courbes géométriques & réguliéres; mais aussi dans celles qui sont comme formées au hazard & dont les parties ne gardent aucun ordre dans leur situation. De sorte qu'une surface dont la courbure n'est pas soumise au calcul algébraïque, reçoit des chocs dont la relation y est soumise & dont la relation peut s'exprimer d'une maniére générale.

Si nous considérons d'abord les expressions des chocs relatifs que nous avons données dans le Chapitre VII. de la premiere Section, nous verrons qu'on peut toujours les réduire à cette forme $\frac{E \pm m \times F \pm m^2 \times G}{h^2}$ dans laquelle, E,

F, & G ſont des grandeurs conſtantes, qui ne changent point par les diverſes obliquitez de la route; mais qui ſont ſimplement differentes ſelon qu'il s'agit d'impulſions relative ou directe, ou latérale, ou verticale. Supposé, par exemple, qu'on examine la premiere formule . . . . $\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, il eſt clair qu'elle eſt préciſément la même que $\frac{1}{h^2} \int \frac{2n^4qydy^3}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}} \pm \frac{m}{h^2} \times$ . . $\int \frac{4n^3rydy^2dx}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}} + \frac{m^2}{h^2} \int \frac{n^2qydydx^2}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$; & cette derniere expreſſion ne differe point de $\frac{E}{h^2} \pm \frac{m}{h^2}F + \frac{m^2}{h^2}G$ ou de $\frac{E \pm mF + m^2G}{h^2}$ auſſi-tôt qu'on déſigne les trois intégrales $\int \frac{2n^4qydy^3}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, $\int \frac{4n^3rydy^2dx}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, $\int \frac{n^2qydydx^2}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, par les lettres E, F, G. On peut dire auſſi la même choſe des impulſions, relative, latérale, & verticale. Toute la différence qui ſe trouve, c'eſt que lorſqu'il eſt queſtion de l'impulſion directe, exprimée par la premiere formule, les grandeurs E, F, G ſont égales aux intégrales que nous venons de rapporter; au lieu que lorſqu'il s'agit de l'impulſion latérale qui eſt exprimée par la quatriéme formule, ces grandeurs ſont égales aux intégrales $\int \frac{3n^4ydy^2dx}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, $\int \frac{\frac{3n^3q}{r} ydydx^2}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, & $\int \frac{n^2ydx^3}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ & aux integrales . . . . . $\int \frac{3n^4ydy^2dx}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, $\int \frac{3n^3ydydx^2}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, $\int \frac{n^2ydx^3}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, lorſqu'il eſt queſtion des impulſions verticales. Mais enfin il eſt ſenſible que les grandeurs E, F, G ne ſont toujours point ſujettes à changer par les divers angles de dérive, & qu'il n'y a de variable dans l'expreſſion $\frac{E \pm mF + mG}{h^2}$ que la tangente m & la ſecante h: & ſi on met à la place de h^2

ſa

ſa valeur $n^2 + m^2$, nous aurons cette autre formule $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + m^2}$, qui ne contient plus que la ſeule variable m, & qui convient néanmoins à tous les conoïdes & pour tous les angles de dérive.

Nous trouverons encore la même choſe, en nous ſervant des expreſſions générales $\frac{1}{2}\, ig \times \frac{\overline{n^2 ig \pm mnfi}^2}{h^2 \times \overline{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}}$; $\frac{1}{2}\, if \times \frac{\overline{n^2 ii \pm mnfi}^2}{h^2 \times \overline{f^2 i^2 + i^2 g^2 + 2k^2}}$, & $\frac{1}{2}\, kf \times \frac{\overline{n^2 ik \pm mnf}^2}{h^2 \times \overline{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}}$ dont nous avons parlé dans le Chapitre III. de ces Additions. Car ſi nous prenons à volonté une de ces expreſſions, comme, par exemple, la derniere, qui marque l'impulſion relative verticale ſur chaque partie triangulaire de la prouë GCVg [Fig. 5. Plan. 5.] nous n'aurons qu'à lui donner cette forme $\frac{1}{2}\, kf \times \frac{n^4 i^2 g^2 \pm 2mn^3 fgi^2 + m^2 n^2 f^2 i^2}{h^2 \times \overline{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}}$ ou cette autre $\frac{1}{h^2} \times \frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2} \pm \frac{m}{h^2} \times \frac{n^3 gi^2 kf^2}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2} + \frac{m^2}{h^2} \times \frac{\frac{1}{2} n^2 f^3 i^2 k}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$, & nous verrons qu'elle contient trois termes dont le premier n'a $\frac{1}{h^2}$ de variable, puiſque le reſte $\frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$ eſt formé ſimplement du ſinus total n, & des grandeurs i, g, f, k qui marquent la ſituation & les dimenſions du triangle FGL qui reçoit le choc. Par la même raiſon, le ſecond & le troiſiéme terme n'ont que $\frac{m}{h^2}$, & $\frac{m^2}{h^2}$ de variables; & ainſi, ſi E eſt la ſomme de toutes les valeurs $\frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$ tirées de tous les triangles dont la ſurface de la prouë eſt formée; ſi outre cela F eſt la ſomme de toutes les valeurs $\frac{n^3 gi^2 kf^2}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$ &

que G ſoit celle de toutes les valeurs $\frac{\frac{1}{2}n^2 f^3 i^2 k}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$, nous aurons $\frac{E}{h^2} \pm \frac{m}{h^2}F + \frac{m^2}{h^2}G$, ou $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ pour l'impulſion relative verticale que ſouffrent enſemble toutes les parties de la moitié de la prouë. Or comme on peut partager toutes les ſurfaces tant Géométriques que Mécaniques en parties triangulaires ſenſiblement planes comme FGL, au moins en parties infiniment petites, il eſt certain que nous pouvons appliquer ce que nous venons de dire à toutes ſortes de ſurfaces, c'eſt-à-dire, que $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + n^2}$ peut toujours exprimer toutes les impulſions relatives auſquelles elles ſont ſujettes. Ainſi il n'eſt plus queſtion que de déterminer les grandeurs E, F, G; & de le faire d'une maniére aſſez générale pour convenir à toutes les ſurfaces.

Le moyen qui me paroît le plus commode, c'eſt de comparer cette formule $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ à trois impulſions déja connuës : car nous aurons trois differentes équations, & il n'en faut pas davantage pour pouvoir déterminer trois inconnuës telles que E, F, G. Je ſuppoſe donc que lorſque l'angle de la dérive eſt nul, ou que le fluide ſe meut ſelon la ligne de la quille, le choc relatif ſelon une certaine détermination eſt repreſenté par A ; que lorſque l'angle de la dérive eſt ſenſible & que c eſt ſa tangente, le choc relatif, ſelon le même ſens que le premier eſt repréſenté par a ; & que lorſque e eſt la tangente de l'angle de la dérive, le choc relatif ſelon la même détermination que les deux autres eſt a. J'introduis ſucceſſivement à la place de m, dans la formule générale $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + m^2}$, les tangentes o, $+ c$, & $+ e$ des trois angles de dérive, & je trouve ces trois diverſes impulſions $\frac{E}{n^2}$,

$\frac{E + cF + c^2G}{n^2 + c^2}$, & $\frac{E + eF + e^2G}{n^2 + e^2}$; ce qui me donne les trois équations $\frac{E}{n^2} = A$, $\frac{E + cF + c^2G}{n^2 + c^2} = \mathrm{a}$, & $\frac{E + eF + e^2G}{n^2 + e^2} = a$. La premiere me fait déja découvrir que $E = An^2$; & faisant disparoître E des deux autres, j'ai $\frac{An^2 + cF + c^2G}{n^2 + c^2} = \mathrm{a}$ & $\frac{An^2 + eF + e^2G}{n^2 + e^2} = a$. Je cherche ensuite dans ces dernieres équations la valeur de F ; ce qui me donne $F = \frac{-An^2 + \mathrm{a} \times \overline{n^2 + c^2} - c^2G}{c}$, & $F = \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + e^2} - e^2G}{e}$; & comparant ces deux valeurs ensemble, on a l'égalité $\frac{-An^2 + \mathrm{a} \times \overline{n^2 + c^2} - c^2G}{c} = \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + e^2} - e^2G}{e}$ dans laquelle il est facile de découvrir G, qui est notre derniere inconnuë; on trouve $G = \frac{An^2 \times \overline{e - c} - \mathrm{a}e \times \overline{n^2 + c^2} + ac \times \overline{n^2 + e^2}}{ce^2 - c^2e}$ & introduisant cette valeur dans celle $\frac{-An^2 + \mathrm{a} \times \overline{n^2 + c^2} - c^2G}{c}$ de F, il viendra $F = \frac{-An^2 \times \overline{e^2 - c^2} + \mathrm{a}e^2 \times \overline{n^2 + c^2} - ac^2 \times \overline{n^2 + e^2}}{ce^2 - c^2e}$ Or maintenant que nous connoissons les trois valeurs de E, F, & G nous n'avons qu'à les faire entrer dans l'expression $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ & nous la changerons en cette formule générale $\frac{An^2}{n^2 + m^2} \pm m \times$ . . . .

$$\frac{-An^2 \times \overline{e^2 - c^2} + \mathrm{a}e^2 \times \overline{n^2 + c^2} - ac^2 \times \overline{n^2 + e^2}}{\overline{ce^2 - c^2e} \times \overline{n^2 + m^2}} + m^2 \times \ldots$$

$\frac{An^2 \times \overline{e - c} - \mathrm{a}e \times \overline{n^2 + c^2} + ac \times \overline{n^2 + e^2}}{\overline{ce^2 - c^2e} \times \overline{n^2 + m^2}}$: *formule* qui peut être d'un grand usage pour trouver toutes les impulsions ausquelles les surfaces courbes sont sujettes, aussi-tôt qu'on connoît déja trois de ces impulsions. Cette formule peut servir pour chaque moitié de la prouë, prise séparément ;

pour la moitié qui est la plus exposée au choc, lorsqu'on affectera la tangente m du signe $+$, & sur l'autre moitié, lorsqu'on affectera cette tangente du signe $-$.

Mais lorsque la superficie qui reçoit le choc a deux parties parfaitement égales, qui s'étendent de part & d'autre d'une ligne droite, qu'on peut prendre pour axe, & qu'on voudra trouver l'impulsion sur les deux parties tout à la fois, on pourra construire d'autres formules qui seront beaucoup plus simples. L'expression $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ en renferme à proprement parler deux autres; puisque si on prend $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ & qu'il soit question comme ici du choc que reçoit la prouë; cette premiere expression marque le choc sur la moitié qui est du côté de l'angle de la dérive; & si on prend $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$, on aura le choc sur le côté opposé, qui est le moins exposé à l'action de l'eau. Ainsi pour avoir l'impulsion que souffre la prouë entiere, nous n'avons qu'à joindre $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ avec $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$, & nous aurons $\frac{2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$; supposé qu'il s'agisse d'impulsions directes ou verticales : car on sçait que les deux impulsions directes, de même que les deux verticales que reçoivent les deux moitiez de la prouë, s'exercent dans le même sens & s'aident l'une & l'autre. Mais si nous voulons avoir le choc latéral, il faut soustraire celui $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ que reçoit un côté, de celui $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ que reçoit l'autre côté, & nous aurons $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ pour la force avec laquelle la prouë entiére sera poussée latéralement, par le choc

le plus fort. De sorte que $\frac{2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ & $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ sont les deux formes sous lesquelles se trouvent toujours les impulsions relatives que souffre la prouë entiere : les impulsions directes & les verticales viennent toujours sous la premiere forme, & les latérales, sous la seconde.

Or il suffit maintenant que nous connoissions deux impulsions selon une certaine détermination pour pouvoir découvrir toutes les autres selon la même détermination; au lieu qu'il nous falloit auparavant en connoître trois. Je nomme encore A le choc direct ou vertical que reçoit la prouë entiére, lorsque l'angle de la dérive est nul, ou lorsque le Navire single directement sur sa quille, & a, le choc direct ou vertical que reçoit la prouë, lorsque le Navire suit une route dont c marque la tangente de l'obliquité. Je substituë successivement les deux valeurs zero, & c de la tangente de la dérive à la place de m dans l'expression générale $\frac{2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ & je réduis cette expression à ces deux autres $\frac{2E}{n^2}$, & $\frac{2E + 2c^2G}{n^2 + c^2}$ qui doivent donc être égales à A & à a. Déduisant ensuite une valeur de ${}^2E$, de chaque de ces équations $\frac{2E}{n^2} = A$ & $\frac{2E + 2c^2G}{n^2 + c^2} = a$, nous trouvons ${}^2E = An^2$ & ${}^2E = a \times \overline{n^2 + c^2} - {}^2c^2G$; & comparant ces deux valeurs, il nous vient $An^2 = a \times \overline{n^2 + c^2} - {}^2c^2G$; d'où nous tirons $G = \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{2c^2}$. Enfin si nous faisons disparoître E & G de l'expression $\frac{2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ nous aurons *la formule* $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$, qui marque, en grandeurs entiérement connuës, les impulsions relatives directes ou verticales, pour les routes de toutes les obliquitez.

Mais nous trouverons encore bien plus aisément les chocs relatifs latéraux que la prouë entiére est sujette à recevoir ; & cette facilité vient de ce que l'expression $\frac{2mF}{n^2+m^2}$ de ces chocs ne contient qu'une seule inconnuë F. Je nomme b le choc latéral qui convient à un angle de dérive dont c est la tangente : je substituë cette tangente à la place de m, & il me vient $\frac{2cF}{n^2+c^2}$ qui doit donc être égale à b. Il suit de-là que $F = \frac{b \times \overline{n^2+c^2}}{2c}$; & introduisant cette valeur de F dans $\frac{2mF}{n^2+m^2}$, nous aurons la *formule* $\frac{m}{n^2+m^2} \times \frac{b \times \overline{n^2+c^2}}{c}$, qui exprime, d'une maniére très-simple, les impulsions latérales sur la prouë entiere, pour tous les angles de dérive dont m est la tangente.

Voilà le moyen de découvrir toutes les impulsions latérales aussi-tôt qu'on en a déja découvert une. Mais en y faisant un peu d'attention, on reconnoît aisément qu'on peut les trouver aussi sans en supposer aucune de connuë ; parce qu'on peut les déduire des impulsions directes. Cela vient de la conformité qu'il y a entre l'expression $\frac{m}{h^2} \times \int \frac{2n^3qydydx^2}{r \times \overline{dx^2+dy^2}}$ ou $\frac{m}{n^2+m^2} \int \frac{2n^3qydydx^2}{r \times \overline{dx^2+dy^2}}$ de cette impulsion latérale, & le second terme de l'expression $\frac{1}{n^2+m^2} \int \frac{2n^4qydy^3}{r \times \overline{dx^2+dy^2}} + \frac{m^2}{n^2+m^2} \int \frac{n^2qydydx^2}{r \times \overline{dx^2+dy^2}}$ de l'impulsion relative directe que souffre la prouë entiére. Ces deux expressions sont déduites des formules de la Table de la page 52 ; & si on compare la derniere avec $\frac{An^2}{n^2+m^2} + \frac{m^2}{n^2+m^2} \times \frac{-An^2+a \times \overline{n^2+c^2}}{c^2}$ qui lui est égale & qui a la mê-

me forme, on verra que $\frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ eſt la valeur de l'intégrale $\int \frac{n^2 qydydx^2}{r \times dx^2 + dy^2}$. Multipliant enſuite par $^2 n$, nous aurons $\frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ pour la valeur de . . . $\int \frac{2n^3 qydydx^2}{r \times dx^2 + dy^2}$, & par conſéquent $\frac{m}{n^2 + m^2} \times$ . . . . $\frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ ſera celle de l'impulſion latérale $\frac{m}{n^2 + m^2} \int \frac{2n^3 qydydx^2}{r \times dx^2 + dy^2}$. Ainſi on voit que nous avons deux méthodes de trouver ces impulſions pour les routes de toutes ſortes d'obliquitez. Si nous connoiſſons déja une de ces impulſions (b) pour un angle de dérive dont c eſt la tangente, nous nous ſervirons de la formule $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{b \times \overline{n^2 + c^2}}{c}$ de l'article précédent : mais ſi nous n'en connoiſſons aucune, & que nous ayons ſimplement les impulſions relatives directes A & a, dans la route directe & dans une route oblique, nous n'aurons qu'à nous ſervir de *la formule* $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$.

Enfin ce ſont non-ſeulement les impulſions relatives qu'on peut découvrir par les moyens précédens, mais on peut auſſi trouver leurs momens : car ils ſe réduiſent également toujours à l'une ou à l'autre de ces deux formes $\frac{2E + 2m^2 G}{n^2 + m^2}$ ou $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$. Comme les momens ne ſont que les impulſions multipliées par les diſtances de leurs directions à un certain terme, & que ces diſtances ne ſont point ſujettes à changer, par les diverſes obliquitez de la route, il eſt clair que les momens qui appartiennent à chaque moitié de la prouë, doivent avoir la même forme

$\frac{E + mF + m^2 G}{n^2 + m^2}$ que les impulsions mêmes; & c'est ce qu'on voit aussi en jettant les yeux sur les formules de la Table de la page 52, qui contiennent des momens dans leur numérateur. Mais si on cherche les momens pour la prouë entiére; ce qu'on fera en ajoutant les deux momens particuliers, lorsqu'ils sont tous deux *positifs*, ou en retranchant l'un de l'autre, lorsqu'il y en a un qui doit être regardé comme *négatif*, on trouvera toujours $\frac{2E + 2m^2 G}{n^2 + m^2}$ dans le premier cas, & $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ dans le second: & ainsi on pourra avoir recours à nos formules générales, $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a.\times\overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ & $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{b\times\overline{n^2 + c^2}}{c}$ pour découvrir les momens de toutes les impulsions, aussi-tôt qu'on en aura déja découvert quelques-uns.

Lorsqu'on cherche par rapport au sommet de la prouë le moment de l'impulsion latérale que souffre la prouë entiere, on trouve qu'il vient sous la seconde forme $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$; & si on le divise par l'impulsion latérale, qui se trouve aussi sous la seconde forme, & que nous pouvons exprimer par $\frac{2mP}{n^2 + m^2}$ en prenant P pour une grandeur constante, nous aurons $\frac{F}{P}$ pour la quantité VX [Figure 5. Planc. 5.] dont la direction YZ de l'impulsion latérale que souffre la prouë est éloignée du sommet V de la prouë: ce qui nous apprend que cette direction YZ reste toujours dans le même endroit par rapport à la longueur du Vaisseau. Mais ce n'est pas la même chose des autres directions; elles sont toutes sujettes à changer, aussi-tôt que le Navire prend des routes de différentes obliquitez. Si nous cherchons, par exemple, le moment de l'impulsion,

Fig. 5. Plan. 5.

l'impulsion directe par rapport au plan vertical qui passe par le milieu de la prouë, nous le trouverons encore sous la seconde forme, & nous pourrons l'exprimer par $\frac{2mQ}{n^2+m^2}$, en prenant Q pour une grandeur constante. Nous trouverons ce moment sous la seconde forme, parce que le moment qui appartient à une des moitiez de la prouë est *négatif* par rapport à l'autre; ce qui ne vient pas des impulsions, puisqu'elles agissent toutes deux dans le même sens, & qu'elles sont par conséquent toutes deux *positives*; mais cela vient de ce que les deux directions sont placées de différens côtez du plan vertical qui passe par le milieu de la prouë, & que la distance d'une de ces directions au plan vertical doit être censée *négative*. Enfin le moment total $\frac{2mQ}{n^2+m^2}$ étant divisé par l'impulsion directe que souffre la prouë entiére, & que nous pouvons représenter par $\frac{2R+2m^2S}{n^2+m^2}$, nous trouverons $\frac{mQ}{R+m^2S}$ pour la distance XY de l'axe de la prouë à la direction YT de l'impulsion relative directe à laquelle la prouë entiére est exposée; & on voit que cette distance est sujette à changer selon que la tangente m de l'obliquité de la route augmente ou diminuë. Fig. 5. Plan. 5.

Mais ce qui est très-remarquable, c'est que quoique YT s'approche ou s'éloigne de l'axe VE de la prouë, la direction composée YW sur laquelle s'exerce toute la force horisontale de l'eau, passe cependant toujours par le même point D de l'axe VE. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à considérer que la direction composée YW est la diagonale du rectangle YTWZ qui a pour ses côtez YZ & YT, les deux impulsions relatives, latérale & directe que nous venons de désigner par $\frac{2mP}{n^2+m^2}$ & $\frac{2R+2m^2S}{n^2+m^2}$. Et

Fig. 5. Plan. 5.

faisant ensuite cette proportion $YZ = \frac{2mP}{n^2 + m^2}$ | ZW $= YT = \frac{2R + 2m^2S}{n^2 + m^2}$ || $XY = \frac{mQ}{R + m^2S}$ | XD, nous trouverons pour XD la grandeur constante $\frac{P}{Q}$. Ainsi le point D est toujours également éloigné de la direction YZ de l'impulsion latérale ; & comme d'un autre côté cette direction est toujours à la même distance de l'extrémité V de la prouë, il s'ensuit que le point D par lequel passe la direction composée YW de toute l'impulsion horisontale, tant latérale que directe, sera aussi toujours également éloigné de l'extrémité V de la prouë. Il nous est très-avantageux de connoître cette propriété qu'ont les prouës de toutes sortes de figures. Car c'est de part & d'autre du point D qu'on doit mettre en équilibre les voiles de l'avant & de l'arriére ; & puisque ce point ne change point par l'obliquité des routes, il n'est pas nécessaire, pour le rendre stable, de nous assujettir à ne donner à la prouë qu'une certaine forme particuliére. Nous pourrons au contraire, choisir toujours la figure qui nous procurera par ailleurs le plus d'avantages ; & nous aurons encore la commodité de pouvoir déterminer le point D en cherchant simplement la direction YW dans une seule route.

Il est vrai que toutes les choses précédentes n'ont lieu que lorsque l'eau ne rencontre précisément que les mêmes parties de la prouë. Mais comme l'obliquité des routes n'est pas ordinairement excessive, on pourra très-souvent négliger la nouvelle partie de la carene, qui se trouvera exposée au choc d'autant plus qu'elle n'en recevra toujours que très-peu. Et dans les rencontres où on voudra pousser l'exactitude plus loin, on n'aura qu'à chercher encore par les moyens précédens l'impulsion que souffre la prouë : ce sera toujours autant de fait ; & il ne restera plus qu'à y joindre l'impulsion sur la nouvelle partie, impulsion qu'on découvrira aisément par la méthode du

Chap. III. en partageant cette nouvelle partie en quelques triangles. Il arrivera aussi pour l'ordinaire que les directions des trois chocs relatifs seront toutes en differens plans, & qu'elles ne se couperont en aucun point. Alors, si on en excepte un cas très-singulier, il ne sera jamais possible de composer exactement ces trois forces ni de les réduire à une seule direction. Mais comme on peut se dispenser, dans la pratique des Arts, d'observer une précision trop rigoureuse, il n'y aura point d'inconvenient à chercher la direction du choc absolu, comme si les directions des impulsions relatives se trouvoient deux à deux exactement dans le même plan.

CHAPITRE VI.

Remarques sur les propriétez particuliéres qu'ont toutes les prouës formées en demi conoïdes.

JUsqu'ici nous n'avons parlé que des propriétez qui conviennent aux prouës de toutes sortes de figures ; mais si on attribuë aux prouës quelques especes de formes déterminées, il arrivera qu'outre les propriétez précedentes, qui sont générales & communes, elles en auront toujours d'autres qui leur seront particuliéres. C'est ce que nous allons faire voir dans les prouës en demi conoïdes après avoir donné les dimensions de celle qui trouve à fendre l'eau le moins de résistance qu'il est possible.

Nous mettons ces mesures dans cet endroit-cy de nos Additions, parce que nous n'avons point eu occasion de les inserer ailleurs. Nous avons cru qu'en les calculant nous rendrions quelque service à la Marine ; car tout ce qu'on nous a donné touchant le problême de la prouë la plus avantageuse, est beaucoup au-dessus de la portée des ouvriers ; au lieu que la Table suivante met tout le mon-

de en état de profiter de cette découverte. On peut voir dans l'*Analyse démontrée* du R. P. Reyneau, que nous avons déjà citée, que a étant une grandeur constante & z une variable, les abscisses de la courbe qui doit engendrer la prouë, sont égales à $\frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} - \frac{5}{12}a - Lz$, & les ordonnées correspondantes égales à $\frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z}$. Nous avons pris 100 pour la valeur de la grandeur arbitraire constante a; ce nombre est assez grand pour qu'on puisse déterminer les dimensions des plus gros Vaisseaux, à moins d'une ligne près.

TABLE

Des dimensions de la prouë la plus avantageuse.

Abscisses ou parties de l'axe de la prouë.	Ordonnées ou demi-largeurs de la prouë.	Valeurs de z.	Logarithmes de z.	Abscisses ou parties de l'axe de la prouë.	Ordonnées ou demi-largeurs de la prouë.	Valeurs de z.	Logarithmes de z.
0	308	58	0	2880	1904	240	142
6	317	70	19	3366	2102	250	146
20	336	80	33	3911	2316	260	150
44	364	90	44	4539	2545	270	154
78	400	100	55	5194	2791	280	158
125	444	110	64	5943	3053	290	161
185	496	120	73	6769	3333	300	165
260	557	130	81	7678	3631	310	168
354	626	140	89	8675	3948	320	171
468	704	150	95	9767	4284	330	174
604	792	160	102	10959	4640	340	177
766	890	170	108	12258	5016	350	180
956	999	180	114	13668	5413	360	183
1178	1118	190	119	15198	5832	370	186
1434	1250	200	124	16852	6273	380	188
1729	1394	210	129	18639	6737	390	191
2065	1550	220	134	20565	7225	400	194
2448	1720	230	138	22636	7736	410	196

L'uſage de cette Table ſera tout-à-fait aisé. Après avoir tiré une ligne droite pour ſervir d'axe, on portera deſſus la longueur de chaque abſciſſe, meſurée ſur une échelle de parties égales, & on lui élevera une perpendiculaire égale à l'ordonnée qui lui répond dans la Table. On conduira enſuite une ligne courbe par les extrémitez de toutes ces ordonnées ou perpendiculaires, & la faiſant tourner autour de ſon axe, elle formera la proüe la plus avantageuſe. Enfin comme cette proüe eſt un demi-conoïde, toutes ſes coupes perpendiculaires à ſon axe, ou tous ſes *gabaris*, pour parler en terme de conſtruction, ſont des demi-cercles. On trouvera les rayons de ces *gabaris*, ou les demi largeurs de la proüe, dans la ſeconde & dans la ſixiéme colonne, & on verra dans la premiere & dans la cinquiéme à quelle diſtance de l'extrémité de la proüe, on doit mettre ces demi largeurs. Il reſtera au ſommet du conoïde une petite ouverture, parce que la ſurface ne vient pas joindre l'extrémité de l'axe: mais on peut fermer cet endroit avec un plan, ou bien en prolongeant la ſurface en cône. Quant aux autres colonnes de notre Table, elles ne ſerviront que lorſqu'on voudra trouver les chocs relatifs de l'eau par le moyen des expreſſions du Chapitre VIII. de la premiere Section: nous avons marqué dans ces colonnes, & les valeurs que nous avons attribuées à z, & les logarithmes Lz qu'ont ces diverſes valeurs, dans une logarithmique dont $a = 100$ eſt la ſoutangente.

Pour venir maintenant aux propriétez particulieres qu'ont toutes les proües formées en conoïdes, nous ferons d'abord ſouvenir les Lecteurs que les formules de la Table de la page 52 ſont conſtruites pour ces ſortes de figures. Si on déduit enſuite de la premiere formule, l'impulſion relative directe que ſouffre toute la proüe, on aura . . . $\int \frac{2n^4 qy dy^3 + m^2 n^2 qy dy dx^2}{h^2 r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$; & il eſt clair que ſi on pouvoit intégrer cette expreſſion, ſans l'aſſujettir à la courbure d'au-

une prouë déterminée, on auroit généralement l'impulsion directe que tous les conoïdes sont sujets à souffrir. Or c'est ce qu'on peut faire dans un certain cas. On le peut, lorsque le quarré m^2 de la tangente de la dérive est double du quarré n^2 du rayon, ou lorsque cette tangente est égale à $n\sqrt{2}$. Car l'expression précédente se réduit alors à $\int \frac{2n^4qydy^3 + 2n^4qydydx^2}{b^2r \times dx^2 + dy^2}$, qui se réduit par la division à .... $\int \frac{n^4qydy}{b^2r}$ ou à $\int \frac{2n^2qydy}{3r}$, en mettant $3n^2$ à la place de $b^2 = n^2 + m^2$; & si on intégre cette derniere expression, on trouve $\frac{n^2qy^2}{3r}$, qui est le produit du tiers du quarré du sinus total n par l'étenduë $\frac{qy^2}{r}$ du demi cercle qui sert de base au demi conoïde & qui a l'ordonnée y pour rayon. Ainsi on voit cette vérité assez surprenante que tous les conoïdes de même base sont sujets à la même impulsion directe, aussi-tôt que la tangente m de l'angle de la dérive est égale à $n\sqrt{2}$, ou aussi-tôt que le fluide fait avec l'axe du conoïde un angle d'environ 54 degrez 44 minutes. C'est-à-dire, que si CFE (Fig. 6. Plan. 5.) est un demi cercle qui a y pour rayon, & par conséquent $\frac{qy^2}{r}$ pour surface, & qu'on mette sur ce demi cercle, un cône, ou un conoïde parabolique ou hyperbolique CAEF, &c. l'impulsion de l'eau selon le sens de l'axe AO, dans le cas marqué, sera toujours la même: elle sera toujours $\frac{n^2qy^2}{3r}$; & cette impulsion sera précisément égale à celle que recevroit le demi cercle CFE, si le fluide pouvoit le rencontrer. Car on peut considérer la surface de ce demi cercle, comme celle d'un conoïde, dont l'axe AO seroit infiniment petit; & ainsi tout ce qui est vrai pour les conoïdes en général, le doit être aussi pour ce demi cercle CFE qui leur sert de base.

Fig. 6. Plan. 5.

La prouë qui a la figure la plus avantageuſe étant du nombre des conoïdes, doit recevoir auſſi une égale impulſion dans la route oblique de 54 degrez 44 minutes de dérive. Deſorte qu'elle perd, dans ce cas, l'avantage qu'elle a ſur toutes les autres prouës. Mais elle le conſerve au moins juſques-là ; c'eſt-à-dire, que dans toutes les routes obliques, elle trouve toujours un peu moins d'obſtacle de la part de l'eau, ſelon le ſens direct, que tous les autres conoïdes ; & ce n'eſt enfin que lorſque la dérive eſt parvenuë à environ 54 degrez 44 minutes qu'il n'y a pas de différence entre les réſiſtances. Au ſurplus, toutes les autres eſpeces de figures ont auſſi une propriété qui a rapport à celle que nous remarquons ici. Si on examine, par exemple, les impulſions directes ſur les lignes courbes dont les deux branches ſont parfaitement égales de part & d'autre de leur axe, comme dans la parabole ou dans l'hyperbole, on trouvera que toutes ces courbes ſouffrent toujours préciſément la même impulſion auſſitôt que l'obliquité de la route eſt, non pas de 54 degrez 44 minutes comme dans les conoïdes, mais de 45 degrez juſtes. Il nous ſeroit très-facile de prouver cette propriété des lignes courbes. Mais nous ne le faiſons pas, parce qu'il n'en reviendroit aucune utilité. Il ne ſuffit pas de conſidérer les Vaiſſeaux comme s'ils n'étoient terminez que par un ſimple trait ou une ſimple ligne : car la ſurface de leur prouë eſt courbe dans tous les ſens, dans le ſens horiſontal & dans le ſens vertical ; & de plus leurs coupes horiſontales ne ſont pas des figures ſemblables.

Enfin, ſi nous revenons aux prouës en conoïdes, & ſi nous tirons de la 4e formule de la Table de la page 52, l'expreſſion $\int \frac{6n^4ydy^2dx + 2m^2n^2ydy^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ de l'impulſion relative verticale que ſouffre la prouë entiére, nous pourrons faire à peu près les mêmes remarques ſur cette impulſion que ſur la relative directe. Mais afin que nous puiſſions

diviser le numérateur $6n^4ydy^2dx + 2m^2n^2ydx^3$ par $dx^2 + dy^2$ il faut que m^2 soit égale à $3n^2$, ou que l'angle de la dérive soit de 60 degrez. Alors $\int \frac{6n^4ydy^2dx + 2m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ deviendra $\int \frac{6n^4ydy^2dx + 6n^4ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, qui se réduit effectivement par la division à $\int \frac{n^4ydx}{b^2}$ ou à $\int \frac{1}{2} n^2ydx$, en mettant $4n^2$ à la place de $b^2 = n^2 + m^2$; & c'est-là l'impulsion verticale à laquelle sont exposez tous les conoïdes, aussi-tôt que le quarré de la tangente m est triple du quarré n^2 du rayon, ou que la tangente m est égale à $n\sqrt{3}$. Or comme ydx est l'élement de la surface AOE [Fig. 5. Plan. 5.] renfermée entre l'axe AO & la courbe AHE, il est clair que $\int ydx$ est l'étenduë de cette surface AOE, & que $\int \frac{1}{2} n^2ydx$ est le produit de cette étenduë par la moitié du quarré du sinus total. Ainsi voici encore une vérité qui est une espece de paradoxe. Toutes les prouës CAEF formées en demi conoïdes, qui ont leur coupe horisontale ACE de même étenduë, sont sujettes à la même impulsion relative selon le sens vertical, lorsque l'angle de la dérive ou l'angle de la direction du fluide & de l'axe du conoïde, est de 60 degrez. D'où il suit que pour juger dans ce cas, de l'impulsion verticale, il n'est pas nécessaire de connoître la figure de la prouë; il suffit de sçavoir seulement l'étenduë de sa coupe faite à fleur d'eau.

Au surplus ces observations ne sont pas de simple curiosité; car elles nous mettent en état de découvrir beaucoup plus aisément les impulsions de l'eau sur toutes les prouës formées en conoïdes. On sçait que pour se servir des formules $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ & $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ du Chapitre précédent, il

il faut avoir déja trouvé deux impulsions A & a, l'une pour la route directe, & l'autre pour une autre route dont c est la tangente de l'obliquité. Mais nous n'aurons désormais qu'à chercher simplement le choc pour la route directe ; car les deux remarques que nous venons de faire sur les prouës en conoïdes, feront que nous connoîtrons toujours aisément une autre impulsion directe ou verticale. Lorsqu'il s'agira, par exemple, des chocs relatifs selon le sens paralelle à la quille, ou selon le sens latéral perpendiculaire à la quille, lesquels supposent également la connoissance de deux impulsions relatives directes, A & a, nous n'aurons qu'à nous souvenir que lorsque l'angle de la dérive est d'environ 54 degrez 44 minutes, ou que la tangente de cet angle est égale à $n\sqrt{2}$, l'impulsion directe, qui est alors précisément la même que celle que recevroit le demi cercle CFE s'il étoit exposé au choc de l'eau, est égale au produit de $\frac{1}{3}n^2$ par l'étenduë de ce demi cercle. Ainsi nous n'aurons qu'à introduire $n\sqrt{2}$ à la place de c, & le produit de $\frac{1}{3}n^2$ par l'aire du demi cercle CFE à la place de l'impulsion a ; & si nous mettons aussi à la place de A, l'impulsion que nous aurons trouvée dans la route directe, nos formules exprimeront en termes entiérement connus, les impulsions que souffre la prouë dans les routes de toutes les obliquitez. Fig. 6. Plan. 5.

Pour ne pas laisser ceci sans quelque application, nous supposerons que la prouë du Navire le *S. Pierre* dont nous avons parlé dans le Chapitre IV. de ces Additions, est un demi conoïde, & que le demi cercle CFE qui lui sert de base est de 6687 pouces quarrez. Multipliant cette étenduë par le tiers du quarré du sinus total n que nous ferons ici de 100 parties de même que dans le Chapitre que nous venons de citer, il nous viendra 22290000 pour l'impulsion relative que doit recevoir la prouë selon le sens de la quille dans la route dont $100\sqrt{2} = n\sqrt{2}$ est la tangente de l'obliquité. Or nous n'avons qu'à substituer

dans la formule $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{- An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$, cette tangente $100\sqrt{2}$ à la place de c, l'impulsion 22290000, qui convient à cette tangente, à la place de a & l'impulsion 10245735 qui appartient à la route directe (comme nous l'avons trouvé dans le Chapitre IV.) à la place de A; & il nous viendra $\frac{10245735\,10000 + m^2 \times 28312132}{10000 + m^2}$ pour l'expression générale des chocs relatifs directs dans toutes les routes : c'est-à-dire, qu'il ne restera donc plus qu'à introduire à la place de m, la tangente de quel angle de dérive on voudra, & on aura l'impulsion pour cet angle. Si on fait de semblables substitutions dans la formule $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{- 2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ qui sert à trouver les impulsions latérales par le moyen des impulsions directes, nous aurons $\frac{m}{10000 + m^2} \times 566242650 0$ pour l'expression générale de ces impulsions ; & on déterminera aussi cette expression à servir pour quelle route particuliére on voudra, en substituant à la place de m, la tangente de chaque angle de dérive.

Ce sera encore à peu près la même chose pour les chocs relatifs verticaux, aussi-tôt qu'on aura déja trouvé, par la méthode du Chapitre III. ou par quelqu'autre moyen, le choc vertical A pour la route directe. Car la connoissance de l'aire de la surface CAE, nous tiendra lieu d'une seconde impulsion ; puisque le produit de la moitié de cette surface par la moitié $\frac{1}{2} n^2$ du quarré du sinus total, représente, comme nous l'avons vû, l'impulsion verticale dans la route de 60 degrez de dérive. C'est pourquoi nous n'aurons qu'à introduire ce produit à la place de a, & $n\sqrt{3}$, à la place de c dans la formule $\frac{An^2}{n^2 + m^2}$.

$\mp \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$, qui ſert également pour les impulſions verticales que pour les directes, & on aura l'expreſſion de ces impulſions verticales pour toutes les routes.

Enfin il ſera peut-être aſſez convenable de réſumer ici en peut de mots les principales choſes que nous avons expliquées dans ces Additions. Les Lecteurs ont trouvé dans le Chapitre III. la maniére de découvrir l'impulſion que l'eau fait ſur les prouës de toutes ſortes de figures, en partageant leurs ſurfaces en pluſieurs parties triangulaires ſenſiblement planes. On ſe ſervira de cette méthode pour trouver l'impulſion directe & l'impulſion verticale dans deux routes différentes, dans la directe & dans une oblique qu'on choiſira à volonté : & n déſignant enſuite le ſinus total ; c la tangente de la dérive de la route oblique ; & A & a les deux impulſions verticales trouvées par la méthode du Chapitre III. la formule $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ exprimera toutes les impulſions verticales, pour tous les autres angles de dérive dont m ſera la tangente.

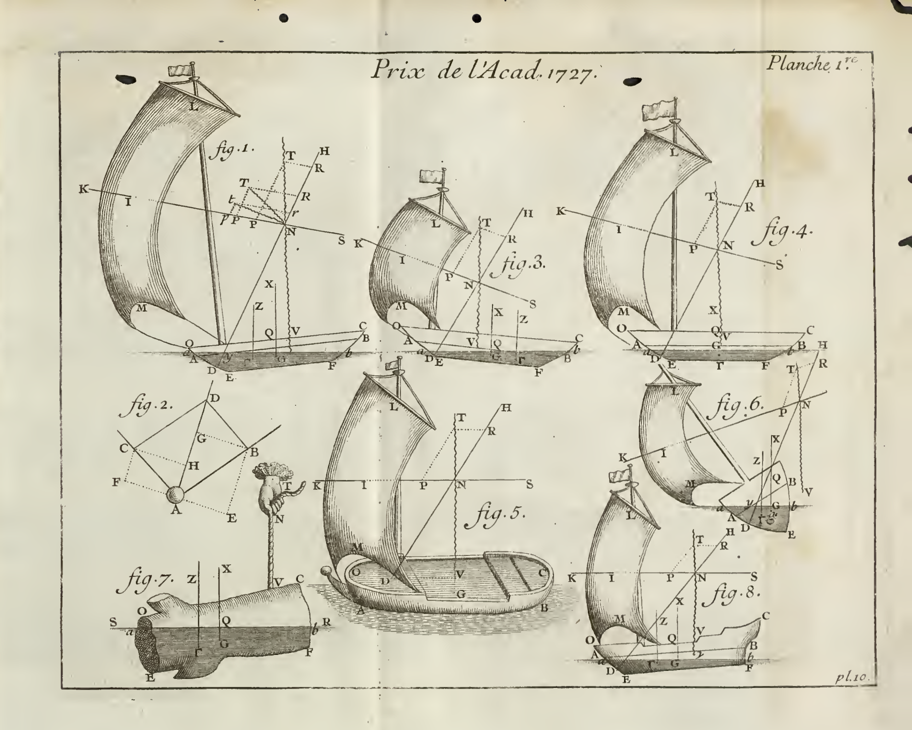
Cette même formule exprimera auſſi les impulſions relatives directes pour toutes les routes ; auſſi-tôt que A & a déſigneront les deux impulſions directes trouvées par la méthode du Chapitre III. & cette autre formule $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ exprimera en même-tems toutes les impulſions latérales. C'eſt ce que nous avons expliqué dans le Chapitre V. & nous avons fait voir auſſi que la direction compoſée de tout le choc horiſontal de l'eau paſſe toujours par le même point de la quille. De ſorte qu'il ſuffit de chercher cette direction dans une ſeule route oblique pour ſçavoir de part & d'autre de

quel point, on doit toujours mettre toutes les voiles en équilibre.

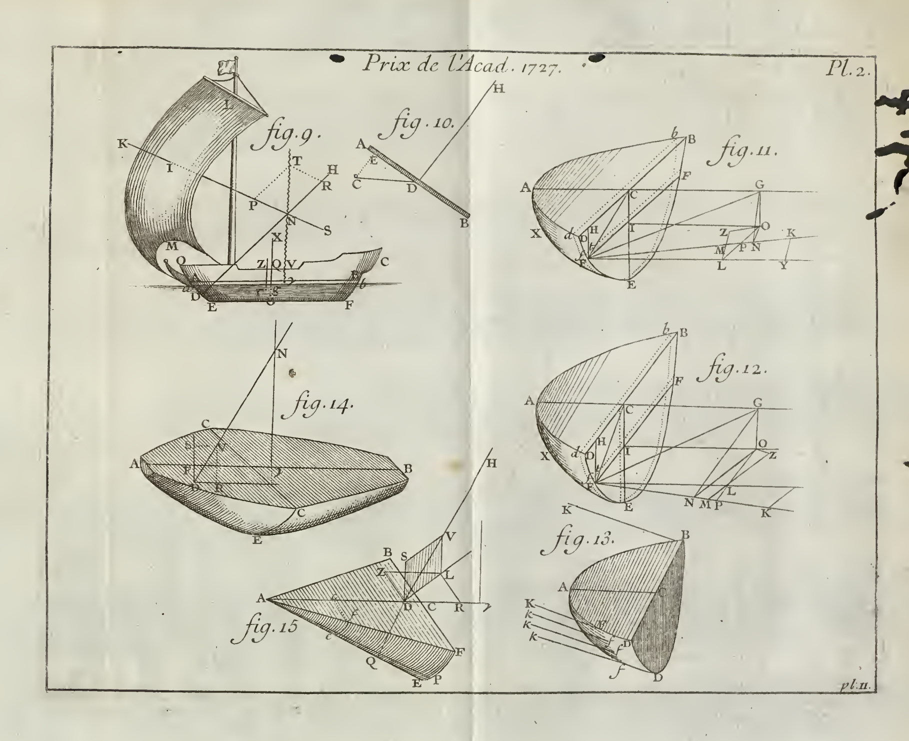
Ce que nous venons de dire convient aux prouës de toutes les figures ; mais lorſque la prouë eſt faite en demi conoïde, il ſuffit de chercher, par la méthode du Chapitre III. les impulſions directe & verticale pour la ſeule route directe. Alors A déſignant l'impulſion directe connuë, & e l'étenduë du demi cercle CFE qui ſert de baſe au demi conoïde de la prouë, nous aurons, 1°. $\frac{An^2 + m^2 \times \overline{-\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}en^2}}{n^2 + m^2}$ pour les impulſions directes dans toutes les routes dont m ſera la tangente de l'obliquité. Nous aurons 2°. $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \overline{-An + en^3}$ pour les impulſions latérales. Et enfin f déſignant l'étenduë de la coupe horiſontale CAE de la prouë, faite à fleur d'eau, & A l'impulſion verticale trouvée dans la route directe, nous aurons 3°. $\frac{An^2 + m^2 \times \overline{-\frac{1}{3}A + \frac{1}{3}fn^2}}{n^2 + m^2}$ pour les impulſions verticales dans toutes les autres toutes.

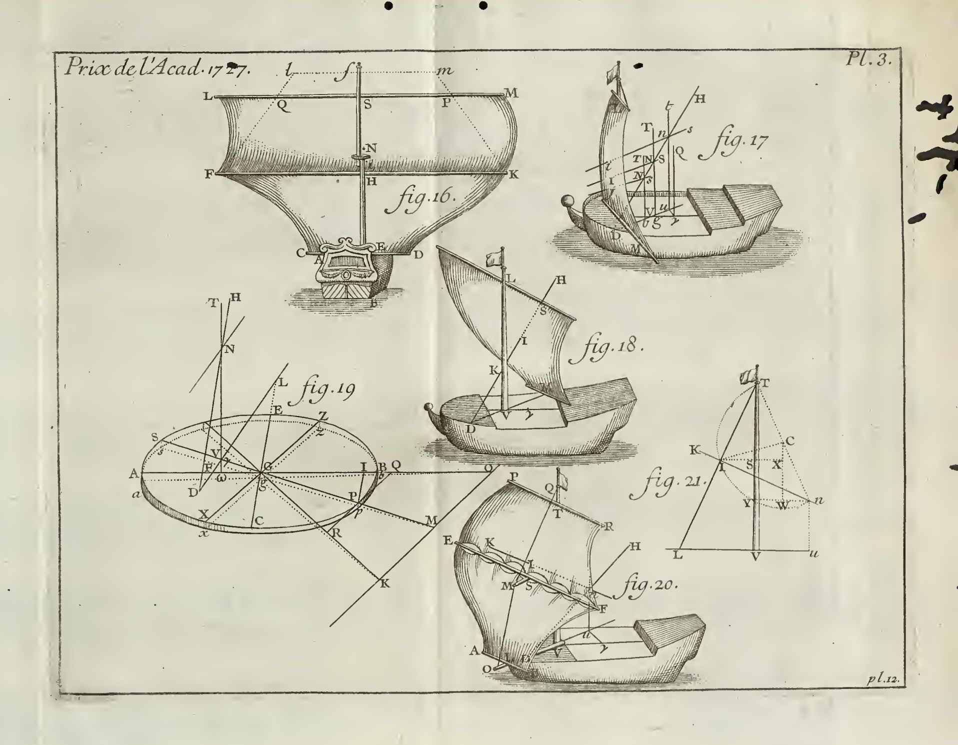
Nous euſſions pû pouſſer ces Remarques beaucoup plus loin, & paſſer enſuite à la réſolution générale des plus importans Problêmes de Manœuvre. Mais cela demanderoit un Traité particulier ; d'autant plus que nous ne pourrions pas expliquer ici toutes ces choſes ſans ſortir des bornes que nous avons dû nous preſcrire dans ces Additions. On voit que d'une Théorie aſſez difficile, nous ſommes deſcendus à des regles très-ſimples. Il arriveroit encore la même choſe. Et on pourroit inſtruire aiſément de ces regles les Marins & les Conſtructeurs ; ſans exiger d'eux qu'ils entraſſent dans toutes les difficultez de la ſpéculation.

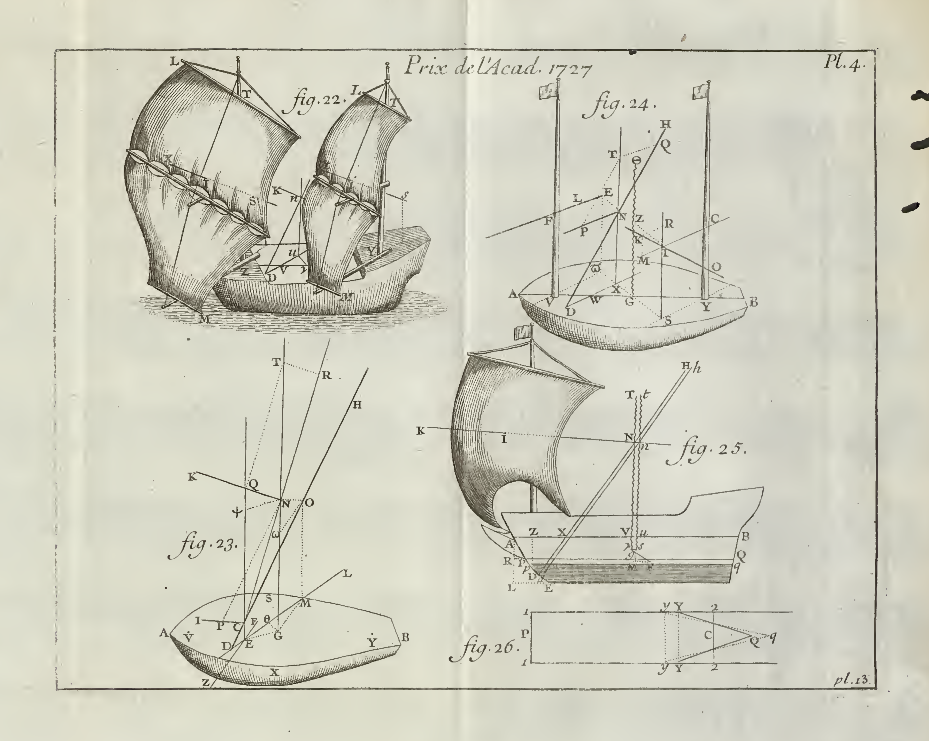
FIN.

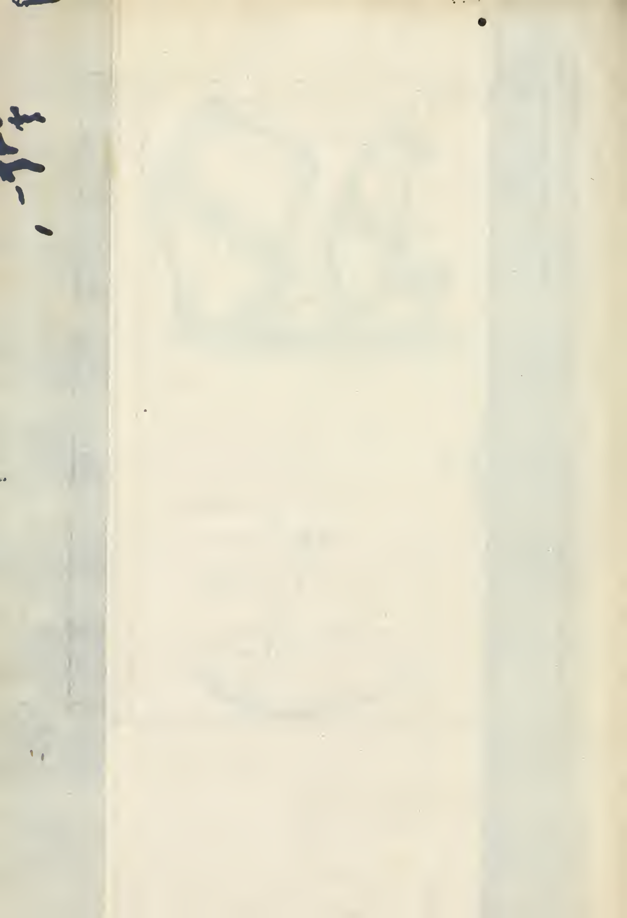


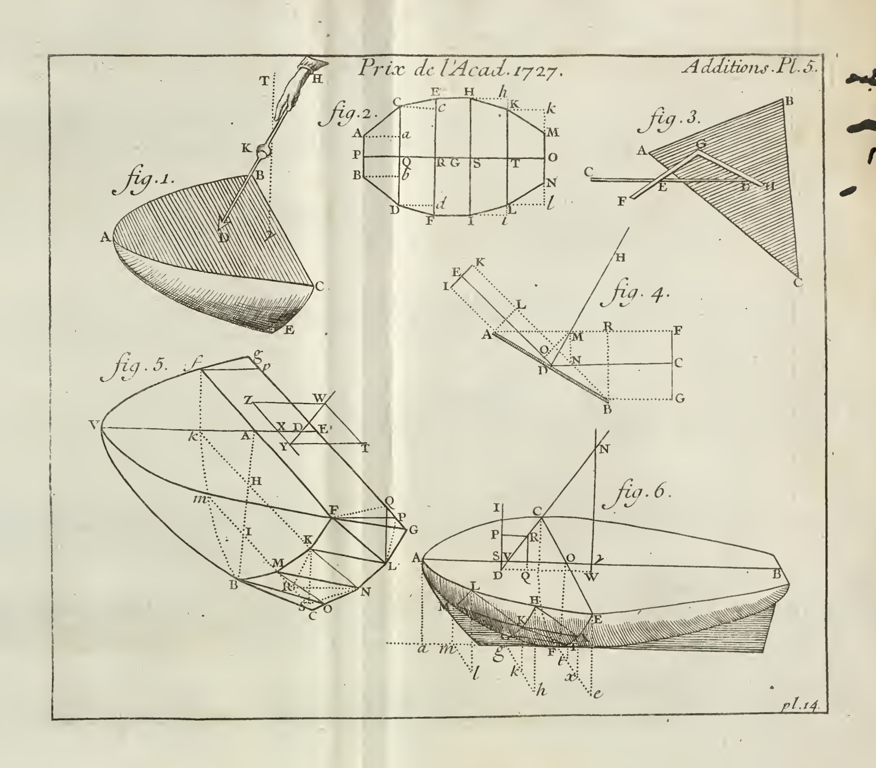
Prix de l'Acad. 1727.
Planche 1.re
fig. 1.
fig. 2.
fig. 3.
fig. 4.
fig. 5.
fig. 6.
fig. 7.
fig. 8.
pl. 10.


Prix de l'Acad. 1727.
Pl. 2.
fig. 9.
fig. 10.
fig. 11.
fig. 12.
fig. 13.
fig. 14.
fig. 15
pl. II.


Prix de l'Acad. 1727.
Pl. 3.
fig. 16.
fig. 17
fig. 18.
fig. 19
fig. 20.
fig. 21.
pl. 12.

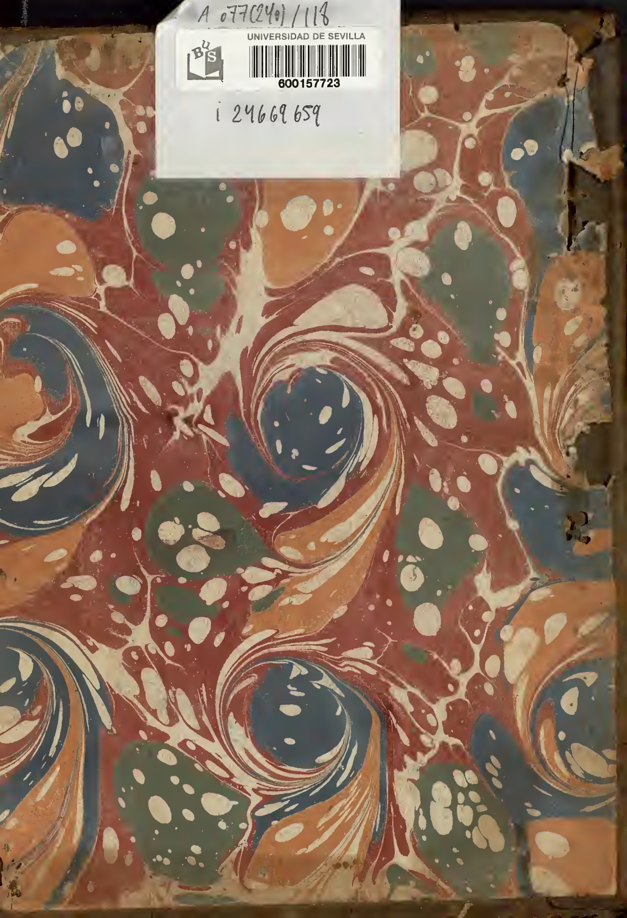

Prix de l'Acad. 1727
Pl. 4.
fig. 22.
fig. 23.
fig. 24.
fig. 25.
fig. 26.
pl. 13.




Prix de l'Acad. 1727.
Additions. Pl. 5.
fig. 1.
fig. 2.
fig. 3.
fig. 4.
fig. 5.
fig. 6.
pl. 14.






A 077(240)/118
UNIVERSIDAD DE SEVILLA
BUS
600157723
i 24669659


PRIX
DE
L'ACADEM
TOM. I.
118